

VAASAN YLIOPISTO

TEKNILLINEN TIEDEKUNTA

TIETOTEKNIikka

Matti Heiskanen

**DIFFERENTIAALIEVOLUUTIOALGORITMIN KONTROLI-
PARAMETRIEN VALINTA**

Diplomityö, joka on jätetty tarkastettavaksi diplomi-insinöörin tutkintoa varten
Vaasassa 30.9.2015

Työn valvoja

Prof. Jouni Lampinen

Työn ohjaaja

Prof. Jouni Lampinen

SISÄLLYSLUETTELO	sivu
1. JOHDANTO	4
2. DIFFERENTIAALIEVOLUUTIO	7
2.1. DE-algoritmin rakenne, alustus ja rajat	7
2.2. Mutaatio	8
2.3. Risteytys	8
2.4. Valinta	9
2.5. Lopetus	9
2.6. Variantit	10
2.7. Populaation koko	10
2.8. Mutaatiovakio	11
2.9. Risteytysvakio	11
3. DE-ALGORITMIN KONTROLLIPARAMETRIT	13
3.1. Kriittiset arvot	13
3.2. Kontrolliparametrien valinta	14
3.3. DE-algoritmin mukautuvat variantit	16
4. DE MONITAVOITEOPTIMOINNISSA	17
4.1. Pareto-dominanssi, Pareto-optimaalisuus ja Pareto-rintama	17
4.2. DE:n laajennus monitavoiteoptimointiin	18
4.3. Kontrolliparametrien optimointi	18
5. KOKEIDEN SUUNNITTELU JA SUORITUS	23
6. KOKEIDEN TULOKSET	27
6.1. F_1 : Shifted Sphere Function	29
6.2. F_2 : Shifted Schwefel's Problem 1.2	32
6.3. F_3 : Shifted Rotated High Conditioned Elliptic Function	35
6.4. F_4 : Shifted Schwefel's Problem 1.2 with Noise in Fitness	38
6.5. F_5 : Schwefel's Problem 2.6 with Global Optimum on Bounds	40
6.6. F_6 : Shifted Rosenbrock's Function	43
6.7. F_7 : Shifted Rotated Griewank's Function without Bounds	46
6.8. F_8 : Shifted Rotated Ackley's Function with Global Optimum on Bounds	50
6.9. F_9 : Shifted Rastrigin's Function	51
6.10. F_{10} : Shifted Rotated Rastrigin's Function	54
6.11. F_{11} : Shifted Rotated Weierstrass Function	54
6.12. F_{12} : Schwefel's Problem 2.13	58
6.13. Pareto-optimaalisten parametrien analyysi	61
6.14. Zaharien $c:n$ suhde kontrolliparametreihin ja suorituskymittareihin	63
6.15. Parametrien testaus	66
7. JOHTOPÄÄTÖKSIÄ	73
LÄHDELUETTELO	74

VAASAN YLIOPISTO**Teknillinen tiedekunta**

Tekijä:	Matti Heiskanen
Diplomityön nimi:	Differentiaalievoluutioalgoritmin kontrolliparametrien valinta
Valvojan nimi:	Prof. Jouni Lampinen
Ohjaajan nimi:	Prof. Jouni Lampinen
Tutkinto:	Diplomi-insinööri
Koulutusohjelma:	Tietotekniikan koulutusohjelma
Suunta:	Ohjelmistotekniikka
Opintojen aloitusvuosi:	2012
Diplomityön valmistumisvuosi:	2015

Sivumäärä: 76

TIIVISTELMÄ:

Differentiaalievoluutio on yleiskäyttöinen ja tehokas optimointimenetelmä, jonka menestys ja suoritus aika riippuvat käyttäjän valittavissa olevista kontrolliparametreista. Tässä työssä tutkitaan, miten hyvät kontrolliparametrien yhdistelmät vaihtelevat optimoitavan funktion mukaan, kun testijoukkona käytetään CEC05-testifunktioiden osajoukkoa. Parhaat mahdolliset parametriyhdistelmät pyritään löytämään meta-evoluutiivisesti siten, että differentiaalievoluutio optimoi omat kontrolliparametrisensa. Ylemmän tason versio differentiaalievoluutioalgoritmista optimoi kontrolliparametreja, joilla alemman tason versio yrittää ratkaista testijoukon funktioita. Alemmalla tasolla oleva differentiaalievoluutioalgoritmi yritti ratkaista kunkin testiongelman 100 kertaa, mistä mitattiin tieto onnistumisesta ja tarvittu arviointifunktion kutsujen määrä. Ylemmän tason differentiaalievoluutioalgoritmi koostui populaatiosta parametrivektoreita, joiden hyvyttä mitattiin onnistumisprosentilla ja arviointifunktion kutsujen määrän keskiarvolla. Ideaalitapauksessa onnistumisprosentti on korkea ja arviointifunktion kutsujen määrä on matala, mutta käytännössä nämä suorituskyvyn mittarit ovat ristiriidassa keskenään, joten eri kontrolliparametrit voivat tuottaa vain erilaisia kompromisseja näiden mittarien suhteen. Ylemmän tason differentiaalievoluutioalgoritmin populaatio suppenee approksimoimaan Pareto-optimaalista rintamaa, joka esittää parhaita kompromisseja mittareiden suhteen. Tutkimuksen tuloksena on ylemmän tason viimeinen populaatio (per testifunktio), joka esittää funktiokohtaisesti optimoituja kontrolliparametreja. Aineiston analyysissä tuli esiin monia tunnettuja asioita: optimaaliset kontrolliparametrit ovat hyvin riippuvaisia funktiosta, suurempi populaatio johtaa parempaan onnistumisprosenttiin, mutta luotettavuuden kasvu tapahtuu nopeuden kustannuksella, ja populaation koon ja mutaatiovakion korrelaatiokerroin on yleensä negatiivinen, mutta sen suuruus vaihtelee. Aineisto osoittaa, että Zaharien c ei yleensä korreloi populaation koon, risteytysvakion, nopeuden tai luotettavuuden kanssa, mutta se korreloi voimakkaasti mutaatiovakion kanssa. Tutkimusmenetelmä osoitti olevansa käypä keino tutkia evoluutioalgoritmin optimaalisten kontrolliparametrien ominaisuuksia.

AVAINSANAT: Evoluutiolaskenta, globaali optimointi, differentiaalievoluutio, monitavoiteoptimointi, kontrolliparametrit

UNIVERSITY OF VAASA**Faculty of technology****Author:**

Matti Heiskanen

Topic of the Thesis:On Selection of Control Parameter Values
for Differential Evolution Algorithm**Supervisor:**

Prof. Jouni Lampinen

Instructor:

Prof. Jouni Lampinen

Degree:

Master of Science in Technology

Degree Programme:Degree Programme in Information Technol-
ogy**Major of Subject:**

Software Engineering

Year of Entering the University: 2012**Year of Completing the Thesis:** 2015**Pages:** 76

ABSTRACT:

Differential evolution is a widely applicable and efficient optimization method. The success and speed of the algorithm are dependent on the control parameters, which the user must choose. This thesis studies how the good combinations of control parameters vary depending on the function to be optimized. The test function set consists of a subset of CEC05 functions. The best possible parameter combinations are searched for in a meta-evolutionary way where the differential evolution algorithm optimizes its own control parameters. An upper level version of differential evolution algorithm optimizes the control parameters for a lower level version which tries to solve the test functions. The lower level version of differential evolution algorithm tries to solve each test function 100 times. Information about success or failure, as well as the required number of objective function evaluations was recorded. The upper level differential evolution algorithm consisted of a population of parameter vectors, which were evaluated by their success rate and the average number of required objective function evaluations. In an ideal case, the success rate would be high and the average number of required objective function evaluations would be low. In practice, these measures of performance are conflicting. Therefore, different combinations of control parameters can only produce different trade-offs. The population in the upper level version of differential evolution algorithm converges towards a Pareto-optimal front, which represents the best possible trade-offs. The result of this study is the data on the final populations of the upper level version of differential evolution algorithm. The data presents control parameter values optimized specifically for each test function. Analysis of the data revealed many previously known features: optimal parameter combinations are very dependent on the function, larger population size leads to better success rate but at the expense of convergence speed, and the correlation coefficient of population size and mutation constant is usually negative but has varying magnitude. The data shows that Zaharie's c does not generally correlate with population size, crossover constant, convergence speed or reliability, but it does correlate strongly with the mutation constant. The research method proved to be a valid way of studying the properties of the optimal values of control parameters in an evolutionary algorithm.

KEYWORDS: Evolutionary computation, global optimization, differential evolution, multi-objective optimization, control parameters

1. JOHDANTO

Lukuisat teollisuuden ja taloustieteen ongelmat edellyttävät optimointia. Tyypillisesti halutaan minimoida kustannuksia, maksimoida voittoa tai tehostaa tuotantoa. Komponenttien suunnittelussa saatetaan esimerkiksi haluta löytää mahdollisimman kestävä, kevyt ja halpa ratkaisu. Usein tällaisessa monitavoiteoptimoinnissa tavoitteet ovat ristiriidassa keskenään, jolloin halutaan löytää mahdollisimman hyvä kompromissiratkaisu. (Aalto & Lampinen 2013a.) Evoluutiomenetelmät tuottavat yhden ratkaisuehdotuksen sijaan ratkaisuehdotusten joukon, minkä vuoksi niistä on tullut hyvin suosittuja monitavoiteoptimointiongelmiin ratkaisussa. Ratkaisuehdotusten joukosta voidaan valita sopiva ratkaisu ilman että eri tavoitteille asetetaan painoja *a priori*.

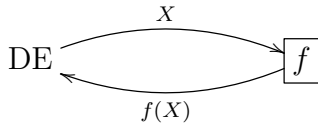
Evoluutioperiaatteen käyttö ongelmanratkaisussa nojaa nk. rakennuspalikkahypoteesiin, jonka mukaan hyvä ratkaisu koostuu hyvistä osatekijöistä ja hyvien ratkaisujen osia yhdistelemällä voidaan löytää vielä parempia ratkaisuja. Evoluutiomekanismia voidaan siis käyttää ratkaisun etsimisessä kehittämällä ensin satunnainen ratkaisuehdotusten joukko eli alkupopulaatio, jonka yksilöt arvioidaan, ja parhaimmista yksilöistä luodaan uusia yksilöitä risteyttämisten ja mutaatioiden kautta. Populaatio kehittyy (toivon mukaan) askel askeleelta paremmaksi, jolloin se optimointitehtävän tapauksessa löytää lopulta funktion minimikohdan.

Lineaarille ja epälineaarille funktioille on kehitetty tehokkaita optimointimenetelmiä, jotka hyödyntävät funktion matemaattisia ominaisuuksia. Esimerkiksi lineaarisille funktioille on olemassa Simplex-algoritmi ja epälineaarille funktioille gradientin laskemiseen perustuvia menetelmiä. Näiden menetelmien käyttöä reaali maailman optimointitehtävien ratkaisemisessa rajoittaa se, etteivät optimoitavat funktiot välttämättä täytä menetelmien vaatimia matemaattisia ennakkoehtoja. Tästä syystä nk. stokastiset etsintämenetelmät ovat osoittautuneet tehokkaiksi, koska ne pystyvät optimoimaan matemaattisesti vaikeasti käsiteltäviä funktioita (Kukkonen & Lampinen 2004). Ne eivät tee oletuksia optimoitavan funktion matemaattisista ominaisuuksista, joten ne ovat hyvin yleiskäyttöisiä.

Differentiaalievoluutio (myöhemmin: DE) on stokastinen globaali optimointimenetelmä, joka kuuluu evoluutiolaskennan alaan. Sen kehittivät Storn ja Price (1995, 1997). Menetelmä on yleiskäyttöisyydestään huolimatta tehokas: se joutui testeissä tutkimaan vain 2,8 % etsintäavaruudesta (Storn & Price 1995). DE soveltuu erityisesti epälineaaristen ja ei-differentioituvien funktioiden optimoimiseen. Se toimii

hyvin jatkuvilla ja epäjatkuvilla funktioilla ja osaa käsitellä sekä reaalityyppisiä kokonaislukuja. DE selviytyy myös funktioista, joissa on kohinaa.

Menetelmässä hyödynnetään biologiasta tuttua evoluutioperiaatetta: ratkaisuehdotuksista (yksilöistä) koostuvaa joukkoa (populaatiota) pyritään jalostamaan paremmaksi kohti ratkaisua. Ratkaisuehdotuksia risteytetään ja mutatoidaan keskenään, ja tuloksena toivotaan olevan parempia ratkaisuehdotuksia. Ratkaisuehdotukset esitetään D -ulotteisina vektoreina $X = (x_1, \dots, x_D)$, joita syötetään tavoitefunktioon (objective function). Tavoitefunktioita f kutsutaan myös kohdefunktioksi, arviointifunktioksi tai toisinaan hyvyysfunktioiksi, koska se palauttaa parametrien ”hyvyyden”. Tavoitefunktioista ei tehdä muita oletuksia kuin että se palauttaa arvon jokaisella syötteellä, joten se voidaan nähdä ”mustana laatikkona”.



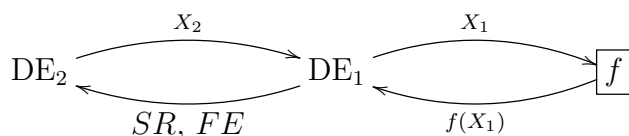
Kuva 1. DE optimoi tavoitefunktion suoralla etsinnällä (direct search).

Differentiaalievoluutioalgoritmin (myöhemmin: DE-algoritmi) käyttö edellyttää kolmen kontrolliparametrin NP , F ja CR oikeaa valitsemista. NP määrittää populaation koon, F ohjaa mutaatiota ja CR ohjaa risteytystä. Sopivat parametriyhdistelmät vaihtelevat optimoitavan funktion mukaan, ja väärin valitut parametrit johtavat optimoinnin hidastumiseen tai jopa epäonnistumiseen. Yhden testifunktion tapauksessa jonkin parametrin arvolla ei kenties ole väliä, mutta toisen funktion ratkaisemisessa saattaa vain tietty pieni arvojen alue olla mahdollinen. Parametrien valinnan vaikeus rajoittaa algoritmin käyttöä.

Myös hyvien kontrolliparametrien etsiminen voidaan nähdä optimointitehtävänä, joka voidaan ratkaista differentiaalievoluutiolla. Tällöin on kyseessä toisen tason optimointitehtävä (ks. Liang & Miikkulainen 2015), jossa toisella tasolla oleva DE (= DE₂) yrittää löytää optimaaliset kontrolliparametrit ensimmäisen tason DE:lle (= DE₁).

DE₂ syöttää DE₁:lle kontrolliparametrit $X_2 = (NP, F, CR)$, joilla DE₁ yrittää ratkaista testifunktion. DE₁ palauttaa tiedon onnistumisesta (SR , Success Rate) ja arviointifunktion kutsujen määrästä (FE , Function Evaluations). DE₂ syöttää samat kontrolliparametrit useaan kertaan, laskee palautetut SR :t ja FE :t yhteen ja käyttää niiden keskiarvoja (\overline{SR} , \overline{FE}) mittareina arvioidessaan syötettyjä kontrolliparametreja. \overline{SR} mittaa luotettavuutta, ja \overline{FE} mittaa laskenta-aikaa (nopeutta). Samojen

parametrien kokeileminen useaan kertaan on välttämätöntä, jotta DE-algoritmin suorituksen satunnaisuus ei vaikuta liikaa käytettyjen kontrolliparametrien arviointiin.



Kuva 2. DE optimoi omat kontrolliparametrinsa.

Kun ylemmällä tasolla olevaa populaatiota on kehitetty 200 sukupolvea, toivotaan, että viimeinen populaatio approksimoi parhaita mahdollisia kompromisseja nopeuden (\overline{FE}) ja luotettavuuden (\overline{SR}) suhteen. Viimeinen populaatio myös kertoo, millä kontrolliparametreilla nämä tavoitteet voidaan saavuttaa.

Tutkimuksessa käytetään DE-algoritmista versiota DE/rand/1/bin (ks. Lampinen & Storn 2004). Testifunktioiksi (12 kpl) valittiin Congress on Evolutionary Computation 2005 -evoluutiolaskentakilpailun testifunktioiden joukosta kaikki perusfunktiot. Testifunktioista käytettiin 10-ulotteisia versioita. Valittujen testifunktioiden joukossa on unimodaaleja, multimodaaleja, separoituvia ja ei-separoituvia funktioita (ks. Suganthan, Hansen, Liang, Deb, Chen, Auger & Tiwari 2005).

Tämän työn tavoitteet ovat:

- Optimoida DE:n kontrolliparametrit (NP , F , CR) CEC05-evoluutiolaskentakilpailun testifunktioille.
- Etsiä optimoitujen kontrolliparametrien joukosta poikkeuksia ja säännönmukaisuuksia.

Kokeita varten rakennettiin testiarkkitehtuuri, joka ajoi testit ja tallensi tulosdatan. Kokeet ajettiin Vaasan yliopiston tietokoneilla ja osittain CSC:n laskentaympäristössä. Viimeisestä populaatiosta eli parhaimpien löydettyjen kompromissien joukosta yritettiin löytää riippuvuuksia parametrien NP , F , ja CR välillä sekä suhteessa \overline{FE} :hen ja \overline{SR} :ään. Viimeisestä populaatiosta laskettiin tilastolliset tunnusluvut ja (Pearsonin) korrelaatiokertoimet. Optimoitujen kontrolliparametrien joukoista laskettiin myös Zaharien monimuotoisuuden mittari c (Zaharie 2002) ja tutkittiin sen suhdetta kontrolliparametreihin ja suorituskyvyn mittareihin. Optimoitujen kontrolliparametrien suorituskykyä verrattiin Rönkkösen, Kukkosen ja Pricen (2005) CEC05-evoluutiolaskentakilpailussa käyttämien kontrolliparametrien suorituskykyyn.

2. DIFFERENTIAALIEVOLUUTIO

Differentiaalievoluutioalgoritmi (myöhemmin: DE-algoritmi) julkaistiin vuonna 1995 (Storn & Price). DE-algoritmi voidaan luokitella evolutiiviseksi optimointialgoritmiksi (Lampinen & Storn 2004), joka kuuluu stokastisten, populaatioon perustuvien optimointialgoritmien luokkaan.

Differentiaalievoluutio ei tee mitään matemaattisia oletuksia optimoitavan tavoitefunktion suhteen, joten se on hyvin yleiskäyttöinen. Differentiaalievoluutio on parhaimmillaan epälineaaristen ja epädifferentioituvien funktioiden optimoimisessa, mutta sillä pystyy toki optimoimaan kaikenlaisia funktioita.

Matemaattisesti määriteltynä DE-algoritmilla optimoitavat funktiot ovat muotoa $f(X) : \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}$. Optimoitavaa funktiota sanotaan tavoitefunktioiksi, ja tavoitteena on sen minimointi eli $\min(f(X))$. Optimointi tapahtuu etsimällä funktiolle parametrin $X = (x_1, \dots, x_D) \in \mathbb{R}^D$. (Lampinen & Storn 2004.)

Tässä työssä oletetaan optimointitehtävien olevan aina minimointitehtäviä, ellei toisinkin mainita. Maksimointitehtävän voi muuttaa minimointitehtäväksi yksinkertaisesti kertomalla tavoitefunktion arvon -1 :llä.

2.1. DE-algoritmin rakenne, alustus ja rajat

Differentiaalievoluutio ylläpitää ratkaisuehdotuksia populaatiossa, jossa on NP vektoria, joilla on D kromosomia. Populaatiota merkitään P :llä, vektoria X :llä ja kromosomia x :llä. Jokainen kromosomi esittää yhtä tavoitefunktion parametria, joten D määräytyy tavoitefunktion mukaan. Käyttäjä voi valita populaation koon NP ja kuinka monta sukupolvea G_{max} populaatiota kehitetään.

$$\begin{aligned} P_G &= X_{i,G}, \quad i = 1, \dots, NP, \quad G = 1, \dots, G_{max} \\ X_{i,G} &= x_{j,i,G}, \quad j = 1, \dots, D \end{aligned} \tag{1}$$

Pyrimme jättämään alaindeksijä pois, mikäli mahdollista, jotta esitys olisi mahdollisimman selkeä. Jos alaindeksi G jää pois, on oletuksena kyse aina sen hetkisestä populaatiosta.

Jokaiselle parametrille $x_j \in X$ ($j = 1, \dots, D$) pitää myös määritellä ala- ja ylärajat $x_j^L \leq x_j \leq x_j^U$. Ensimmäinen populaatio alustetaan satunnaisin arvoihin rajojen sisälle:

$$x_{j,i,1} = \text{rand}_j(0, 1) \cdot (x_j^U - x_j^L) + x_j^L \quad (2)$$

Tämän jälkeen rajoja voidaan halutessa käyttää rajaamaan etsintä niiden sisälle (boundary constraints). Kaavassa (2) $\text{rand}_j(0, 1)$ tarkoittaa, että satunnaislukugeneraattori palauttaa tasaisesti jakautuneen arvon väliltä $[0, 1)$ eli $0 \leq \text{rand}_j(0, 1) < 1$. Ratkaisun löytymistä helpottaa se, että ratkaisu on rajojen sisällä, mutta algoritmi voi löytää ratkaisun myös rajojen ulkopuolelta, jos rajoja ei ole määritelty ehdottomiksi. Liian pieniksi määritellyt rajat voivat johtaa etsinnän juuttumiseen paikalliseen optimiin, vaikka rajat eivät olisikaan ehdottomia. (Price, Storn & Lampinen 2005: 38, 53–56.)

Kaikille populaation vektoreille lasketaan tavoitefunktion arvo. Jokainen vektori $i \in \{1, \dots, NP\}$ kilpailee kohdevektorina (target vector) X_i yhtä yritevektoria (trial vector) U_i vastaan. Pienemmän tavoitefunktion arvon saanut vektori siirretään seuraavaan populaatioon, ja tasatilanteessa jatkoon pääsee yritevektori. Yritevektori luodaan nykyisestä populaatiosta mutaation ja risteytyksen kautta. Nämä operaatiot esitellään seuraavaksi.

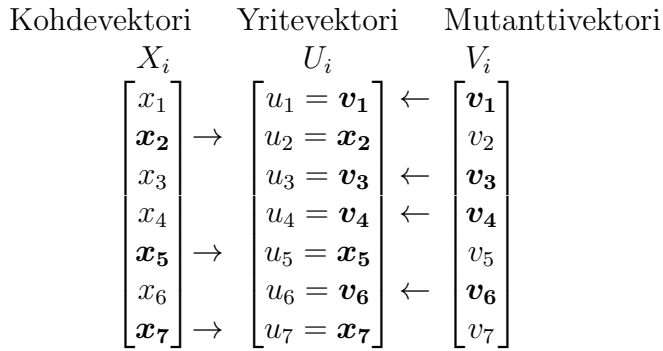
2.2. Mutaatio

Yritevektorin luominen on monivaiheinen prosessi, joka alkaa valitsemalla neljä vektoria $X_i, X_{r_1}, X_{r_2}, X_{r_3}$ siten, että $i \neq r_1 \neq r_2 \neq r_3$. Valitut ovat siis erillisiä vektoreita. Jokainen populaation jäsen on yhden kerran kohdevektori X_i , ja loput kolme arvotaan jokaista yritevektoria muodostettaessa. Aluksi lasketaan erotusvektori (difference vector) $X_{r_2} - X_{r_3}$. Erotusvektori kerrotaan mutaatiovakioilla F , ja näin saadaan painotettu erotusvektori (weighted difference vector) $F \cdot (X_{r_2} - X_{r_3})$. Siihen lisätään kantavektori (base vector) X_{r_1} , jolloin saadaan mutanttivektori (mutant vector) $V_i = X_{r_1} + F \cdot (X_{r_2} - X_{r_3})$.

2.3. Risteytys

Risteytyksessä (kuva 3) yhdistetään mutaatiossa saatu mutanttivektori V_i ja vuorossa oleva kohdevektori X_i , ja muodostetaan niistä yritevektori U_i . Yhdistäminen tapahtuu arpomalla kromosomi kromosomilta, kumpi vektoreista luovuttaa kromosomin.

Risteytysvakio $0 \leq CR \leq 1$ määrittää todennäköisyyden, millä yritevektorin kromosomi u_j ($j = 1, \dots, D$) otetaan mutanttivektorista. Lisäksi otetaan yksi satunnaisesti



Kuva 3. Risteytysoperaatio.

valittu kromosomi j_{rand} mutanttivektorista, jotta kohdevektori ja yritevektori eroavat vähintään yhden kromosomin verran.

$$U_i = u_{j,i} = \begin{cases} v_{j,i} & \text{jos } \text{rand}_j(0, 1) \leq CR \text{ tai } j = j_{rand} \\ x_{j,i} & \text{muuten} \end{cases} \quad (3)$$

2.4. Valinta

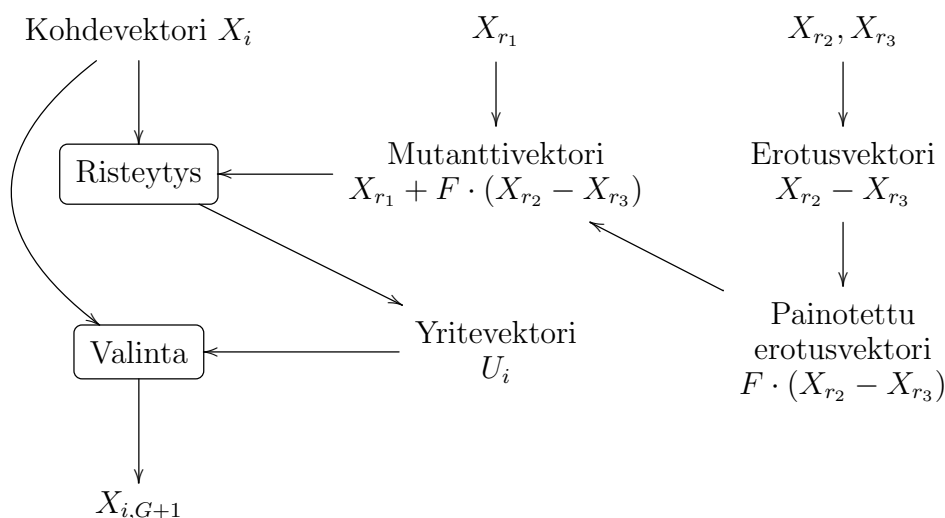
Yritevektorille ja kohdevektorille lasketaan tavoitefunktion arvot. Jos yritevektori on vähintään yhtä hyvä kuin kohdevektori, pääsee yritevektori jatkoon. Muuten kohdevektori jatkaa populaatiossa seuraavaan sukupolveen:

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G} & \text{jos } f(U_{i,G}) \leq f(X_{i,G}) \\ X_{i,G} & \text{muuten} \end{cases} \quad (4)$$

Kuva 4 havainnollistaa, miten DE-algoritmin mutaatio, risteytys ja valinta toimivat. Operaatioita toistetaan sukupolvi sukupolvelta, kunnes lopetusehto täyttyy.

2.5. Lopetus

Lopetusehtoja voi olla useita. Jos ratkaisu $f(X^*)$ tunnetaan, voidaan lopettaa, kun tavoitefunktion arvo on tarpeeksi pieni eli $f(X) \leq f(X^*) + \epsilon$. Jos ratkaisua ei tunneta, voidaan lopetusehdoksi esimerkiksi määrittää tietty maksimimäärä G_{max} sukupolvia. Vaihtoehtoisesti voidaan laskea arviointifunktion kutsujen määrää FE , ja lopettaa, kun se saavuttaa tietyn maksimimäärän FE_{max} .



Kuva 4. DE-algoritmin toiminta. $\forall i \in \{1, \dots, NP\} : i \neq r_1 \neq r_2 \neq r_3$

2.6. Variantit

Differentiaalievoluutioalgoritmeista on olemassa monia varianteja, jotka käyttävät erilaisia strategioita yritevektorin luomisessa. Varianteja voidaan kuvata yleisellä merkinnällä DE/x/y/z, jossa x tarkoittaa sääntöä, jolla kantavektori valitaan, y kuvaa, miten kuinka monta erotusvektoria kantavektoriin lisätään, ja z kuvaa, miten mutaatiovektorista otetaan kromosomeja. (Price, Storn & Lampinen 2005: 47, 139–140)

Tässä työssä käytetään ”klassista” DE-algoritmin versiota, jonka tekninen merkintä on DE/rand/1/bin. Se tarkoittaa, että kantavektori valitaan satunnaisesti, siihen lisätään yksi erotusvektori ja mutaatiovektorista otettavien kromosomien määrä muistuttaa binomijakaumaa. Varianteja on listattu taulukossa 1.

Taulukko 1. DE:n strategioita.

DE/rand/1/bin	$V_i = X_{r_1} + F \cdot (X_{r_2} - X_{r_3})$
DE/best/1/bin	$V_i = X_{best} + F \cdot (X_{r_1} - X_{r_2})$
DE/rand/2/bin	$V_i = X_{r_1} + F \cdot (X_{r_2} - X_{r_3}) + F \cdot (X_{r_4} - X_{r_5})$
DE/best/2/bin	$V_i = X_{best} + F \cdot (X_{r_1} - X_{r_2}) + F \cdot (X_{r_3} - X_{r_4})$
DE/current-to-best/2/bin	$V_i = X_i + F \cdot (X_{r_1} - X_i) + F \cdot (X_{r_2} - X_{r_3})$

2.7. Populaation koko

Yksi differentiaalievoluutioalgoritmin kolmesta kontrolliparametreista on NP , joka määrittää populaation koon. Populaation koolla ei ole teoreettista ylärajaa, mutta ala-

rajana 4 on ehdoton. Alaraja johtuu siitä, että mutaatiota ja risteytystä suoritettaessa vaaditaan 4 erillistä vektoria.

Pieni populaatio on laskennallisesti kevyt, mutta ei välttämättä suppene vaan jää jumiin. Iso populaatio löytää ratkaisun varmemmin mutta hitaammin. Populaation koon valinta onkin taiteilua algoritmin luotettavuuden ja suoritusajan välillä. Toisaalta halutaan valita suuri populaation koko, jotta algoritmi löytää ratkaisun luotettavasti. Toisaalta halutaan valita mahdollisimman pieni populaation koko, jotta suoritus aika olisi mahdollisimman pieni. Rönkkönen, Kukkonen ja Price (2005) toteavat, että NP on tyypillisesti 2–40 kertaa optimoitavan funktion dimensio.

Populaation koko riippuu myös ratkaistavasta ongelmasta. Mitä vaikeampi ongelma, sitä suuremman tulee populaation olla, jotta algoritmi suppenee luotettavasti. Esimerkiksi separoituvat ja unimodaalit funktiot vaativat tyypillisesti pienimmän populaation koon ja ei-separoituvat ja multimodaalit funktiot puolestaan suurimman.

2.8. Mutaatiovakio

Toinen differentiaalievoluutioalgoritmin kontrolliparametreista on mutaatiovakio F , joka määrittää etsinnän askelpituuden. Kun algoritmi suppenee, käyvät differentiaalit pienemmiksi, ja silloin pienentyä askelpituuskin. Näin algoritmi sopeutuu tavoitefunktioon automaattisesti.

Tyypillisesti multimodaaleissa funktioissa vaaditaan pitkä askelpituus, jotta algoritmi ei juutu paikalliseen optimiin. Kun algoritmi suppenee, askelpituudet pienentyvät ja etsintä muistuttaa unimodaalia funktiota.

F :llä ei ole ylärajaa, mutta 1:stä suuremmat arvot ovat harvoin hyödyllisiä (Price, Storn & Lampinen 2005). F :n valinnassa on sama ongelma kuin NP :n valinnassa. F :n pitää olla tarpeeksi suuri, jotta DE-algoritmi suppenee luotettavasti, mutta liian suuri arvo hidastaa laskentaa. F on tyypillisesti 0,4:n ja 0,95:n välillä. (Rönkkönen, Kukkonen & Price 2005.)

2.9. Risteytysvakio

Kolmas differentiaalievoluutioalgoritmin kontrolliparametreista on CR , risteytysvakio, joka määrittää todennäköisyyden, millä kromosomi x_j valitaan yritevektoriin kohdevektorista. Koska risteytysvakio esittää todennäköisyyttä, on se luonnollisesti

nollan ja yhden väliltä eli $0 \leq CR \leq 1$. Suuri arvo tarkoittaa, että suuri osa yritevektorin kromosomeista on peräisin mutanttivektorilta, ja pieni arvo tarkoittaa, että suuri osa yritevektorin kromosomeista on peräisin kohdevektorilta.

Ääriarvoilla tilanne on mielenkiintoinen. Jos $CR = 0$, yritevektori on kopio kohdevektorista yhtä kromosomia lukuunottamatta. Kaavassa (3) oli ehto, joka takaa, että yritevektori ja kohdevektori eroavat ainakin yhden kromosomin suhteen. Jos tätä ehtoa ei olisi, yritevektori olisi identtinen kopio kohdevektorista. Silloin populaatio ei pystyisi kehittymään, koska kaikki luodut vektorit olisivat vanhojen kopioita. Kun $CR = 0$, eroavat yritevektori ja kohdevektori siis vain yhden kromosomin verran, joten etsintä tapahtuu vain yhden parametrin suhteen. Muut pienet CR :n arvot voivat johtaa samaan tilanteeseen. Tästä on etua, jos optimoitava funktio on separoituva eli sen parametrien välillä ei ole vuorovaikutusta.

Jos $CR = 1$, risteytystä ei käytännössä ole ja kaikki yritevektorin kromosomit ovat peräisin mutanttivektorilta. Etsintä on tällöin ns. rotaatioinvariantti (Price, Storn & Lampinen 2005: 101).

3. DE-ALGORITMIN KONTROLLIPARAMETRIT

DE-algoritmin tarvitsemat kontrolliparametrit ovat edellisessä luvussa esiteltyt populaation koko NP , mutaatiovakio F ja risteytysvakio CR . Kontrolliparametrien valinta riippuu ratkaistavasta ongelmasta, eikä ole olemassa yhtä parametriyhdistelmää, joka ratkaisisi kaikki ongelmat tehokkaasti. Hyviä lähtökohtia on kuitenkin olemassa. Taulukossa 2 esitellään kirjallisuudessa esiintyviä suosituksia.

Taulukko 2. Suosituksia kontrolliparametreiksi.

Lähde	NP	F	$CR^{[1]}$	$CR^{[2]}$	Huomioita
Rönkkönen ym. (2005)	$2-40D$	0,4–0,95	0,0–0,2	0,9–1,0	^[1] separoituvat ja ^[2] ei-separoituvat funktiot
Rönkkönen ym. (2005)	$2D, 5D$ tai $10D$	0,9	0,1	0,9	CEC05-asetukset, $D = 10$
Storn & Price (1995)	$3-10D$	0,5–1,0	0,5–1,0		
Storn (2015)	$10D$	0,8	0,2	0,9	$D =$ Dimensio

3.1. Kriittiset arvot

DE-algoritmissa, kuten evoluutioalgoritmeissa yleensäkin, valinta pyrkii vähentämään populaation monimuotoisuutta johtaen näin algoritmin suppenemiseen. Toisaalta variaatio-operaatiot (mutaatio, risteytys) pyrkivät lisäämään monimuotoisuutta. (Price, Storn & Lampinen 2005: 75–79, 100.) Monimuotoisuuden säilyttäminen ei ole tavoite itsessään, mutta se on edellytys luotettavalle suppenemiselle. Nimittäin jos monimuotoisuus vähenee liian nopeasti, on seurauksena ennenaikainen suppeneminen, jolloin algoritmi juuttuu paikalliseen optimiin. Tavoitteena on löytää tasapaino, jossa variaatio-operaatiot pitävät yllä monimuotoisuutta riittävän kauan, jotta algoritmi kykenee löytämään globaalin optimin.

Zaharie mittasi DE-algoritmin populaation monimuotoisuutta kromosomien varianssilla. Hän tutki varianssin kehityksen suhdetta kontrolliparametreihin tavoitteenaan selvittää varianssin kehityksen suhde algoritmin suppenemiseen. Zaharie yritti löytää kontrolliparametrit, joilla populaatio suppenee ennenaikaisesti pelkästään sen takia, että variaatio-operaatiot eivät pysty tuottamaan riittävän monimuotoista vritevektoripopulaatiota. (Zaharie 2002.)

Kun DE-algoritmi suppenee, monimuotoisuuden väheneminen näkyy varianssin

pienenemisenä. Zaharie löysi kontrolliparametreille ns. *kriittisen pisteen*, joka esitetään kaavassa (5). Ne kontrolliparametrien arvot, jotka toteuttavat yhtälön, ovat *kriittisiä arvoja*. Tätä suuremmat arvot kasvattavat populaation varianssia ja pienemmät arvot pienentävät sitä. (Zaharie 2002.)

$$2F^2 - \frac{2}{NP} + \frac{CR}{NP} = 0 \quad (5)$$

Jos valintapaine poistetaan eli kaikki yritevektorit pääsevät jatkoon, pelkästään kriittisiä arvoja pienemmät kontrolliparametrien arvot saavat aikaan algoritmin suppenemisen. Koska valinta yleensä luo suppenemispaineen, ovat nämä arvot käytännössä hyödyttömiä. Silloin tarvitaan kriittisiä arvoja suuremmat kontrolliparametrien arvot, jotta variaatio-operaatiot kasvattavat varianssia ja hidastavat valintapainetta riittävästi ehkäistäkseen ennenaikaisen suppenemisen. Toisaalta kontrolliparametrit eivät saa olla liian kaukana kriittisestä pisteestä. Silloin variaatio-operaatiot aiheuttavat niin suurta varianssin kasvua, että algoritmin suppeneminen hidastuu merkittävästi. Parhaat kontrolliparametrien arvot ovatkin kriittisen pisteen yläpuolella mutta kuitenkin lähellä sitä. Sopiva etäisyys riippuu tavoitefunktion määrittämästä valintapaineesta. (Zaharie 2002.)

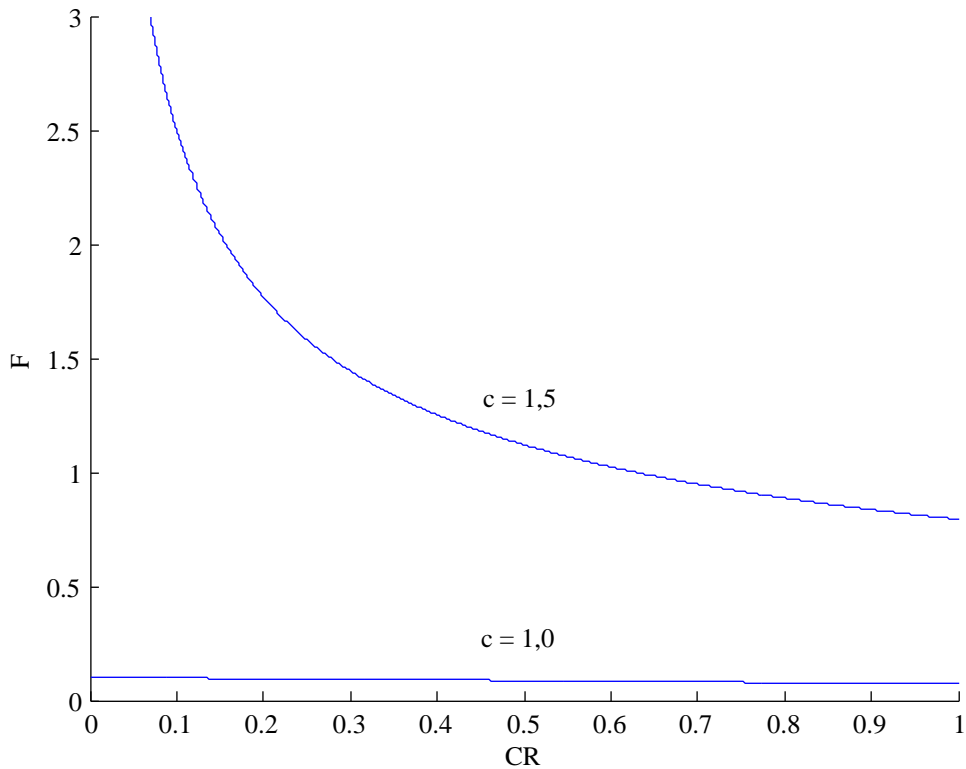
Monimuotoisuutta voidaan mitata myös keskihajonnalla, jolloin kriittinen piste on (Zaharie 2002):

$$c = \sqrt{2F^2CR - \frac{2CR}{NP} + \frac{CR^2}{NP} + 1} \quad (6)$$

Kun $c < 1$, variaatio-operaatiot pienentävät populaation keskihajontaa. Kun $c = 1$, keskihajonta ei muutu, ja kun $c > 1$, keskihajonta kasvaa. Hyvä c :n arvo on 1:n ja 1,5:n välillä, mutta yläraja ei ole tiukka. (Kukkonen 2012: 73, 79.) Aluetta on havainnollistettu kuvassa 5. Kutsun tässä työssä c :tä Zaharien c :ksi.

3.2. Kontrolliparametrien valinta

Eibenin, Hinterdingin ja Michalewiczin (1999) mukaan mitkä tahansa kontrolliparametrien kiinteät arvot ovat evoluutioalgoritmeissa kyseenalaisia. Optimaaliset kontrolliparametrit vaihtelevat sekä tavoitefunktion mukaan että etsinnän vaiheen mukaan. Kiinteät kontrolliparametrit ovat lisäksi vastoin evoluutioalgoritmien dynaamista luonnetta. Heidän mukaansa kontrolliparametrien valinta tulisi automatisoida



Kuva 5. Kaavan (6) mukaan piirretyt käyrät $c = 1,0$ ja $c = 1,5$ määrittävät rajat hyvälle F :n ja CR :n arvoille. Kuvassa $NP = 100$, mutta sen muuttaminen ei juuri siirrä käyriä.

ja mukauttaa optimoitavaan funktioon. (Eiben, Hinterding & Michalewicz 1999.)

Eiben ym. (1999) luokittelevat evoluutioalgoritmien kontrolliparametrien valinnan parametrien säätämiseen (parameter tuning) ja parametrien hallintaan (parameter control). Parametrien säätäminen tapahtuu algoritmin ajokertojen välissä, ja parametrien hallinta tapahtuu algoritmin ajon aikana. Parametrien hallinta jaetaan edelleen kolmeen alaluokkaan:

- Deterministinen parametrien hallinta (deterministic parameter control), jossa parametreja muokataan ennaltamääritellyn säännön perusteella, eikä valinnoista saada palautetta.
- Mukautuva parametrien hallinta (adaptive parameter control), jossa parametreja muokataan etsinnästä saatavan palautteen perusteella.
- Itsemukautuva parametrien hallinta (self-adaptive parameter control), jossa kontrolliparametrit koodataan kromosomeihin ja altistetaan valintapaineelle.

3.3. DE-algoritmin mukautuvat variantit

Differentiaalievoluutiosta on kehitetty paljon erilaisia variantteja, joissa muokataan parametreja F ja CR suorituksen aikana. Esittelen tässä muutamia variantteja Eibenin ym. (1999) luokitteluun perustuen.

Dither- ja jitter-tekniikat voidaan nähdä esimerkkinä deterministisestä parametrien hallinnasta. Dither-tekniikassa arvotaan uusi F jokaiselle erotusvektorille, ja jitter-tekniikassa arvotaan uusi F jokaiselle erotusvektorin parametrille (Price, Storn & Lampinen 2005: 80).

FADE (Fuzzy Adaptive Differential Evolution) on esimerkki mukautuvasta parametrien hallinnasta. Variantissa käytetään sumean logiikan ohjaimia (*fuzzy logic controller*) mukauttamaan parametrit F ja CR . Menetelmä käyttää tietoa edellisissä sukupolvissa olleista vektoreista ja niiden tavoitefunktioiden arvoista. (Liu & Lampinen 2005.)

SaDE (Self-adaptive Differential Evolution) on toinen esimerkki mukautuvasta parametrien hallinnasta. Se käyttää sekä `rand/1/bin`-strategiaa että `current-to-best/2/bin`-strategiaa (ks. sivu 10). Strategioita painotetaan sen suhteen, kummalla strategialla tuotettuja vektoreita on päässyt enemmän jatkoon. Parametrit F ja CR arvotaan, ja CR :n arpomisessa hyödynnetään tietoa niistä CR :n arvoista, joilla vektoreita on aiemmin päässyt jatkoon. (Qin & Suganthan 2005.)

JDE käyttää itsemukautuvaa parametrien hallintaa. Jokainen yksilö säilyttää arvoja F ja CR perimässään. Ennen variaatio-operaatioita on pieni mahdollisuus, että parametrit arvotaan uudelleen. Jos yksilö pääsee jatkoon, pääsevät myös käytetyt kontrolliparametrit jatkoon. Ideana on, että paremmat kontrolliparametrien arvot johtavat parempiin yksilöihin, jotka suuremmalla todennäköisyydellä levittävät parempia arvojaan eteenpäin. (Brest, Greiner, Bošković, Mernik & Žumer 2006.)

EWMA-DE mukauttaa parametria F ajon aikana siihen suuntaan, jossa eniten vektoreita pääsee jatkoon, ja painottaa uusimpia havaintoja. EWMA-DECr mukauttaa samalla tavalla parametria CR . Molemmat variantit käyttävät parametrien liikkuvaa ja painotettua keskiarvoa (Exponentially Weighting Moving Average) ja päivittävät muokkaamaansa parametria sukupolvien välissä. (Aalto & Lampinen 2013a, 2013b.) EWMA-DE ja EWMA-DECr ovat kolmas esimerkki mukautuvasta parametrien hallinnasta.

4. DE MONITAVOITEOPTIMOINNISSA

Monitavoiteoptimointi tarkoittaa usean tavoitteen samanaikaista optimoimista eli $\min\{f_1(X), \dots, f_M(X)\}$. Koska tavoitteita on useita, ei ole itsestään selvää, millä perusteella yhtä ratkaisua voi pitää parempana kuin toista. Yksi ratkaisu voi olla parempi suhteessa yhteen tavoitteeseen ja toinen ratkaisu parempi suhteessa toiseen. Monitavoiteoptimoinnissa Pareto-dominanssin käsite osoittautuu hyödylliseksi, koska sen avulla voidaan osittain luokitella ratkaisuja paremmuusjärjestykseen (ks. Lampinen 2000: 6–7, 20–21; Kukkonen 2012: 21–24).

4.1. Pareto-dominanssi, Pareto-optimaalisuus ja Pareto-rintama

Heikko Pareto-dominanssi tarkoittaa, että yksi piste on vähintään yhtä hyvä kuin toinen piste suhteessa kaikkiin tavoitteisiin M . Jos X_1 dominoi X_2 :sta heikosti, merkitään $X_1 \succeq X_2$. (Zitzler, Thiele, Laumanns, Fonseca & Grunert da Fonseca 2003; Kukkonen 2012: 22–23).

$$X_1 \succeq X_2 \quad \Leftrightarrow \quad \forall m \in \{1, 2, \dots, M\} : f_m(X_1) \leq f_m(X_2) \quad (7)$$

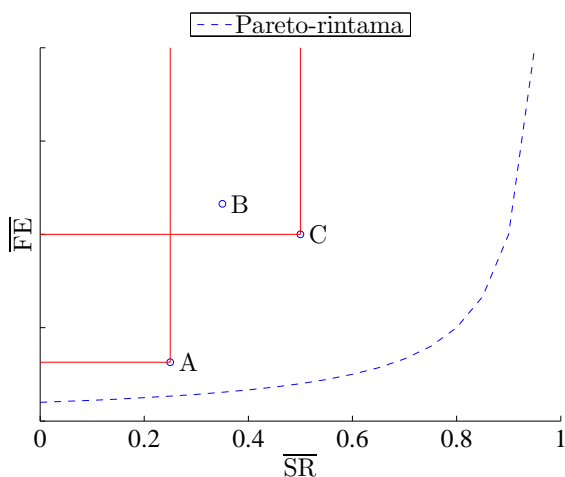
Vahva Pareto-dominanssi tarkoittaa, että lisäksi yksi piste on aidosti parempi kuin toinen piste ainakin yhden tavoitteen suhteen. Yleensä pelkkä Pareto-dominanssi tai dominointi tarkoittaa nimenomaan vahvaa Pareto-dominanssia. Jos X_1 dominoi X_2 :sta (vahvasti), merkitään $X_1 \succ X_2$ (Zitzler ym. 2003; Kukkonen 2012: 22–23.)

$$X_1 \succ X_2 \quad \Leftrightarrow \quad X_1 \succeq X_2 \wedge \exists m \in \{1, 2, \dots, M\} : f_m(X_1) < f_m(X_2) \quad (8)$$

Jos yksi piste dominoi toista, voidaan sanoa, että se on toista parempi. Jos kahdesta pisteestä kumpikaan ei dominoi toista, ei voida sanoa, kumpi pisteistä on parempi. Pisteet, jotka eivät dominoi toisiaan, muodostavat ei-dominoidun joukon. Piste on Pareto-optimaalinen, jos se on ei-dominoitu koko ratkaisujoukossa (Lampinen 2000: 20; Zitzler ym. 2003). Pareto-optimaalisessa pisteessä yhtä tavoitetta ei voi parantaa huonontamatta samalla jotain toista tavoitetta.

Pareto-optimaalisten pisteiden joukkoa kutsutaan Pareto-rintamaksi, ja sen löytäminen, tai ainakin approksimointi, on monitavoiteoptimoinnin tavoite. Monitavoiteoptimoinnissa ei ole yleensä mahdollista löytää yhtä ratkaisua, joka olisi optimaalinen

kaikkien tavoitteiden suhteen, mutta Pareto-optimaalinen rintama edustaa parhaita mahdollisia kompromisseja eri tavoitteiden suhteen. (Kukkonen 2012: 21–24.)



Kuva 6. Dominointi ja Pareto-rintama. A ei dominoi B:tä, mutta C dominoi B:tä, koska B jää C:n takana olevalle laatikkomaiselle alueelle. A:ta ja C:tä ei dominoi mikään piste, joten ne edustavat kuvassa ei-dominoitua joukkoa.

4.2. DE:n laajennus monitavoiteoptimointiin

Differentiaalievoluutiosta on useita laajennuksia monitavoiteoptimointiin (ks. esim. Kukkonen 2012). Ehkä yksinkertaisin tapa on ottaa valintaperusteeksi heikko Pareto-dominanssi kuten lähteessä Price, Storn & Lampinen (2005: 250–251).

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_i & \text{jos } \forall m \in \{1, \dots, M\} : f_m(U_i) \leq f_m(X_i) \\ X_i & \text{muuten} \end{cases} \quad (9)$$

Kaava (9) tekee DE-algoritmista aidon yleistyksen, koska yhden tavoitteen optimoinnissa se käyttäytyy täsmälleen samoin kuin alkuperäinen differentiaalievoluutio.

4.3. Kontrolliparametrien optimointi

Tässä työssä differentiaalievoluutioalgoritmille pyritään löytämään parhaat mahdolliset kontrolliparametrit jokaiselle valitulle CEC05-testifunktiolle. Hyvillä kontrolliparametreilla on kaksi suorituskykymittaria, nopeus ja luotettavuus, jotka ovat keskenään ristiriidassa. Pareto-optimaalisuuden määrittelyn perusteella kontrolliparametrien paremmuutta voidaan vertailla. Tarkoituksena on yrittää löytää kuvassa 6 näkyvä Pareto-rintama.

Kontrolliparametrien optimointi tapahtuu metaevolutiivisesti kahdella tasolla käyttämällä yhtä versiota DE-algoritmista optimoimaan toisen DE-algoritmin käyttämät kontrolliparametrit. Kyseessä on automaattinen parametrien säätäminen Eibenin ym. (1999) luokitteluun nojaten. Ylemmän tason DE:n populaatio esittää parametrivektoreita, joilla alemman tason DE ratkoo testiongelmia. Eibenin & Smitin (2009) luokitteluun perustuen kyseessä on metaevoluutioalgoritmi, jossa ylemmän tason DE on suunnittelukerroksella (design layer) ja alemman tason DE on algoritmikerroksella (algorithm layer).

Alemman tason DE:llä on yksi tavoite: löytää testiongelman minimi. Jokaisesta ajokerrasta mitataan onnistumiskerroin SR ja funktiokutsujen määrä FE . Onnistumiskerroin SR on 1, jos ratkaisu löydettiin eli tavoitefunktion arvo on tietyn rajan ϵ päässä tunnetusta optimista X^* . Muussa tapauksessa $SR = 0$.

$$SR = \begin{cases} 1 & \text{jos } f(X) - f(X^*) < \epsilon \\ 0 & \text{muuten} \end{cases} \quad (10)$$

Funktiokutsujen määrä FE on yksinkertaisesti se määrä FE_{count} tavoitefunktion kutsuja, mikä tarvittiin ratkaisun löytämiseksi. Jos ratkaisua ei löydetä, FE :tä ei ole määritetty. Teknisesti FE on silloin NaN (Not a Number).

$$FE = \begin{cases} FE_{count} & \text{jos } SR = 1 \\ NaN & \text{muuten} \end{cases} \quad (11)$$

Alemman tason DE:tä ajetaan 100 kertaa, ja ajoista mitataan keskiarvot \overline{SR} ja \overline{FE} . \overline{SR} on yksinkertaisesti prosenttiosuus löydetyistä ratkaisukerroista.

$$\overline{SR} \in [0, 1] = \frac{1}{100} \cdot \sum_{n=1}^{100} SR \quad (12)$$

\overline{FE} mittaa vain onnistuneiden ajojen keskiarvoa. Jos ratkaisua ei löydetä kertaakaan eli $\overline{SR} = 0$, \overline{FE} ei ole määritetty.

$$\overline{FE} = \begin{cases} NaN & \text{jos } \overline{SR} = 0 \\ \overline{SR} \cdot \sum_{n=1}^{100} (FE \setminus NaN) & \text{muuten} \end{cases} \quad (13)$$

Ylemmän tason DE:llä on kaksi tavoitetta. Ne ovat \overline{SR} :n maksimointi ja \overline{FE} :n minimointi. Tavoitteet voidaan esittää minimointitehtävänä:

$$\max(\overline{SR}) \wedge \min(\overline{FE}) \Leftrightarrow \min\{-\overline{SR}, \overline{FE}\} \quad (14)$$

Taulukko 3. Differentiaalievoluution kaksi tasoa ja niissä olevat suorituskykymitarit.

	Tavoite	Yksilön hyvyys	Populaation hyvyys
DE ₂	$\min\{-\overline{SR}, \overline{FE}\}$	$\overline{SR}, \overline{FE}$	-
DE ₁	$\min(f(X))$	$f(X)$	SR, FE

NP esitetään ylemmällä tasolla liukulukuna mutta muutetaan alemmalla tasolla käytettäessä kokonaisluvuksi lattiafunktioilla. Mutaatio ja risteytys toimivat ylemmällä tasolla samalla tavalla kuin alemmalla tasolla. Valintaoperaatiota joudutaan muokkaamaan, koska tavoitteita on kaksi.

Valintaperusteena on heikko Pareto-dominanssi kuten kaavassa (9). Tässä tapauksessa se tarkoittaa, että yritevektorin \overline{SR} on oltava vähintään yhtä suuri kuin kohdevektorin \overline{SR} , ja yritevektorin \overline{FE} on oltava vähintään yhtä pieni kuin kohdevektorin \overline{FE} . Olkoon $X_{\overline{FE}}$ kohdevektorin \overline{FE} ja $X_{\overline{SR}}$ kohdevektorin \overline{SR} . Olkoon vastaavasti $U_{\overline{FE}}$ yritevektorin \overline{FE} ja $U_{\overline{SR}}$ yritevektorin \overline{SR} .

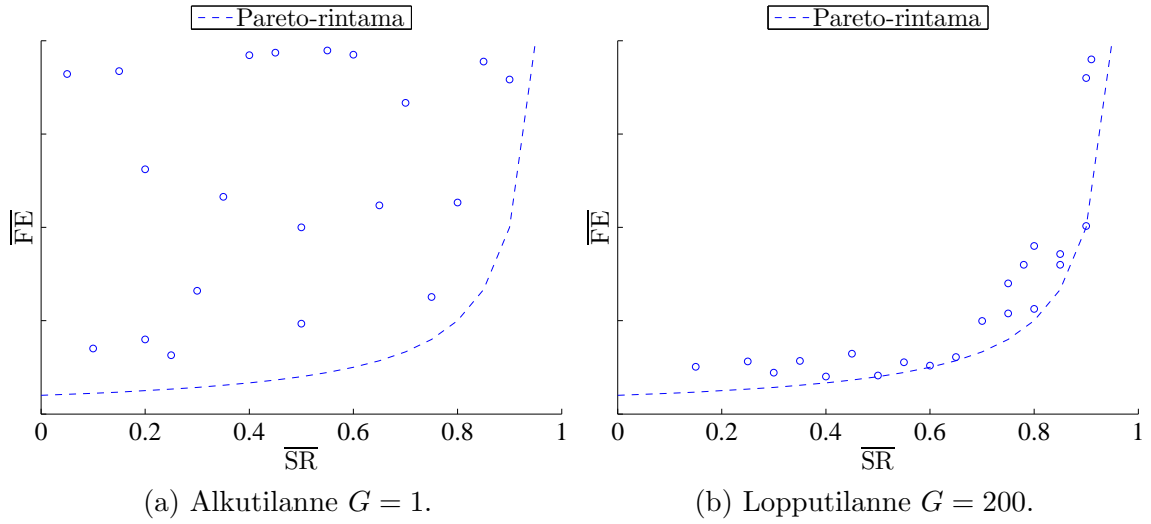
$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_i & X_{\overline{FE}} \geq U_{\overline{FE}} \wedge X_{\overline{SR}} \leq U_{\overline{SR}} \\ X_i & \text{muuten} \end{cases} \quad (15)$$

On kuitenkin mahdollista, että jomman kumman vektorin $\overline{FE} = NaN$, joten valintasääntöä pitää hieman laajentaa. Koska $\overline{SR} = 0 \Leftrightarrow \overline{FE} = NaN$, voidaan yhtä hyvin tarkistaa molemmilta vektoreilta \overline{SR} . Ensin tarkistetaan kohdevektorin \overline{SR} ja sitten yritevektorin \overline{SR} . Jos kohdevektorilla $\overline{SR} = 0$, valitaan yritevektori. Jos yritevektorilla $\overline{SR} = 0$, valitaan kohdevektori. NaN -tarkistuksien jälkeen valintaperusteena on heikko Pareto-dominanssi.

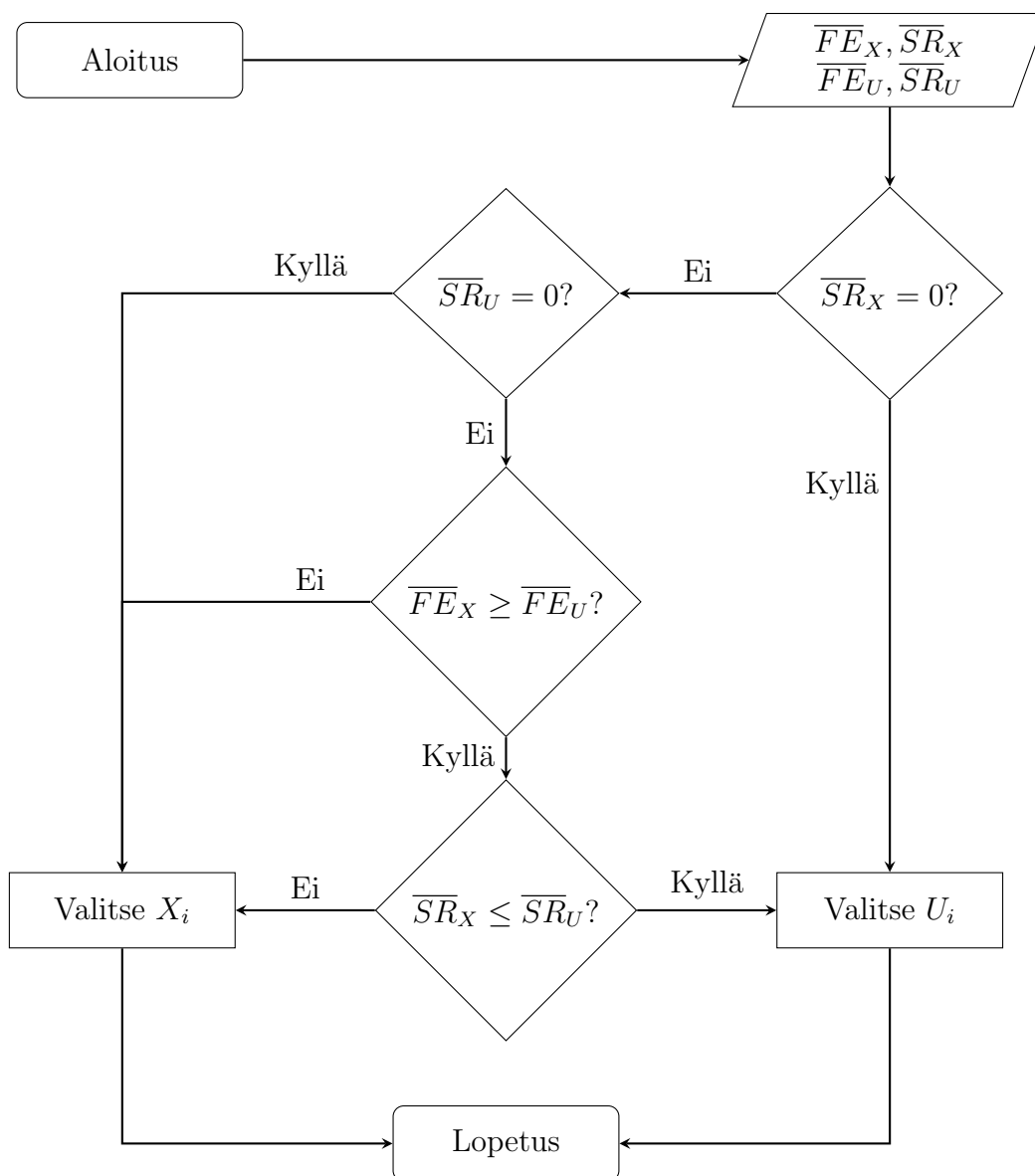
$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_i & \text{jos } \begin{cases} X_{\overline{SR}} = 0 \\ \vee \\ X_{\overline{SR}} \neq 0 \neq U_{\overline{SR}} \wedge X_{\overline{FE}} \geq U_{\overline{FE}} \wedge X_{\overline{SR}} \leq U_{\overline{SR}} \end{cases} \\ X_i & \text{muuten} \end{cases} \quad (16)$$

Huomionarvoista on, että jos kohdevektorin $\overline{SR} = 0$, valintapainetta ei ole ja mikä tahansa yritevektori pääsee jatkoon. Valintasäännöstä on vuokaavio kuvassa 8.

Ylemmän tason DE-algoritmin suoritus lopetetaan, kun 200 sukupolvea on tullut täyteen. Tällöin viimeisen populaation toivotaan approksimoivan Pareto-rintamaa tarpeeksi hyvin.



Kuva 7. Ylemmällä tasolla suoritettavan Pareto-optimoinnin tarkoituksena on approksimoida Pareto-rintamaa mahdollisimman hyvin.



Kuva 8. Vuokaavio ylempään tason DE:n valintasäännöstä.

5. KOKEIDEN SUUNNITTELU JA SUORITUS

Ylemmällä tasolla käytettiin kontrolliparametreina $NP = 20$, $F = 0,9$ ja $CR = 0,9$. Jos näille lasketaan kaavalla (6) Zaharien c , saadaan $c = 1,5519$. Arvo on hieman yli Kukkosen (2012: 79) suosittelman ylärajan, mutta yläraja ei ole tiukka. NP oli metatasolla liukuluku, mutta se muutettiin käytettäessä kokonaisluvuksi lattiafunktioilla.

Koska differentiaalievoluutiossa on satunnainen komponentti mukana, voivat eri ajokerrat tuottaa eri tuloksen. Jotta satunnaisuus saadaan hallintaan, ajettiin alemmalla tasolla 100 etsintää. Kokeet suoritettiin Vaasan yliopiston tietokoneilla ja CSC:n Taito-superklusterissa.

Kokeissa käytettiin Rainer Stornin Matlabille kirjoittamaa versiota DE:stä (Storn 2015). Ylemmän tason DE rakennettiin yllä olevan kuvauksen mukaisesti. Jokainen populaatio tallennettiin, jotta parametrien kehitystä voitiin seurata. Jokaisesta parametriyhdistelmästä tallennettiin sen saavuttamat \overline{FE} ja \overline{SR} . Ylempi taso mittasi alemmalta tasolta myös suoritusaikaa, joka sukupolvien kehittämiseen kului.

Käytettäviksi testiongelmiiksi valittiin CEC05-testifunktioiden joukosta kaikki perusfunktiot (12 kpl), jotka on listattu taulukossa 4. Funktioita on havainnollistettu kuvissa 9 ja 10. Testifunktioista käytettiin niiden 10-ulotteisia versioita.

Taulukko 4. Käytetyt CEC05-testifunktiot (Suganthan ym. 2005).

F_1	Shifted Sphere Function	Unimodaali	Separoituva
F_2	Shifted Schwefel's Problem 1.2	Unimodaali	Ei-separoituva
F_3	Shifted Rotated High Conditioned Elliptic Function	Unimodaali	Ei-separoituva
F_4	Shifted Schwefel's Problem 1.2 with Noise in Fitness	Unimodaali	Ei-separoituva
F_5	Schwefel's Problem 2.6 with Global Optimum on Bounds	Unimodaali	Ei-separoituva
F_6	Shifted Rosenbrock's Function	Multimodaali	Ei-separoituva
F_7	Shifted Rotated Griewank's Function without Bounds	Multimodaali	Ei-separoituva
F_8	Shifted Rotated Ackley's Function with Global Optimum on Bounds	Multimodaali	Ei-separoituva
F_9	Shifted Rastrigin's Function	Multimodaali	Separoituva
F_{10}	Shifted Rotated Rastrigin's Function	Multimodaali	Ei-separoituva
F_{11}	Shifted Rotated Weierstrass Function	Multimodaali	Ei-separoituva
F_{12}	Schwefel's Problem 2.13	Multimodaali	Ei-separoituva

Taulukko 5. Alemman tason populaation laatikkorajoitteet.

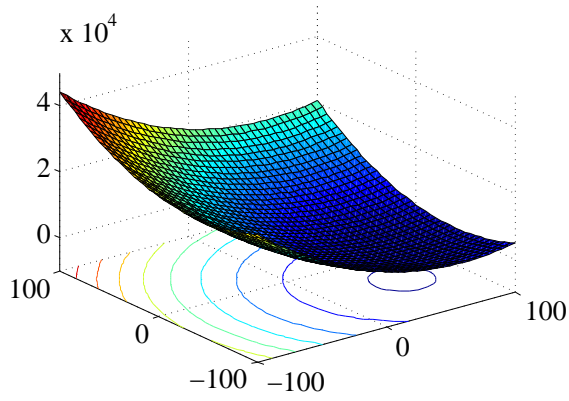
	Alaraja	Yläraja
NP	4	200
F	0	2
CR	0	1

CEC05-evoluutiolaskentakilpailun ohjeistuksessa (Suganthan ym. 2005: 40–41) määritellään sallittu virhe $\epsilon \in \{10^{-6}, 10^{-2}, 10^{-1}\}$ jokaiselle funktiolle, minkä lisäksi määritellään lopetusvirhe $\text{Ter_Err} = 10^{-8}$. Tavoitefunktion virhe $f(X) - f(X^*)$ mitataan ($f(X^*) =$ tunnettu optimi) ja algoritmin suoritus lopetetaan lopetusvirheen alapuolella. Sallitun virheen alapuolella ollut suoritus lasketaan onnistuneeksi. Tässä työssä sallittu virhe asetettiin kaikille funktioille samaksi kuin CEC05:n Ter_Err eli $\epsilon = 10^{-8}$. Sallittu virhe oli samalla myös lopetusvirhe. Funktiokutsujen yläraja FE_{max} oli CEC05:n mukaisesti $10^4 D$ eli 100 000.

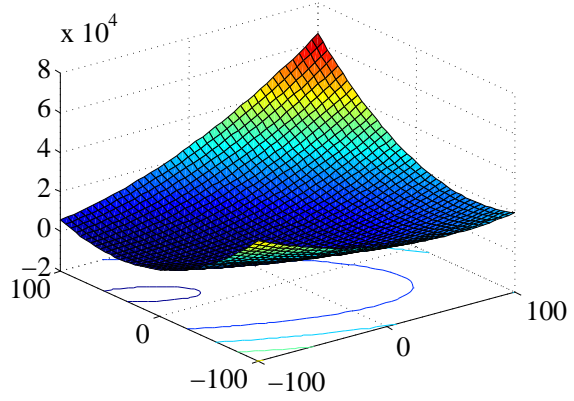
Alemman tason populaatiolle asetettiin laatikkorajoitteet taulukon 5 mukaan. NP :n alaraja 4 on pienin populaatio, jolla differentiaalievoluutioalgoritmi toimii. NP :n yläraja 200 on valittu siten, että laskenta-aika ei kasvaisi liian suureksi ja populaatio ehtisi konvergoitua ennen FE_{max} :n saavuttamista. F :n yläraja asetettiin tarkoituksella hyväksi havaittuja arvoja selvästi suuremmaksi. CR esittää todennäköisyyttä, joten sen rajat ovat luonnollisesti 0 ja 1.

Algoritmin tila tallennettiin jokaisen sukupolven kehityksen jälkeen, jolloin algoritmin tilaa voitiin tarkkailla sen ajon aikana. Tallennuspisteet myös mahdollistivat algoritmin keskeyttämisen. Satunnaislukugeneraattori alustettiin samalla siemenluvulla jokaiselle funktiolle. Satunnaislukugeneraattorin tila tallennettiin algoritmin tilan tallennuksessa, joten jos testialgoritmi jouduttiin keskeyttämään, pystyi se jatkamaan tallennuspisteestä täsmälleen samalla tavalla.

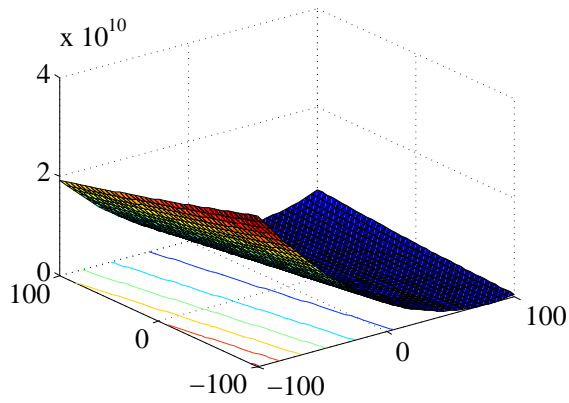
Ylemmälle tasolle tehtiin testien nopeuttamiseksi optimointi, jossa epäkelvo yritevektori hylättiin mahdollisimman aikaisessa vaiheessa, eikä 100 testin ajoa suoritettu siinä tapauksessa loppuun. Epäkelpo yritevektorin tunnistamisessa oletetaan, että kaikki jäljellä olevat ajokerrat onnistuvat 0:lla tavoitefunktion kutsulla. Jos yritevektori ei tässäkään tapauksessa dominoi kohdevektoria (heikosti), voidaan olla varmoja, että se tulisi myöhemminkin hylätyksi, jos kaikki testiajot suoritettaisiin. Testiajot lopetettiin silloin ennenaikaisesti, ja ohitetuista ajokerroista pidettiin kirjaa. Optimoinnin ansiosta keskimäärin 15 % testiajoista voitiin jättää ajamatta.



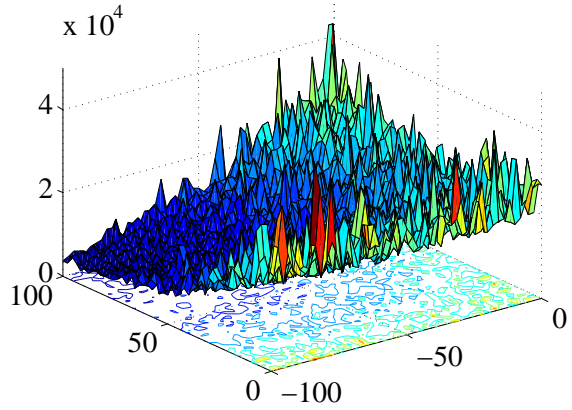
Funktio 1 (Sphere).



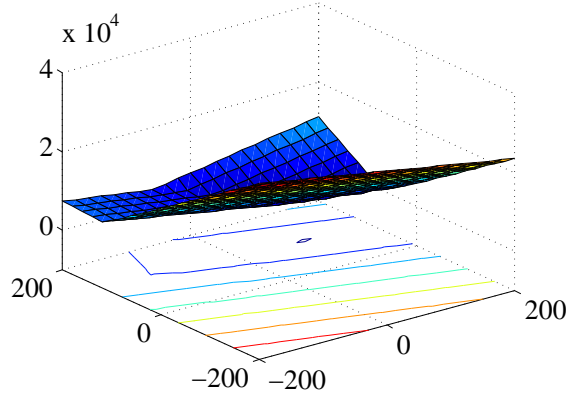
Funktio 2 (Schwefel 1.2).



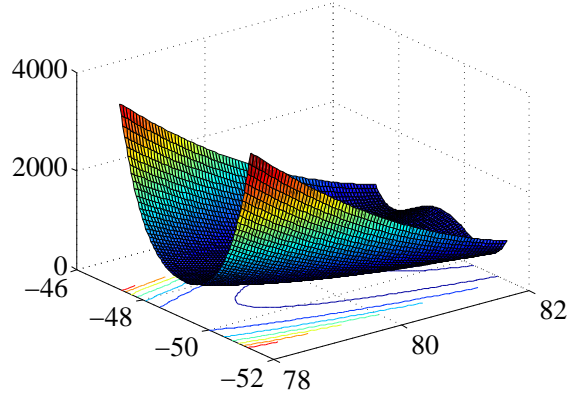
Funktio 3 (Elliptic).



Funktio 4 (Schwefel 1.2 kohinalla).

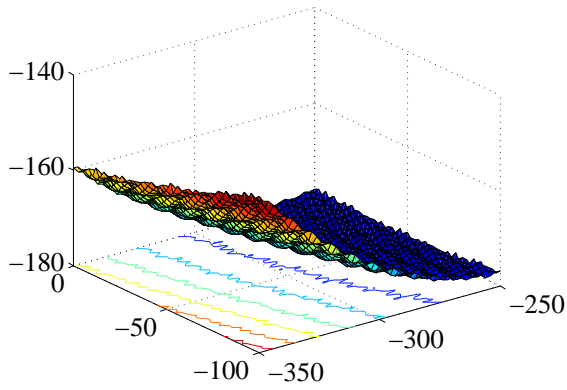


Funktio 5 (Schwefel 2.6).

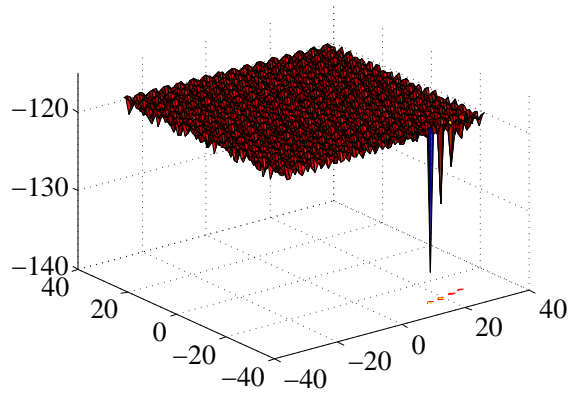


Funktio 6 (Rosenbrock).

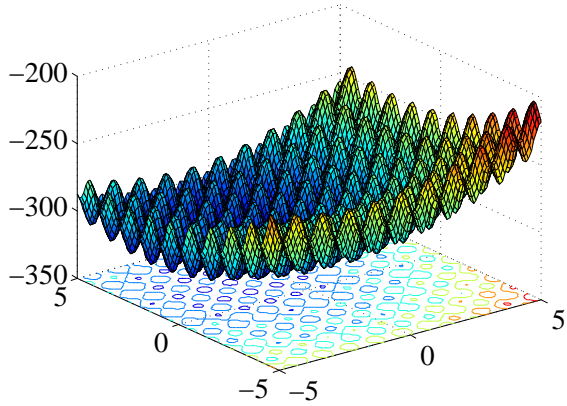
Kuva 9. CEC05-testifunktioiden 2D-versioiden 3D-havainnollistuksia.



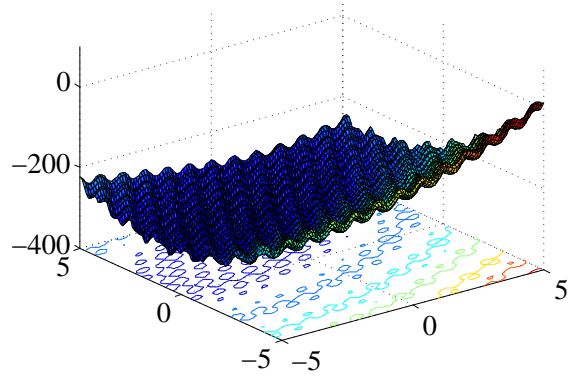
Funktion 7 (Griewank).



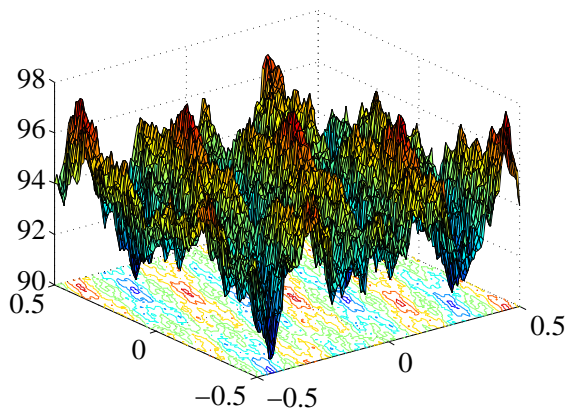
Funktion 8 (Ackley).



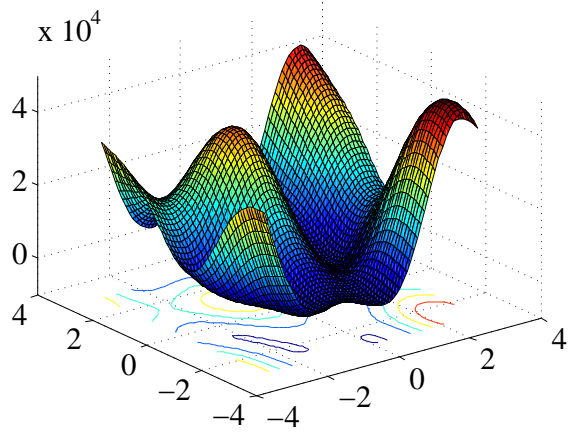
Funktion 9 (Rastrigin).



Funktion 10 (käännetty Rastrigin).



Funktion 11 (Weierstrass).

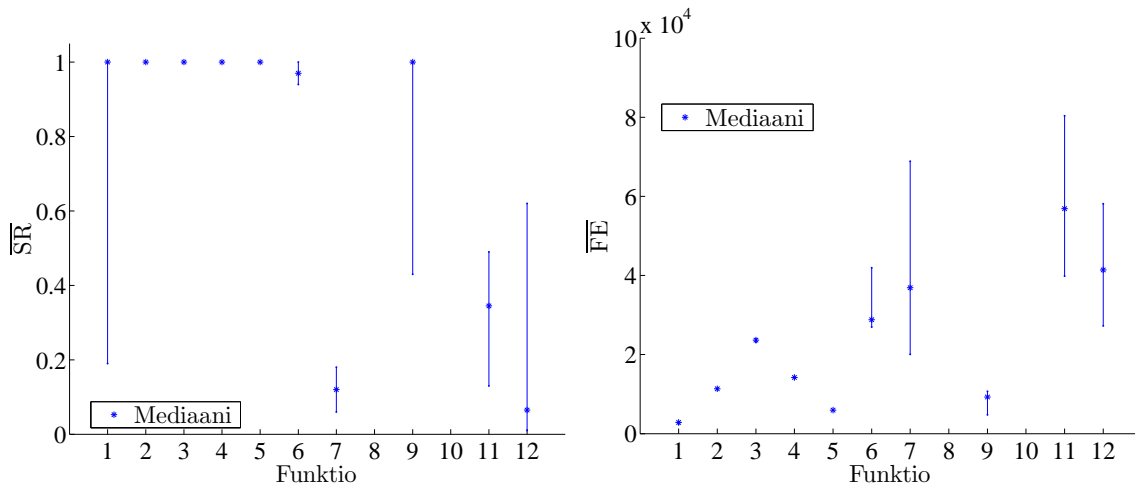


Funktion 12 (Schwefel 2.3).

Kuva 10. CEC05-testifunktioiden 2D-versioiden 3D-havainnollistuksia.

6. KOKEIDEN TULOKSET

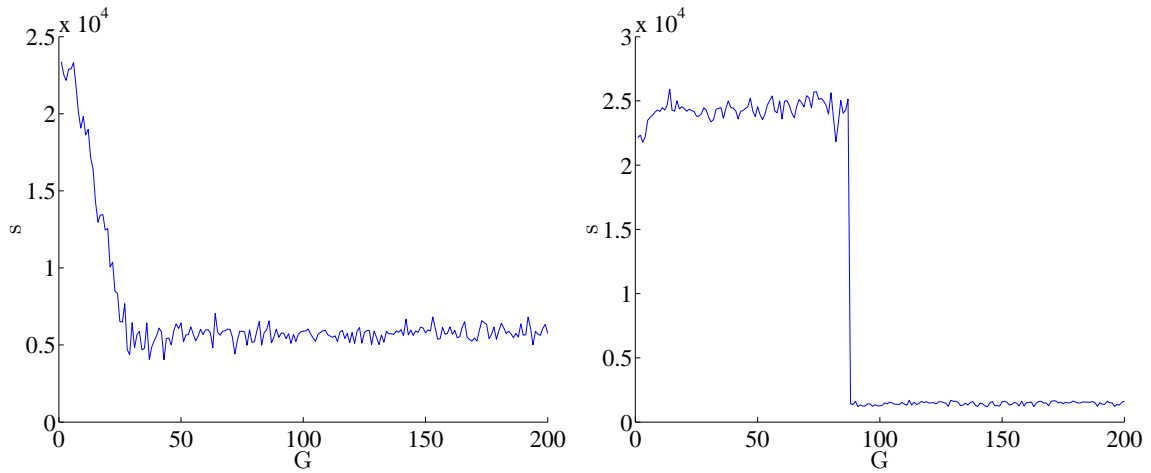
Funktioille 1–6 ja 9 onnistuttiin löytämään kontrolliparametrit, joilla funktion mediaani \overline{SR} oli 1,0 tai lähellä sitä, joten ryhmittelen ne korkean onnistumisprosentin funktioiksi. Funktioilla 7, 11 ja 12 \overline{SR} jäi matalammaksi (0,24–0,48), joten ryhmittelen ne matalan onnistumisprosentin funktioiksi. Funktioille 8 ja 10 ei onnistuttu löytämään mitään kontrolliparametreja, joilla DE-algoritmi ratkaisisi funktion luotettavasti sallitun FE_{max} :n puitteissa, joten ryhmittelen ne ratkaisemattomiksi funktioiksi. Korkean onnistumisprosentin funktioille oli ominaista, että \overline{FE} :n vaihtelu jäi pieneksi, kun taas matalan onnistumisprosentin funktioissa vaihtelu oli suurta. Kuva 11 havainnollistaa funktioista saatuja tuloksia.



Kuva 11. Suorituskykymittareiden alueet ylemmän tason viimeisistä populaatioista.

Testialgoritmi käynnistyi hitaasti, koska satunnaisesti alustettu ensimmäinen populaatio menestyi yleensä heikosti. Algoritmi joutui suorittamaan aluksi paljon ajoja, joissa ratkaisua ei löydetty. Kun evoluutio alkoi tuottamaan parempia parametriyhdistelmiä, alkoi ratkaisu löytyä useammin ja sukupolven kehittämiseen kuluva aika alkoi nopeasti laskea. Sukupolven kehittämiseen kuluva aika tasaantui yleensä 20.–50. sukupolven välillä, vaikka pientä heilahtelua esiintyi senkin jälkeen. Matalan onnistumisprosentin funktioilla ja ratkaisemattomilla funktioilla kiihdytysilmiötä ei näkynyt.

Ohitetut ajokerrat olivat aluksi 0 mutta lähtivät nousemaan, kun evoluutio rupesi tuottamaan paremmin onnistuvia parametriyhdistelmiä. Ohitetut ajokerrat kävivät korkealla korkean onnistumisprosentin funktioilla. Osalla ne kävivät jopa lähellä 75 %:ia. Ohitetut ajokerrat kääntyivät laskuun 25. sukupolven kohdalla ja tasaantuivat 50. sukupolven kohdalla. Matalan onnistumisprosentin funktioilla myös ohitettujen



(a) Funktio 3 (Elliptic). Ylemmän tason populaation kehittämiseen mennyt aika.

(b) Funktio 12 (Schwefel 2.13). Ylemmän tason populaation kehittämiseen mennyt aika.

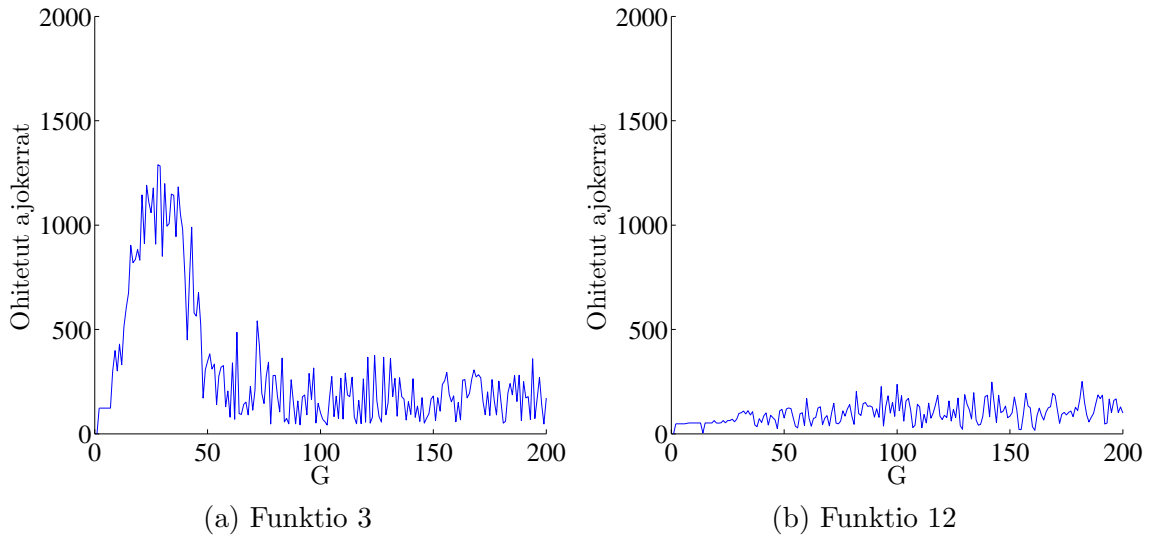
Kuva 12. Laskenta-aika. (a)-kohdassa näkyy korkean onnistumisprosentin funktiolle tyypillinen sukupolven kehittämiseen kuluvan ajan lasku ja laskun tasaantuminen. (b)-kohdassa näkyvä laskenta-ajan lasku johtuu algoritmin siirtämisestä CSC:n laskentaympäristöön, jossa voitiin käyttää yksilöiden arvioimiseen parfor-silmukkaa.

ajokertojen osuus jäi pienemmäksi, eikä ohitetuissa ajokertoissa esiintynyt kohoumaa. Keskimäärin ohitettuja ajokertoja oli 15 % koko evoluution aikana.

Taulukko 6. Ohitetut ajokerrat per funktio 400 000 ajosta.

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_9	F_{11}	F_{12}
%	23,4	11,8	15,5	14,4	14,4	26,6	4,3	27,3	9,5	4,9

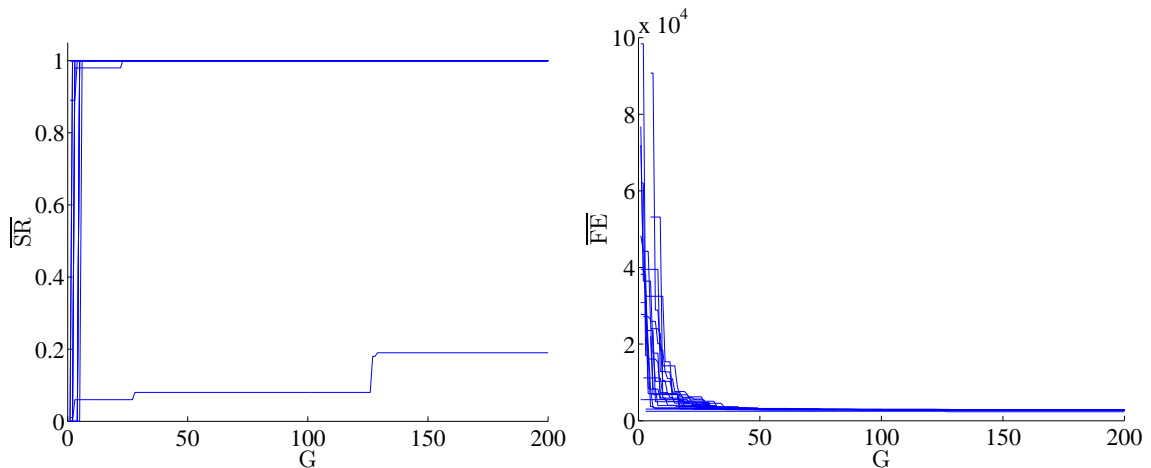
Esitän korkean ja matalan onnistumisprosentin funktioista viimeisen populaation tiedot taulukossa yhdessä tilastollisten tunnuslukujen kanssa. Esitän viimeisen populaation myös kuvaajana approksimoimassa Pareto-optimaalista rintamaa. Kuvaajissa ovat mukana myös dominoidut pisteet, koska pisteitä on yhteensä niin vähän. Lisäksi havainnollistan parametrien (NP , F , ja CR) ja suorituskykykymittareiden (\overline{SR} , \overline{FE}) evoluutiota kuvaajilla. Osasta funktioita esitän parametrien välisiä suhteita kuvaajilla, jos parametrien (Pearsonin) korrelaatiokertoimessa on jotain huomionarvoista.



Kuva 13. Ohitetut ajokerrat per sukupolvi. (a)-kohdassa näkyy kohouma korkean onnistumisprosentin funktioilla, mutta (b)-kohdassa kohoumaa ei näy matalan onnistumisprosentin funktioilla.

6.1. F_1 : Shifted Sphere Function

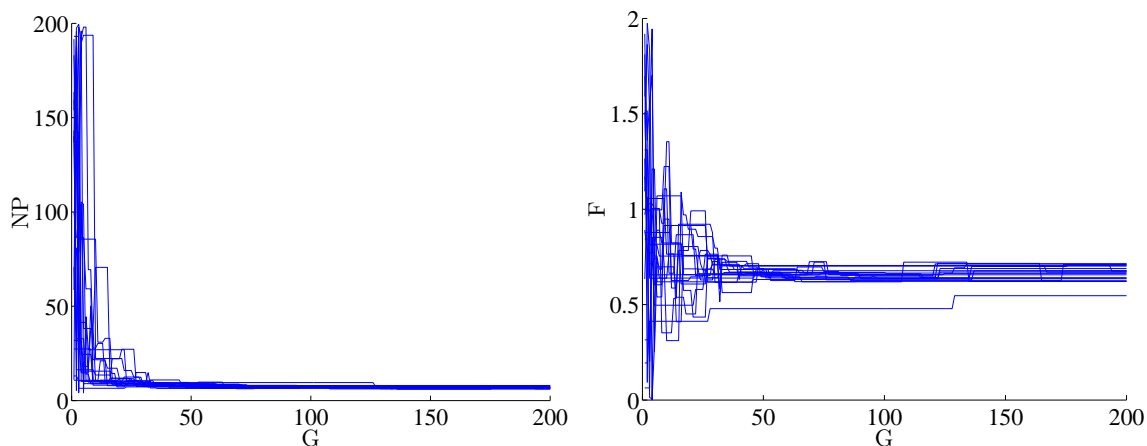
Funktio 1 oli testijoukon helpoimpia laskennallisesti. Jo ensimmäisessä sukupolvessa eli satunnaisilla kontrolliparametreilla oli 8 yksilöä, jotka saavuttivat \overline{SR} 1,0:n. Myös muiden yksilöiden \overline{SR} kohosi nopeasti maksimiin samalla kun \overline{FE} laski nopeasti. Yksi yksilöistä ei kyennyt saavuttamaan \overline{SR} 1,0:aa, mikä oli yllätys. Syy lienee joukon pienimmässä \overline{FE} :ssä, jonka johdosta yksilö voitti vertailussa kilpailijansa.



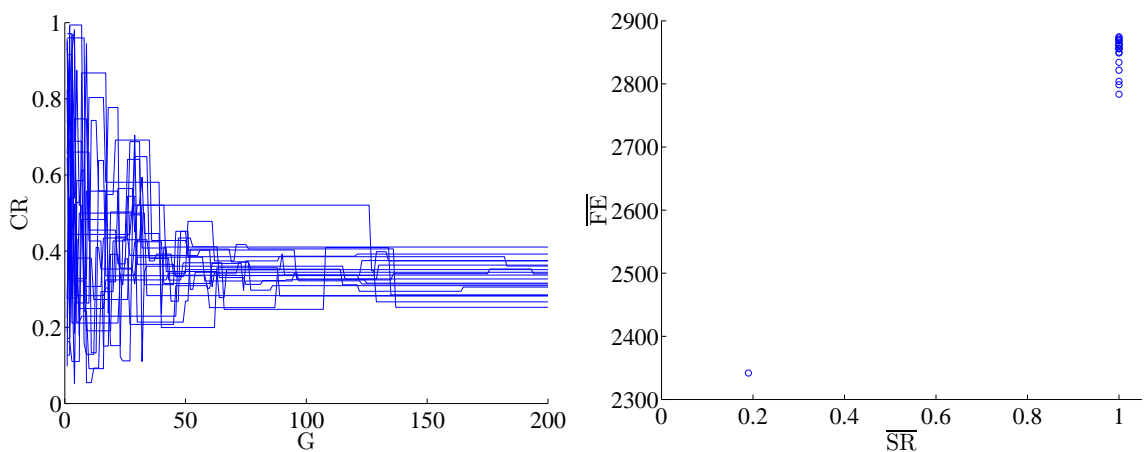
Kuva 14. Funktio 1 (Sphere). Suorituskykymittareiden \overline{SR} (luotettavuus) ja \overline{FE} (laskenta-aika) kehittyminen.

Populaation koko NP laski nopeasti 6:n ja 7:n välille. Mutaatiovakio F haki hieman paikkaansa, mutta vakiintui kuitenkin nopeasti 0,67:n tuntumaan. Myös risteytysvakio

CR :n arvo vaihteli, mutta vakiintui nopeasti 0,33:n tuntumaan, mikä oli odotettavaa, koska kyseessä on separoituva funktio. Kaikki parametrit olivat lopuksi melko kapealla alueella.



Kuva 15. Funktio 1 (Sphere). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).



Kuva 16. Funktio 1 (Sphere). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).

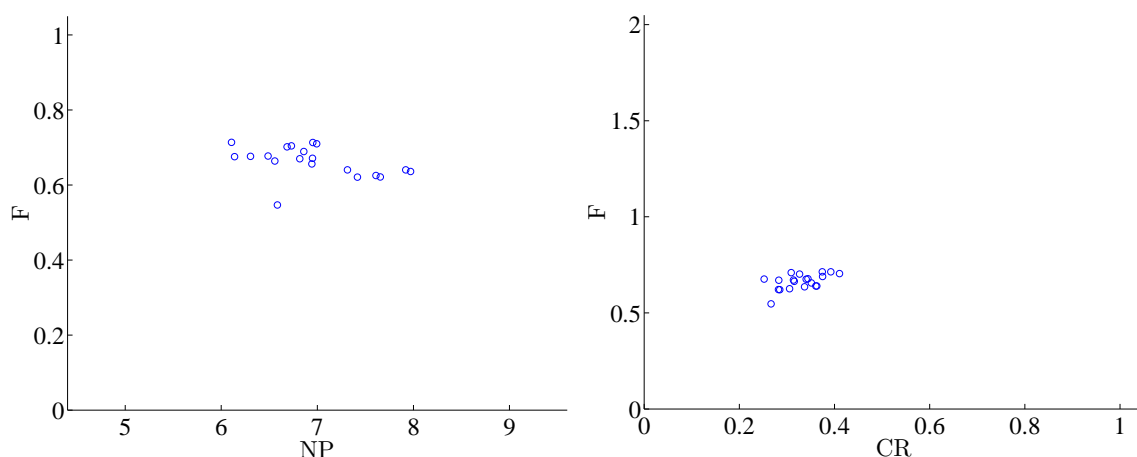
Koska lähes kaikilla yksilöillä \overline{SR} oli 1, ei sen riippuvuutta muihin muuttujiin saatu kunnolla esiin, vaikka korrelaatiokerroin saatiinkin laskettua. Funktio oli yksinkertaisesti liian helppo ratkaistava annetuilla rajoitteilla. Pienentämällä \overline{FE}_{max} :ia saavutettaisiin lopulta piste, jossa \overline{SR} :n hajontaa rupeaisi esiintymään.

Taulukko 7. Funktio 1 (Sphere). Viimeinen populaatio.

X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	6,1069	0,71366	0,37428	2868,66	1
2	6,3043	0,67629	0,25234	2855,58	1
3	7,6102	0,62525	0,30568	2855,93	1
4	7,3131	0,64006	0,36078	2864,47	1
5	7,6546	0,62146	0,28228	2856,42	1
6	6,95	0,67119	0,31387	2848,86	1
7	6,9525	0,71324	0,39236	2803,98	1
8	6,7306	0,70413	0,41073	2861,88	1
9	6,8596	0,68927	0,37509	2783,7	1
10	6,5579	0,66384	0,3157	2868,06	1
11	6,8172	0,66987	0,28302	2798,58	1
12	6,5841	0,54678	0,26681	2341,8947	0,19
13	6,1379	0,67544	0,34055	2834,04	1
14	6,4872	0,6772	0,34424	2874,66	1
15	7,9701	0,63586	0,33706	2872,8	1
16	7,4167	0,62083	0,28498	2861,88	1
17	6,6847	0,70169	0,32681	2860,74	1
18	6,9428	0,656	0,35137	2821,62	1
19	7,9207	0,64007	0,36307	2870,63	1
20	6,9925	0,70983	0,30924	2850,06	1
Minimi	6,1069	0,54678	0,25234	2341,8947	0,19
Maksimi	7,9701	0,71366	0,41073	2874,66	1
Keskiarvo	6,9497	0,6626	0,32951	2822,7222	0,9595
Mediaani	6,9012	0,67053	0,33194	2856,175	1
Keskihajonta	0,54773	0,04109	0,043097	116,1784	0,18112
Varianssi	0,30001	0,0016884	0,0018573	13497,4134	0,032805

Taulukko 8. Funktio 1 (Sphere). Korrelaatiokertoimet.

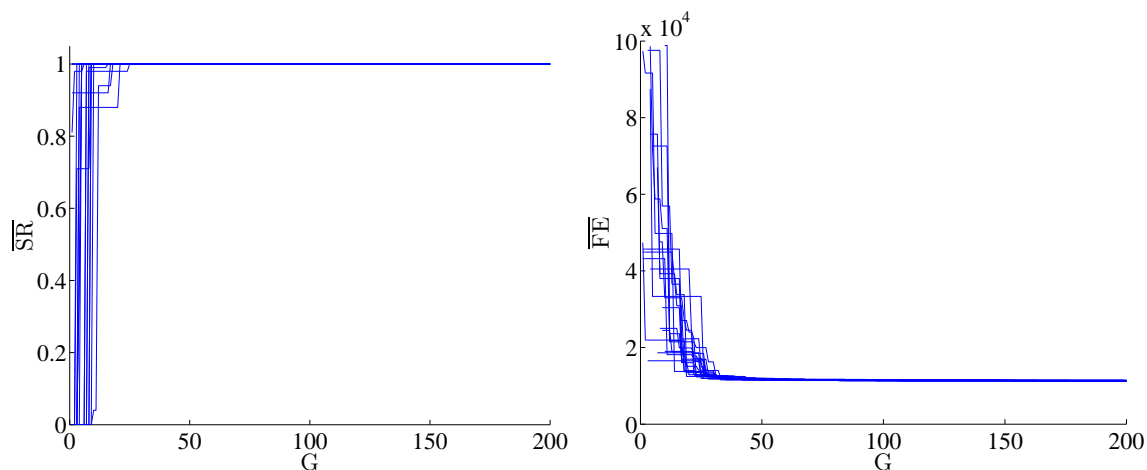
	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,41704	-0,020994	0,19094	0,15711
F	-0,41704	1	0,53355	0,59856	0,66341
CR	-0,020994	0,53355	1	0,30854	0,34244
\overline{FE}	0,19094	0,59856	0,30854	1	0,97415
\overline{SR}	0,15711	0,66341	0,34244	0,97415	1



Kuva 17. Funktio 1 (Sphere). Viimeinen populaatio. (Huom. NP muutetaan kokonaisluvuksi käytettäessä.)

6.2. F_2 : Shifted Schwefel's Problem 1.2

Funktiossa 2 populaation \overline{SR} :t nousivat nopeasti maksimiin ja \overline{FE} :t laskivat samalla nopeasti, mikä oli tyypillistä korkean onnistumisprosentin funktioille. Tässä funktiossa koko populaatio saavutti \overline{SR} 1,0:n, joten osaa korrelaatiokertoimista ei pystytty laskemaan.



Kuva 18. Funktio 2 (Schwefel 1.2). Suorituskykymittareiden \overline{SR} (luotettavuus) ja \overline{FE} (laskenta-aika) kehittyminen.

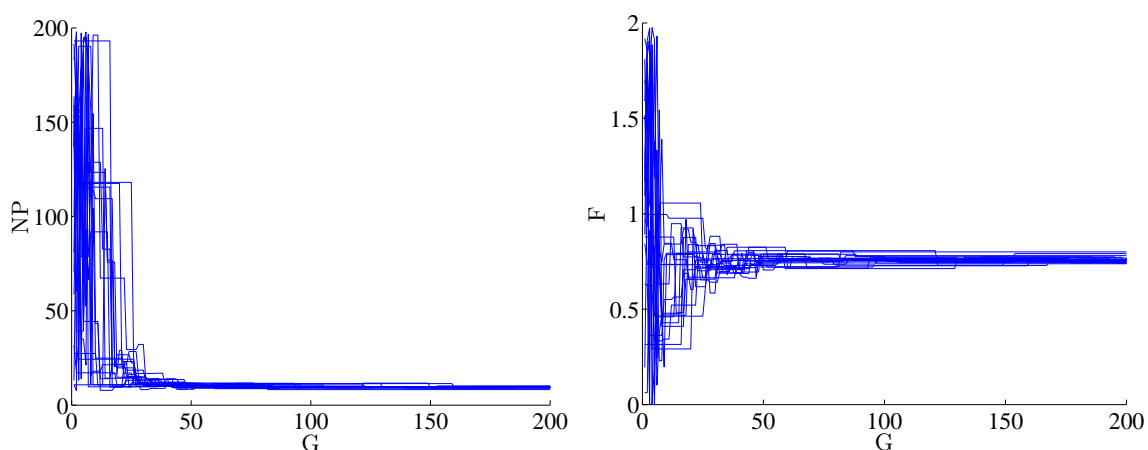
Populaation koko NP laski nopeasti ja jäi 8:n ja 10:n välille. Mutaatiovakio F tasaantui nopeasti 0,75:n lähelle. Risteytysvakio CR kehittyi aluksi kohti 1:stä, mutta rupesi sitten laskemaan ja jäi 0,78:n tienoille.

Taulukko 9. Funktio 2 (Schwefel 1.2). Viimeinen populaatio.

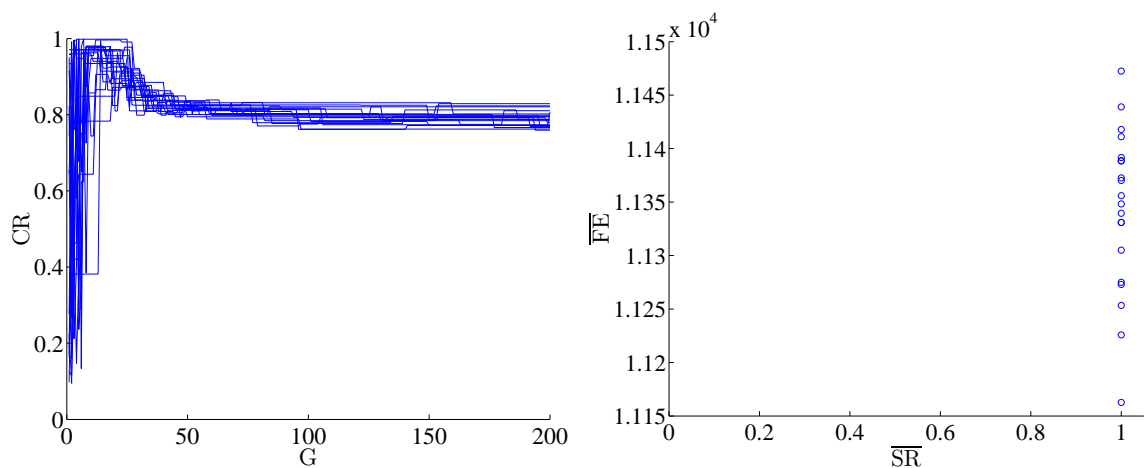
X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	9,0269	0,76149	0,79458	11391,57	1
2	10,1651	0,75982	0,82313	11225,7	1
3	9,6986	0,75344	0,787	11388,51	1
4	9,7765	0,78027	0,8208	11330,91	1
5	9,4905	0,74802	0,77903	11388,6	1
6	9,4219	0,75052	0,75925	11339,46	1
7	9,7148	0,74237	0,76647	11355,93	1
8	9,2338	0,74353	0,77357	11253,33	1
9	9,9754	0,75903	0,78817	11417,85	1
10	9,0449	0,74918	0,77177	11372,58	1
11	9,2743	0,74815	0,80204	11438,91	1
12	8,2322	0,79985	0,78415	11305,04	1
13	9,8858	0,79087	0,82896	11472,39	1
14	9,458	0,75567	0,7957	11330,91	1
15	9,3546	0,76807	0,81063	11370,15	1
16	9,2624	0,74046	0,77026	11274,93	1
17	9,2621	0,75619	0,79855	11411,1	1
18	9,7862	0,73766	0,76211	11273,04	1
19	9,9607	0,769	0,80665	11162,61	1
20	9,5477	0,74555	0,76864	11348,19	1
Minimi	8,2322	0,73766	0,75925	11162,61	1
Maksimi	10,1651	0,79985	0,82896	11472,39	1
Keskiarvo	9,4786	0,75796	0,78957	11342,5855	1
Mediaani	9,4743	0,75456	0,78759	11352,06	1
Keskihajonta	0,4334	0,016634	0,02106	76,1257	0
Varianssi	0,18783	0,00027668	0,00044354	5795,1204	0

Taulukko 10. Funktio 2 (Schwefel 1.2). Korrelaatiokertoimet. Osaa korrelaatioker-
toimista ei voitu laskea, koska \overline{SR} oli 1,0 koko viimeisessä populaatiossa.

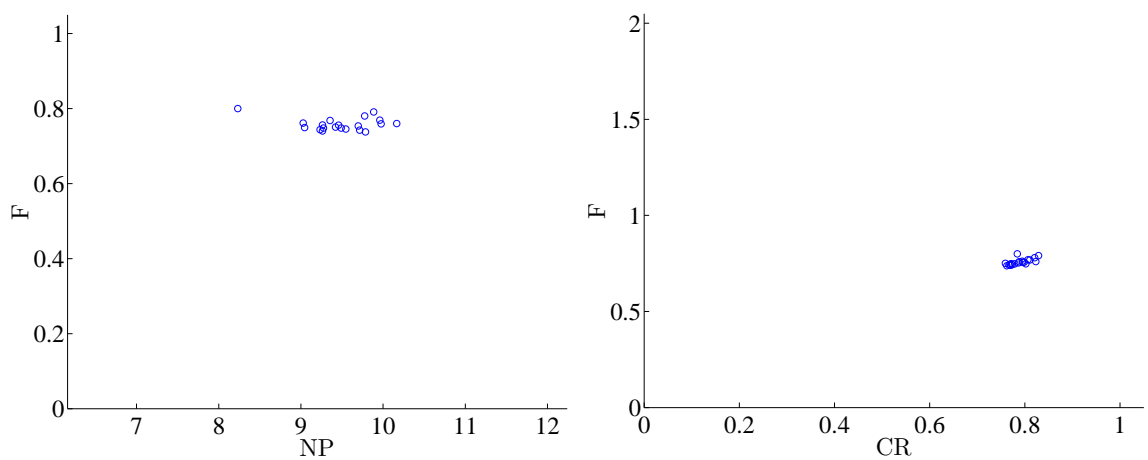
	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,18836	0,31527	-0,12256	-
F	-0,18836	1	0,6518	0,10092	-
CR	0,31527	0,6518	1	0,1181	-
\overline{FE}	-0,12256	0,10092	0,1181	1	-
\overline{SR}	-	-	-	-	-



Kuva 19. Funktio 2 (Schwefel 1.2). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).



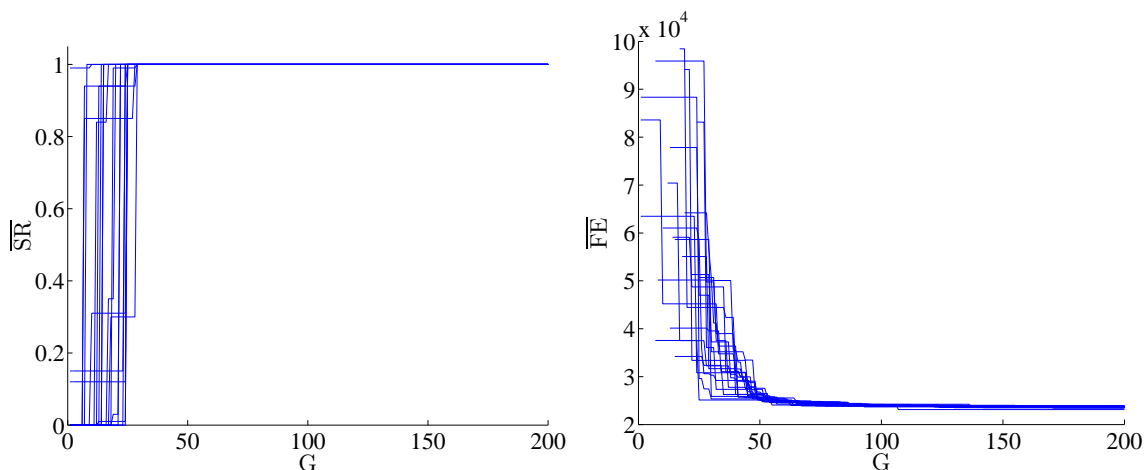
Kuva 20. Funktio 2 (Schwefel 1.2). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).



Kuva 21. Funktio 2 (Schwefel 1.2). Viimeinen populaatio. (Huom. NP muutetaan kokonaisluvuksi käytettäessä.)

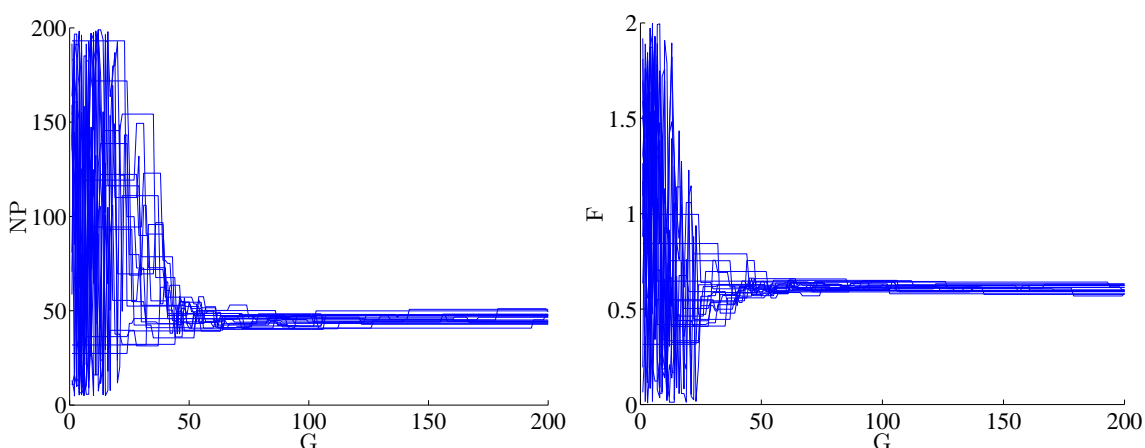
6.3. F_3 : Shifted Rotated High Conditioned Elliptic Function

Funktio 3 oli unimodaaleista funktioista huomattavasti vaikein. Laskenta-aika oli pitempi, \overline{SR} :t nousivat hitaammin ja \overline{FE} :t laskivat hitaammin kuin muissa unimodaaleissa funktioissa. Lopulta tulos oli kuitenkin tyypillinen, eli koko viimeisellä populaatiolla \overline{SR} oli 1,0.



Kuva 22. Funktio 3 (Elliptic). Suorituskykymittareiden \overline{SR} (luotettavuus) ja \overline{FE} (laskenta-aika) kehittyminen.

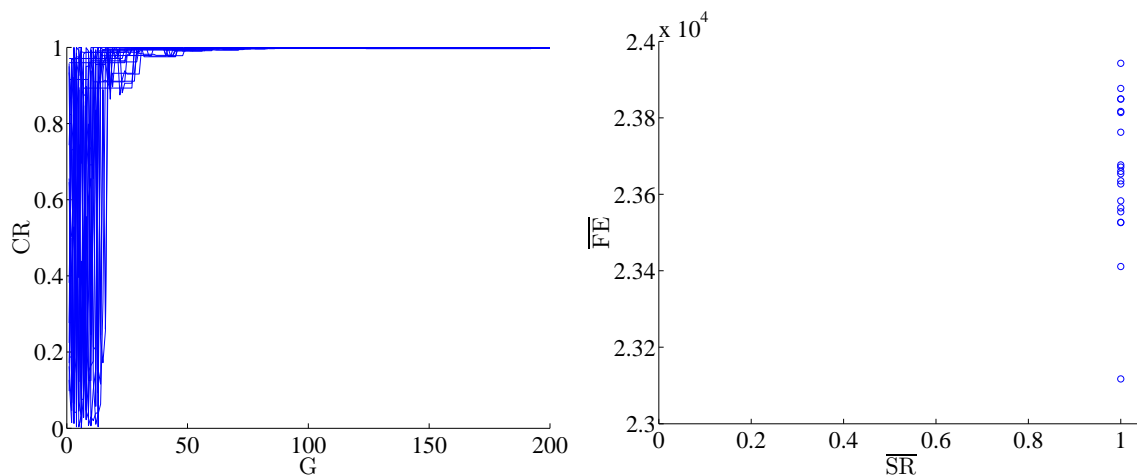
Kaikki kontrolliparametrit vaihtelivat hurjasti n. 20 sukupolven ajan. Populaation koko NP tasaantui lopulta 46:n tienoille, mikä oli unimodaalien testifunktioiden joukossa ehdottomasti suurin populaation koko. Mutaatiovakio F tasaantui 0,6:n tienoille.



Kuva 23. Funktio 3 (Elliptic). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).

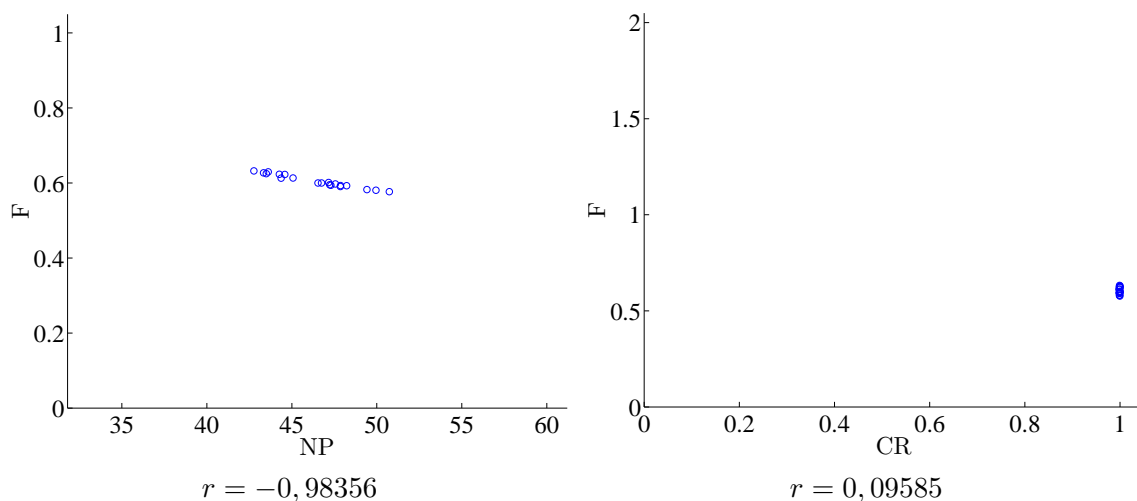
Risteytysvakio CR kehittyi lopulta aivan maksimiarvonsa tuntumaan. Viimeisen

populaation mediaani oli 0,99935, ja kaikki arvot olivat pakkautuneet todella pienelle alueelle (0,99768–0,99997).



Kuva 24. Funktio 3 (Elliptic). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).

Populaation koon NP ja mutaatiovakion F väliltä löydettiin lähes täydellinen negatiivinen korrelaatio $r = -0,98356$. Osaa korrelaatiokertoimista ei voitu laskea (taulukko 12), koska \overline{SR} oli viimeisessä populaatiossa kaikilla yksilöillä 1,0. Risteytysvakio CR :n lisäksi myös mutaatiovakio F :n arvot olivat viimeisessä populaatiossa pakkautuneet pienelle alueelle.



Kuva 25. Funktio 3 (Elliptic). Viimeinen populaatio. (Huom. NP muutetaan kokonaisluvuksi vasta käytettäessä.)

Taulukko 11. Funktio 3 (Elliptic). Viimeinen populaatio.

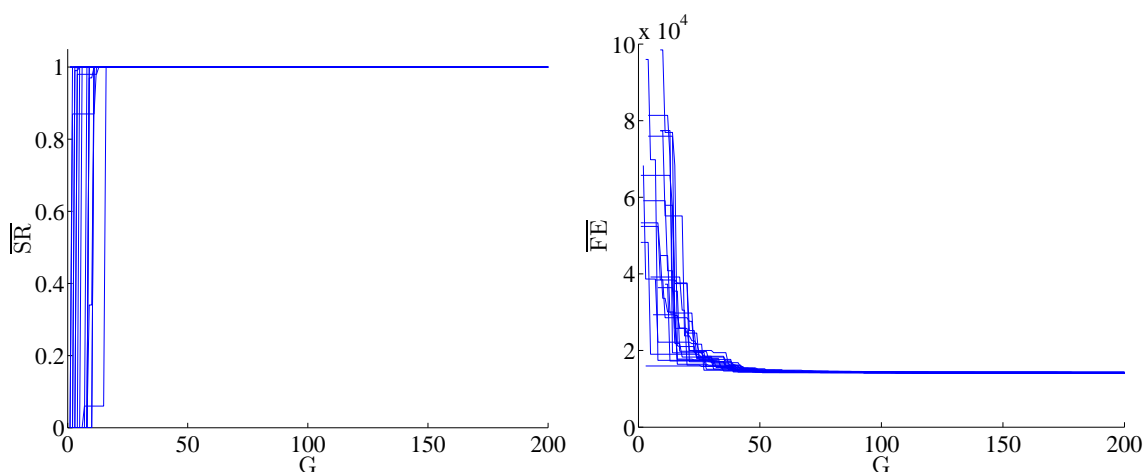
X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	47,2952	0,59372	0,99821	23564,39	1
2	47,1655	0,60114	0,99987	23676,72	1
3	44,3708	0,61263	0,99768	23582,68	1
4	49,4188	0,58229	0,9993	23626,82	1
5	47,8575	0,59048	0,99908	23116,95	1
6	49,952	0,58053	0,99866	23876,72	1
7	43,4978	0,62488	0,99869	23849,09	1
8	46,5379	0,59992	0,99981	23411,24	1
9	43,3372	0,62683	0,99902	23942,4	1
10	42,7658	0,63206	0,99916	23659,86	1
11	47,8652	0,59304	0,99898	23653,69	1
12	50,7329	0,57679	0,99972	23526	1
13	43,6066	0,62962	0,99997	23816,84	1
14	45,0713	0,61339	0,99984	23849,55	1
15	48,2258	0,59247	0,99982	23635,2	1
16	47,5658	0,59741	0,9994	23671,08	1
17	44,2654	0,62316	0,9999	23762,2	1
18	47,2263	0,59532	0,99896	23526,79	1
19	46,7509	0,60011	0,99985	23554,3	1
20	44,5899	0,62265	0,99993	23813,68	1
Minimi	42,7658	0,57679	0,99768	23116,95	1
Maksimi	50,7329	0,63206	0,99997	23942,4	1
Keskiarvo	46,4049	0,60442	0,99929	23655,81	1
Mediaani	46,9582	0,60001	0,99935	23656,775	1
Keskihajonta	2,342	0,017379	0,00064005	188,8535	0
Varianssi	5,4847	0,00030202	4,0966e-07	35665,663	0

Taulukko 12. Funktion 3 korrelaatiokertoimet. Osaa korrelaatiokertoimista ei voitu laskea, koska \overline{SR} oli 1,0 koko viimeisessä populaatiossa.

	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,98356	0,023665	-0,40942	-
F	-0,98356	1	0,09585	0,49397	-
CR	0,023665	0,09585	1	0,080455	-
\overline{FE}	-0,40942	0,49397	0,080455	1	-
\overline{SR}	-	-	-	-	-

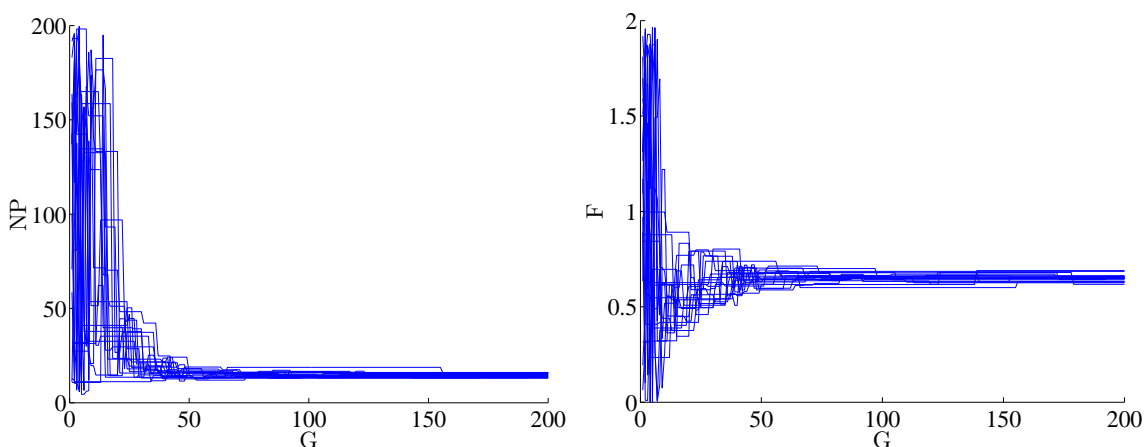
6.4. F_4 : Shifted Schwefel's Problem 1.2 with Noise in Fitness

Funktio 4 oli funktio 2, johon oli lisätty kohinaa, joten se vaati enemmän laskenta-aikaa ja hieman suuremman populaation ($9 \rightarrow 14$). Muuten funktio 4 oli kuten funktio 2 eli tyypillinen unimodaali funktio.



Kuva 26. Funktio 4 (Schwefel 1.2 kohinalla). Suorituskykymittareiden \overline{SR} (luotettavuus) ja \overline{FE} (laskenta-aika) kehittyminen.

Populaation koolla, NP :llä, oli selkeä laskeva trendi, ja se päättyi 14:n kohdalle. Mutaatiovakio F päättyi 0,65:n kohdalle, mikä on hieman matalammalla kuin funktiossa 2.



Kuva 27. Funktio 4 (Schwefel 1.2 kohinalla). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).

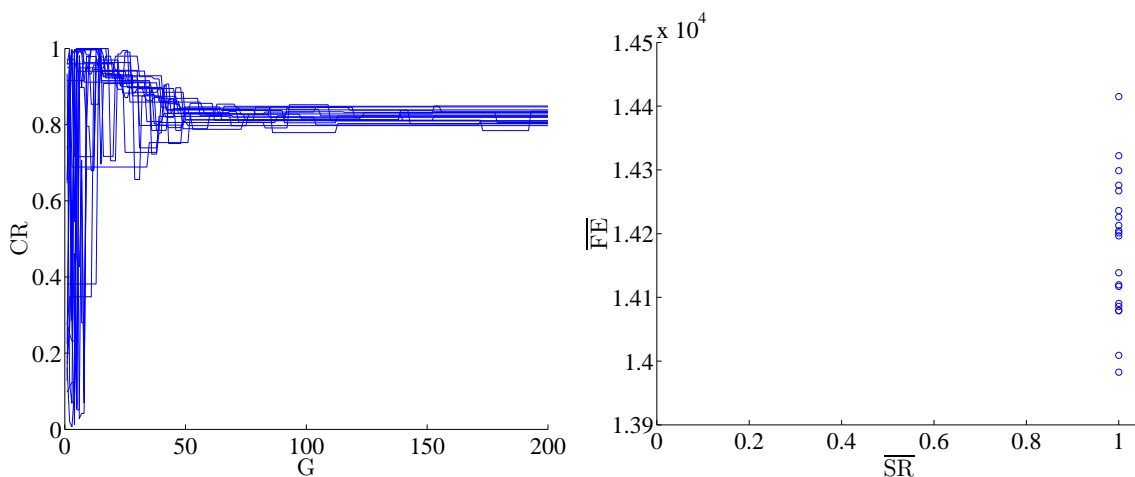
Risteytysvakio CR :n kehityksessä näkyi samanlainen koukkaus kuin funktiossa 2 eli CR kehittyi aluksi kohti 1:stä mutta lähti sitten laskemaan. CR päättyi 0,82:n tienoille, mikä on hieman korkeammalla kuin funktiossa 2.

Taulukko 13. Funktio 4 (Schwefel 1.2 kohinalla). Viimeinen populaatio.

X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	16,0727	0,6417	0,84665	14196,48	1
2	14,4511	0,64687	0,80997	14225,82	1
3	15,9603	0,63136	0,83265	14275,95	1
4	13,1303	0,65994	0,80265	14078,87	1
5	13,9649	0,68558	0,81973	14236,17	1
6	15,9212	0,64968	0,8389	14085,75	1
7	14,7963	0,65046	0,82219	13982,5	1
8	15,3248	0,65708	0,84908	14201,1	1
9	13,3066	0,65137	0,79747	14212,9	1
10	15,9958	0,62916	0,81001	14322,3	1
11	15,5332	0,6468	0,82331	14079,45	1
12	13,1555	0,66242	0,80217	14090,44	1
13	15,6027	0,61758	0,80571	14204,25	1
14	13,5539	0,65932	0,80711	14119,69	1
15	15,983	0,63359	0,83222	14008,95	1
16	15,1493	0,65017	0,83486	14117,1	1
17	14,0134	0,65176	0,81938	14266,98	1
18	13,5709	0,68998	0,8282	14415,05	1
19	14,3024	0,65851	0,83515	14298,62	1
20	15,0092	0,6262	0,82246	14138,55	1
Minimi	13,1303	0,61758	0,79747	13982,5	1
Maksimi	16,0727	0,68998	0,84908	14415,05	1
Keskiarvo	14,7399	0,64998	0,82199	14177,846	1
Mediaani	14,9028	0,65031	0,82233	14198,79	1
Keskihajonta	1,0532	0,017902	0,015183	109,7143	0
Varianssi	1,1092	0,00032049	0,00023053	12037,223	0

Taulukko 14. Funktio 4 (Schwefel 1.2 kohinalla). Korrelaatiokertoimet. Osaa korrelaatiokertoimista ei voitu laskea, koska \overline{SR} oli 1,0 koko viimeisessä populaatiossa.

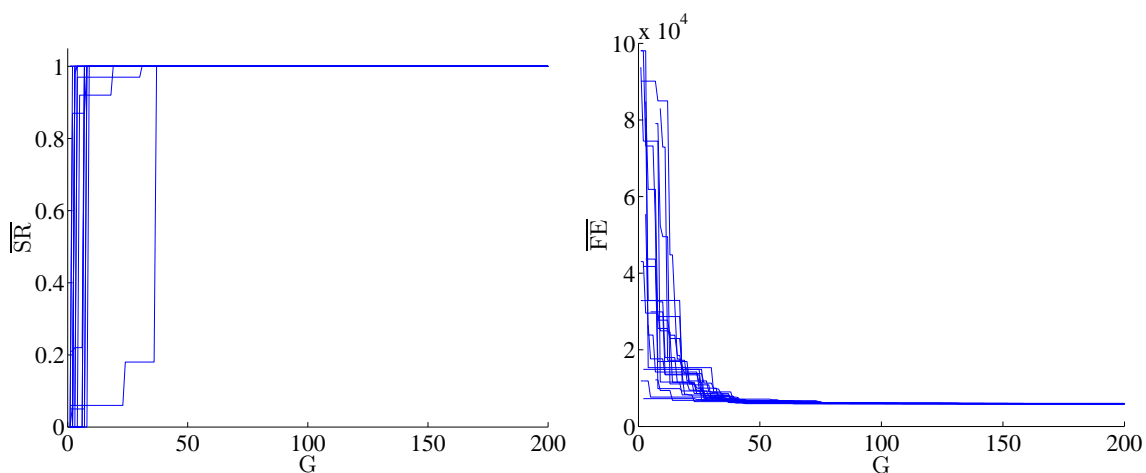
	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,6715	0,59641	-0,099451	-
F	-0,6715	1	0,015812	0,22231	-
CR	0,59641	0,015812	1	0,047247	-
\overline{FE}	-0,099451	0,22231	0,047247	1	-
\overline{SR}	-	-	-	-	-



Kuva 28. Funktio 4 (Schwefel 1.2 kohinalla). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).

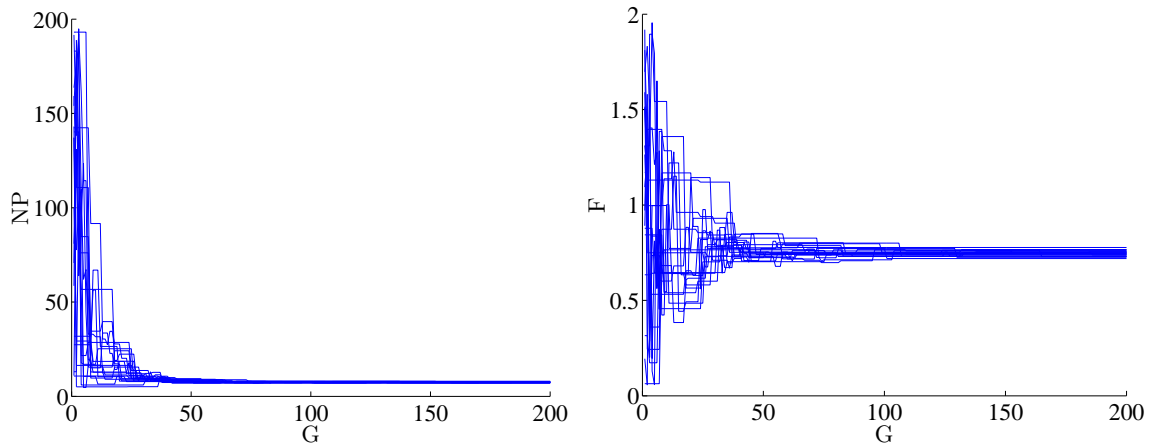
6.5. F_5 : Schwefel's Problem 2.6 with Global Optimum on Bounds

Funktio 5 oli laskennallisesti testijoukon helpoimpia. Globaali optimi oli funktiossa rajalla.

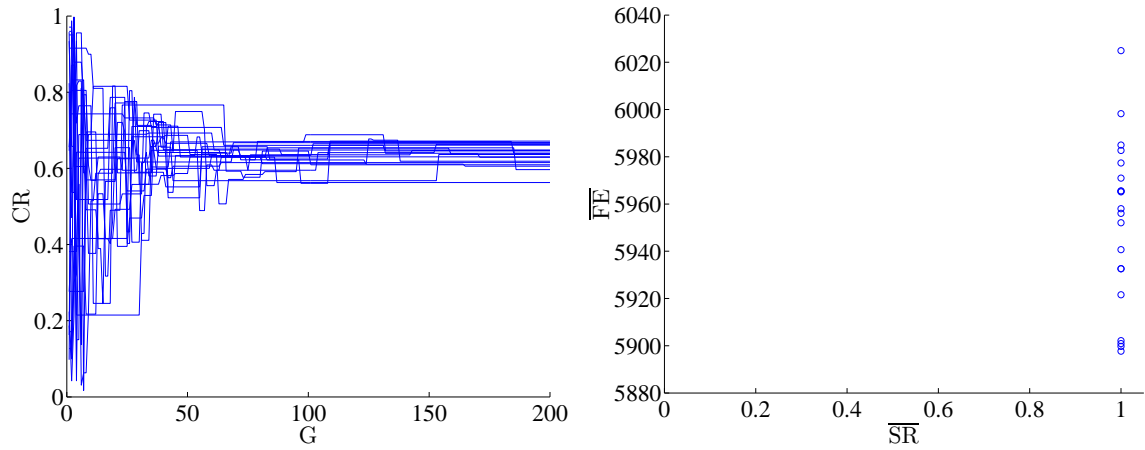


Kuva 29. Funktio 5 (Schwefel 2.6). Suorituskykymittareiden \overline{SR} (luotettavuus) ja \overline{FE} (laskenta-aika) kehittyminen.

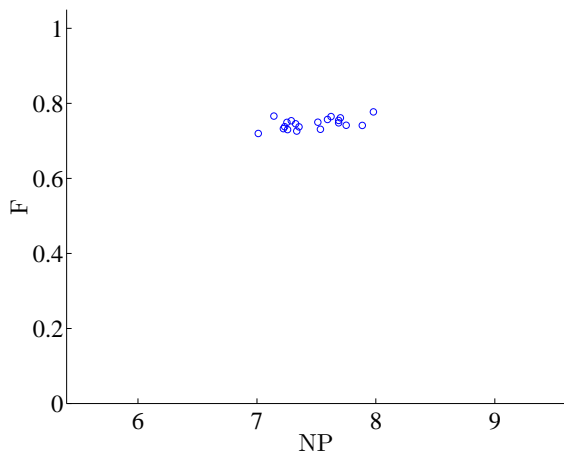
Koko testijoukosta ainoastaan funktiossa 5 oli populaation koko NP :n ja mutaatiovakio F :n korrelaatiokerroin positiivinen. Kertoimen pienuus ja visuaalinen tarkastelu eivät kuitenkaan anna syytä todeta korrelaation olemassaoloa. Lisäksi on muistettava, että NP esitettiin ylemmällä tasolla liukulukuna mutta muutettiin käytettäessä kokonaisluvuksi lattiafunktioilla. Käytännössä havaintoja on siis vain 7:n kokoisesta populaatiosta, joten korrelaatiokerrointa ei voi pitää luotettavana.



Kuva 30. Funktio 5 (Schwefel 2.6). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).



Kuva 31. Funktio 5 (Schwefel 2.6). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).



Kuva 32. Funktio 5 (Schwefel 2.6). Parilla (NP, F) : $r = 0,50632$. (Huom. NP muutetaan kokonaisluvuksi vasta käytettäessä.)

Taulukko 15. Funktio 5 (Schwefel 2.6). Viimeinen populaatio.

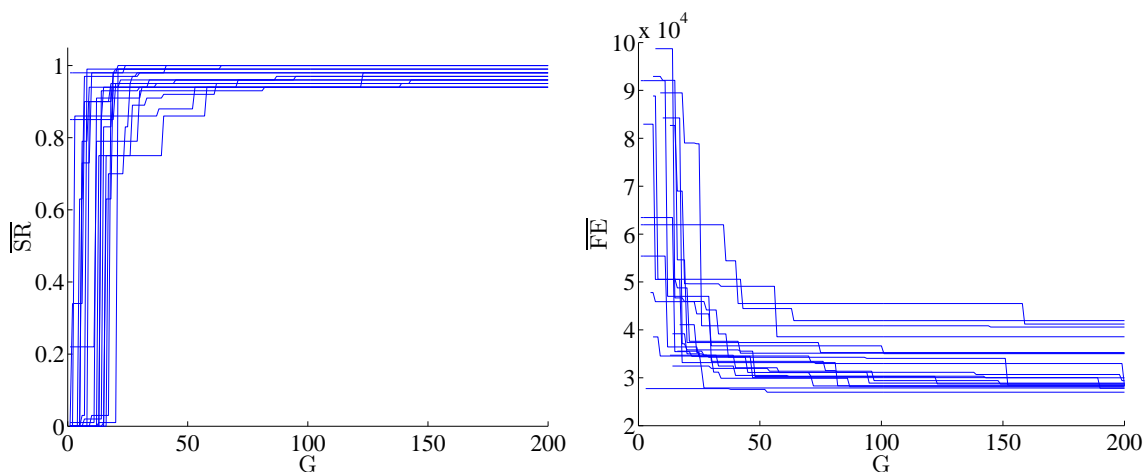
X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	7,5335	0,73072	0,56269	5965,12	1
2	7,6866	0,74791	0,63643	5902,12	1
3	7,3543	0,73724	0,61526	5897,71	1
4	7,5939	0,75691	0,64821	5977,37	1
5	7,3254	0,74528	0,6301	5940,69	1
6	7,0114	0,71949	0,60918	5965,54	1
7	7,9793	0,77715	0,66732	5984,93	1
8	7,6229	0,76495	0,62913	5970,93	1
9	7,7509	0,74165	0,64694	6024,9	1
10	7,2331	0,73783	0,59678	5965,47	1
11	7,3344	0,72592	0,66447	5956,02	1
12	7,1426	0,76625	0,64591	5921,58	1
13	7,8857	0,74098	0,66748	5957,98	1
14	7,6872	0,75434	0,63964	5932,57	1
15	7,258	0,73002	0,60577	5952,03	1
16	7,2527	0,74942	0,63979	5899,74	1
17	7,7022	0,76125	0,6715	5932,64	1
18	7,2227	0,73247	0,61859	5982,69	1
19	7,2882	0,75347	0,66072	5998,23	1
20	7,512	0,74957	0,66303	5900,93	1
Minimi	7,0114	0,71949	0,56269	5897,71	1
Maksimi	7,9793	0,77715	0,6715	6024,9	1
Keskiarvo	7,4688	0,74614	0,63595	5951,4595	1
Mediaani	7,4332	0,74659	0,63971	5957	1
Keskihajonta	0,26321	0,014886	0,028228	35,2757	0
Varianssi	0,069277	0,00022158	0,00079684	1244,3763	0

Taulukko 16. Funktio 5 (Schwefel 2.6). Korrelaatiokertoimet. Osaa korrelaatioker-
toimista ei voitu laskea, koska \overline{SR} oli 1,0 koko viimeisessä populaatiossa.

	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	0,50632	0,43439	0,15993	-
F	0,50632	1	0,54182	-0,055298	-
CR	0,43439	0,54182	1	-0,021207	-
\overline{FE}	0,15993	-0,055298	-0,021207	1	-
\overline{SR}	-	-	-	-	-

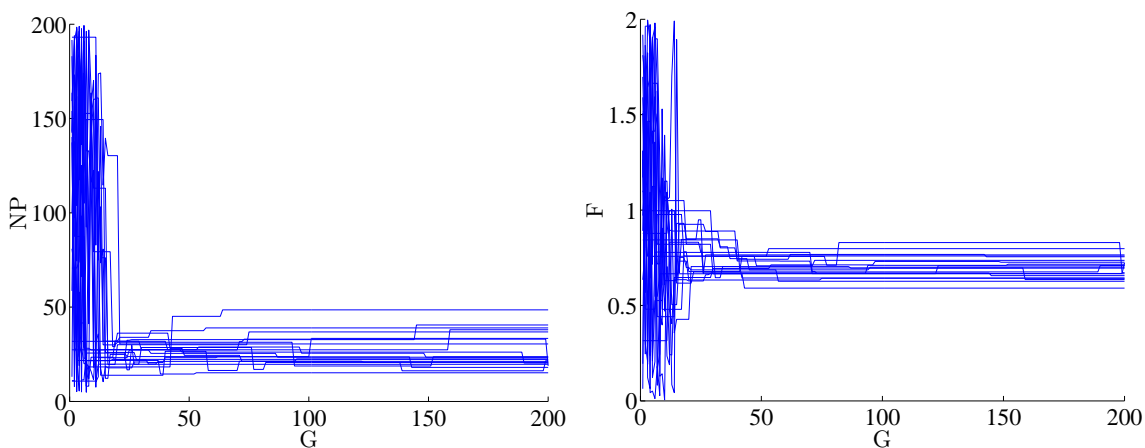
6.6. F_6 : Shifted Rosenbrock's Function

Funktiot 6:sta eteenpäin ovat multimodaaleja. Niiden kontrolliparametrien optimointi vaati yleensä enemmän laskenta-aikaa, eivätkä onnistumisprosentit olleet yhtä hyviä. Funktiossa 6 populaation \overline{SR} :t kuitenkin kohosivat melkein huippuun asti kaikilla yksilöillä.



Kuva 33. Funktio 6 (Rosenbrock). Suorituskykymittareiden \overline{SR} ja \overline{FE} kehittyminen.

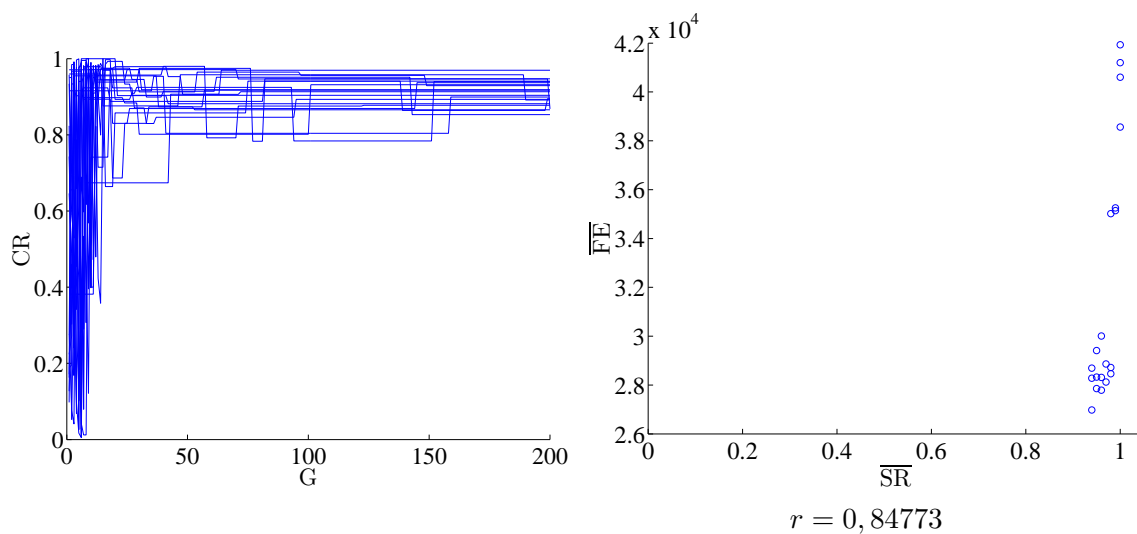
Populaation koko NP , mutaatiovakio F ja risteytysvakio CR jäivät kaikki suhteellisen laajalle alueelle. Etenkin NP :n arvoissa oli suuria eroja.



Kuva 34. Funktio 6 (Rosenbrock). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).

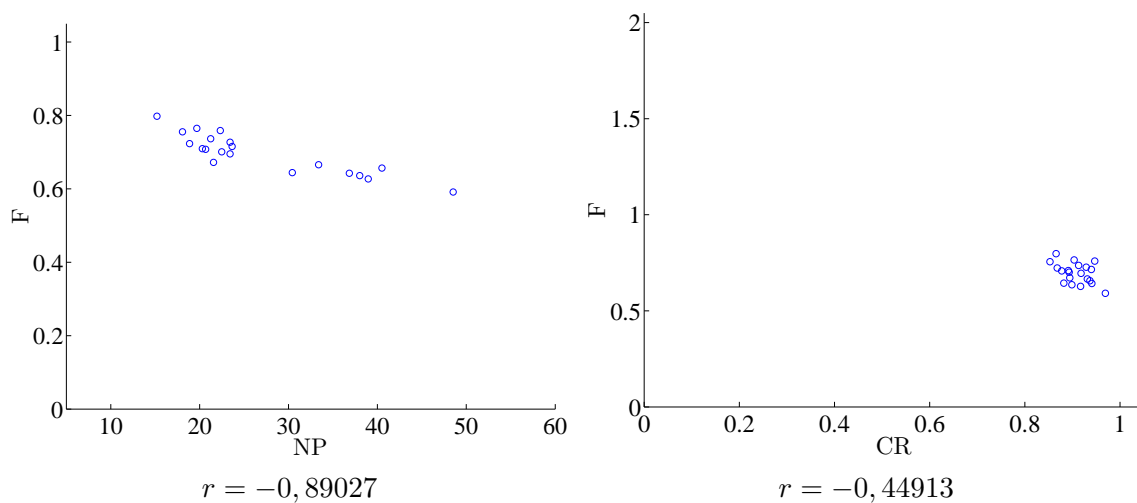
Viimeisestä populaatiosta tuli ensimmäistä kertaa esiin jonkinlainen Pareto-optimaalisen rintaman approksimaatio, eikä vain yksi piste, joka dominoi kaikkia muita.

Populaation koon NP ja mutaatiovakion F välillä näyttäisi olevan negatiivinen



Kuva 35. Funktio 6 (Rosenbrock). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).

korrelaatio. Risteytysvakio CR ja mutaatiokerto F olivat suhteellisen laajalla alueella eivätkä korreloi.



Kuva 36. Funktio 6 (Rosenbrock). Viimeinen populaatio.

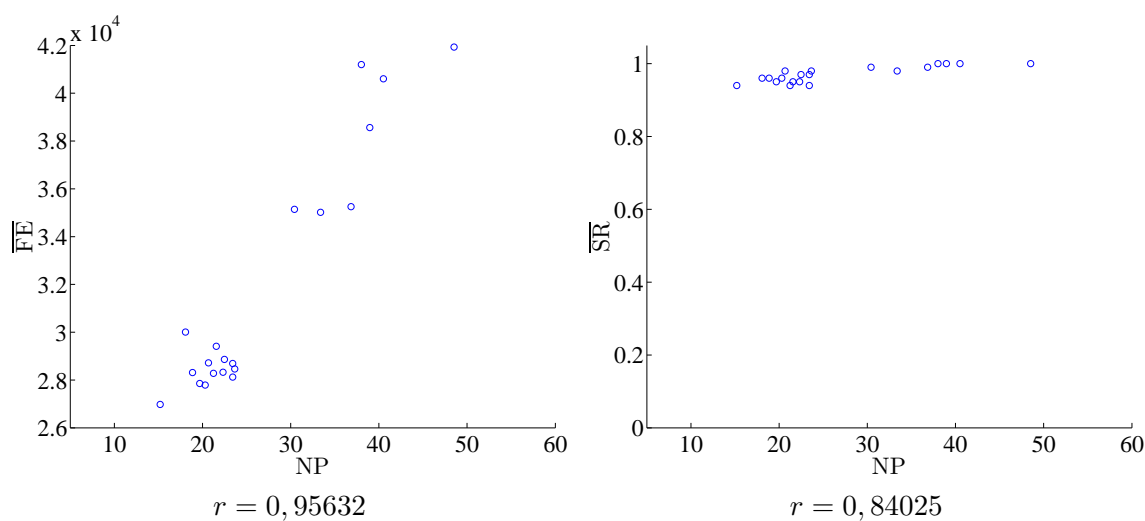
Populaation koolla, NP :llä, oli suuri korrelaatiokerroin \overline{FE} :n ja \overline{SR} :n suhteen (kuva 37), mikä ei unimodaaleilla funktioilla (tai 12:lla) pätenyt. Mutaatiokerto F :llä on suuri korrelaatiokerroin \overline{FE} :n ja \overline{SR} :n suhteen (kuva 38).

Taulukko 17. Funktio 6 (Rosenbrock). Viimeinen populaatio.

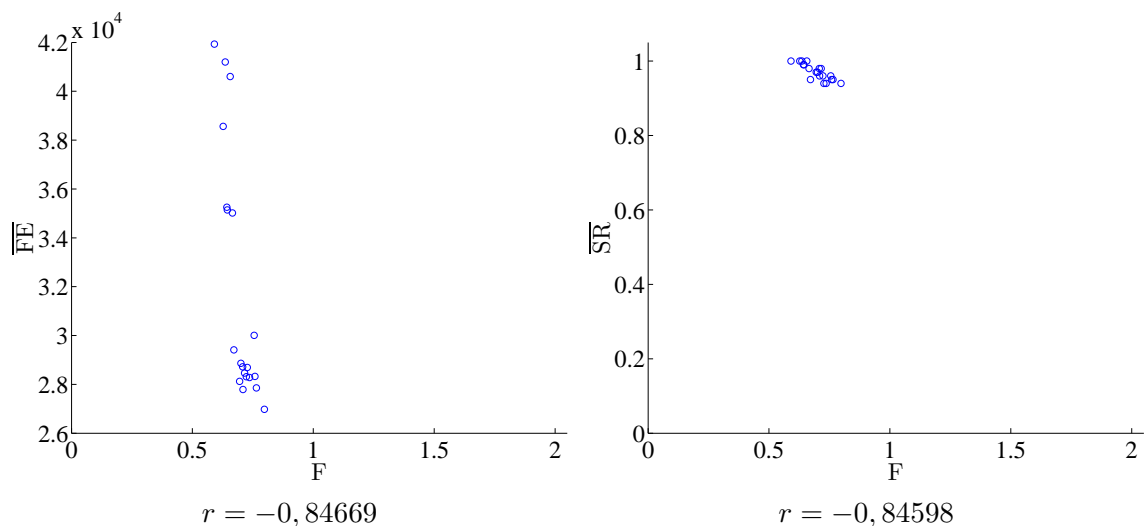
X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	33,3803	0,66571	0,93139	35015,3571	0,98
2	22,3178	0,75889	0,94709	28323,7263	0,95
3	19,6798	0,76483	0,90352	27856,6	0,95
4	23,4178	0,6954	0,91837	28122,1237	0,97
5	18,0668	0,75551	0,85286	30004,875	0,96
6	38,0089	0,63586	0,89907	41197,32	1
7	36,8372	0,64223	0,94086	35252,3636	0,99
8	30,4267	0,64425	0,88183	35142,4242	0,99
9	40,5133	0,65652	0,93673	40603,6	1
10	18,8671	0,72324	0,86807	28314,1875	0,96
11	21,2477	0,73632	0,91296	28282,3085	0,94
12	20,6698	0,70769	0,87767	28716,7347	0,98
13	23,6578	0,71551	0,93969	28461,0918	0,98
14	21,5591	0,67183	0,89458	29410,6105	0,95
15	15,2066	0,79776	0,8658	26979,734	0,94
16	22,4867	0,70071	0,89304	28863,5464	0,97
17	38,9752	0,62701	0,91722	38563,54	1
18	23,4329	0,72684	0,92916	28688,8298	0,94
19	20,2984	0,70929	0,89146	27791,0417	0,96
20	48,5151	0,59113	0,96941	41930,4	1
Minimi	15,2066	0,59113	0,85286	26979,734	0,94
Maksimi	48,5151	0,79776	0,96941	41930,4	1
Keskiarvo	26,8783	0,69633	0,90854	31876,0208	0,9705
Mediaani	22,9523	0,7042	0,90824	28790,1405	0,97
Keskihajonta	9,2462	0,053619	0,030962	5131,836	0,021637
Varianssi	85,4918	0,002875	0,00095863	26335740,225	0,00046816

Taulukko 18. Funktio 6 (Rosenbrock). Korrelaatiokertoimet.

	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,89027	0,63737	0,95632	0,84025
F	-0,89027	1	-0,44913	-0,84669	-0,84598
CR	0,63737	-0,44913	1	0,42591	0,33497
\overline{FE}	0,95632	-0,84669	0,42591	1	0,84773
\overline{SR}	0,84025	-0,84598	0,33497	0,84773	1



Kuva 37. Funktio 6 (Rosenbrock). Viimeinen populaatio.

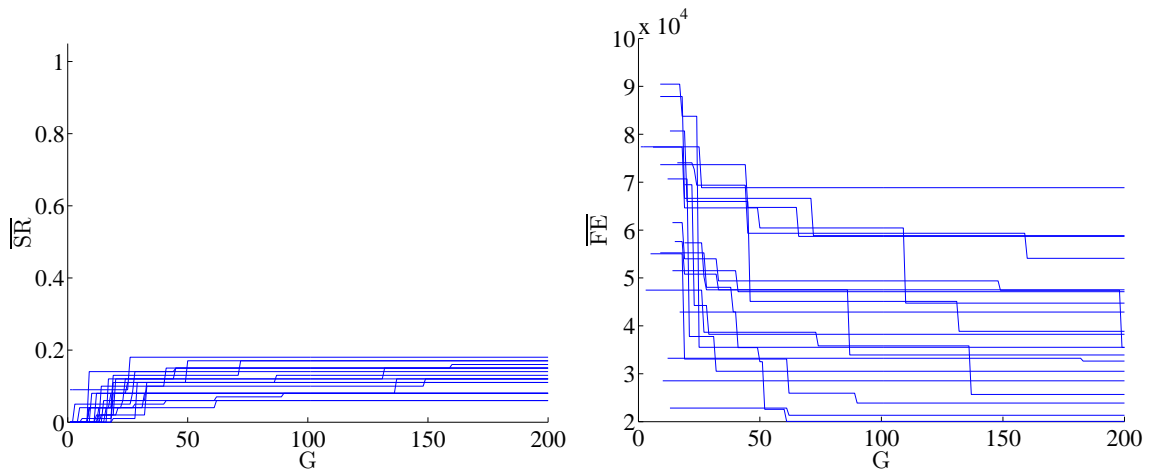


Kuva 38. Funktio 6 (Rosenbrock). Viimeinen populaatio.

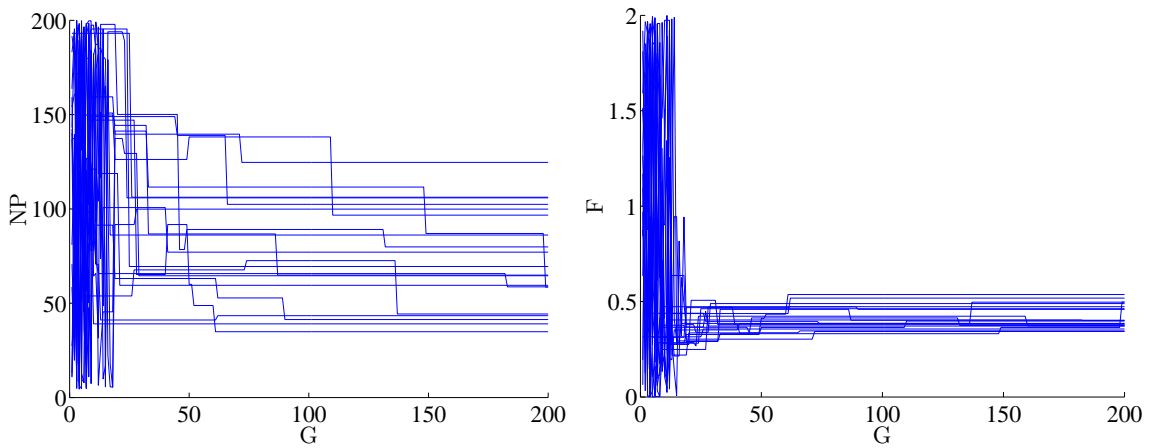
6.7. F_7 : Shifted Rotated Griewank's Function without Bounds

Funktiossa 7 optimi on rajojen ulkopuolella, eivätkä alustuksessa käytetyt laatikokorajoitteet siis olleet ehdottomia. Funktio 7 on ensimmäinen esiteltävä matalan onnistumisprosentin funktio. Viimeisen populaation \overline{SR} :t jäivät siis mataliksi. \overline{FE} :llä oli viimeisessä populaatiossa isoa vaihtelua.

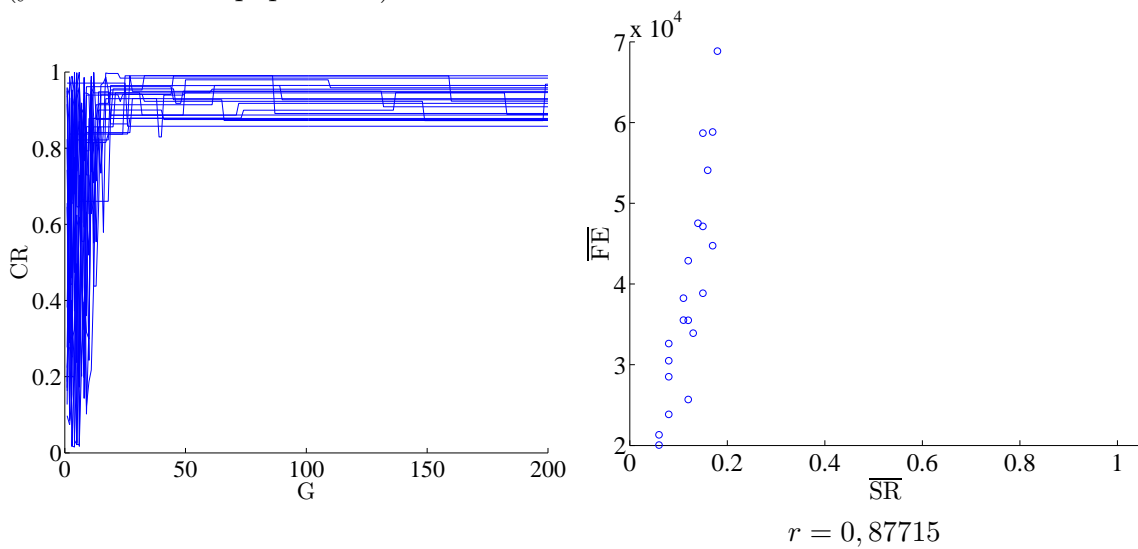
Populaation koko NP :n arvo oli viimeisessä populaatiossa todella laajalla alueella (34–124) mediaanin ollessa 67. Kaikki parametrit vaihtelivat hurjasti ensimmäiset 20 sukupolvea, kunnes DE-algoritmi alkoi löytää ratkaisuja edes jonkinlaisella onnistumisprosentilla kaikilla yksilöillä.



Kuva 39. Funktio 7 (Griewank). Suorituskykymittareiden \overline{SR} ja \overline{FE} kehittyminen.

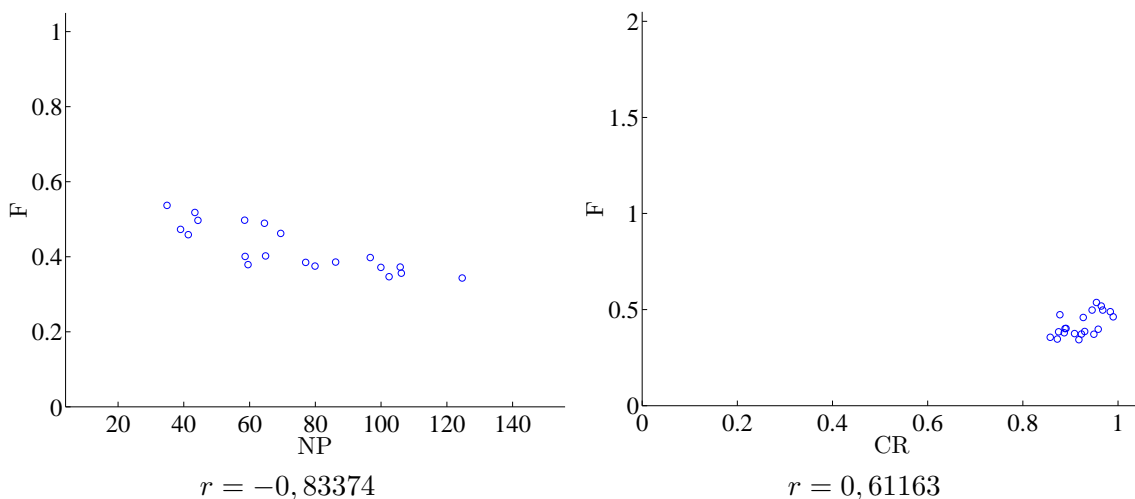


Kuva 40. Funktio 7 (Griewank). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).



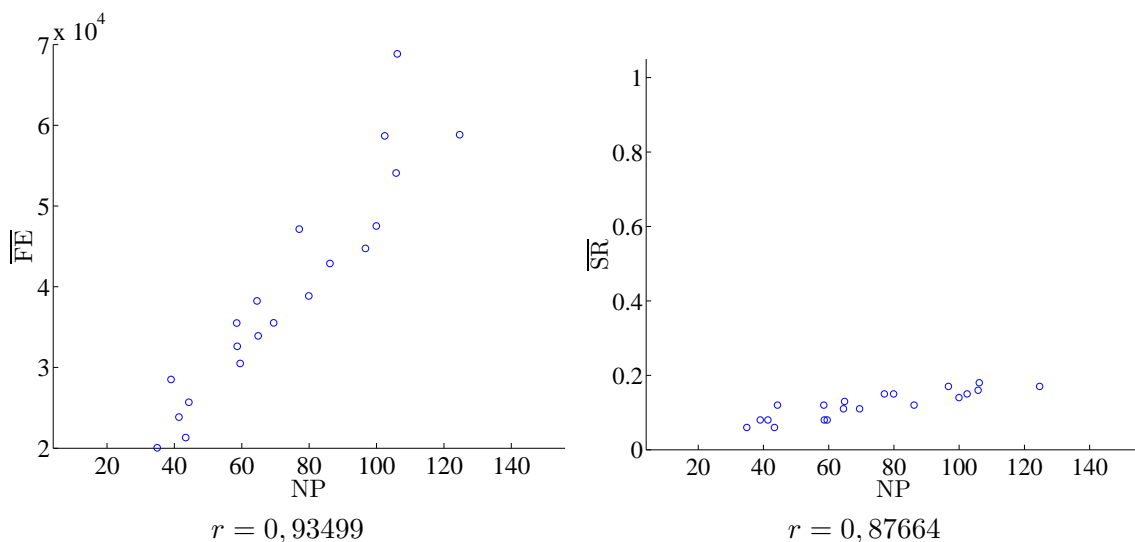
Kuva 41. Funktio 7 (Griewank). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).

Populaation koon NP ja mutaatiovakion F välillä näyttäisi olevan negatiivinen korrelaatio. Risteytysvakio CR ja mutaatiovakio F olivat suhteellisen laajalla alueella eivätkä vaikuta korreloivan.



Kuva 42. Funktio 7 (Griewank). Viimeinen populaatio.

Populaation koolla, NP :llä, oli suuri korrelaatiokerroin \overline{FE} :n ja \overline{SR} :n suhteen, mikä ei unimodaaleilla funktioilla (tai 12:lla) pätenyt. Mutaatiovakio F :llä on suuri korrelaatiokerroin \overline{FE} :n suhteen ja myös koholla oleva korrelaatiokerroin \overline{SR} :n suhteen (kuva 44).



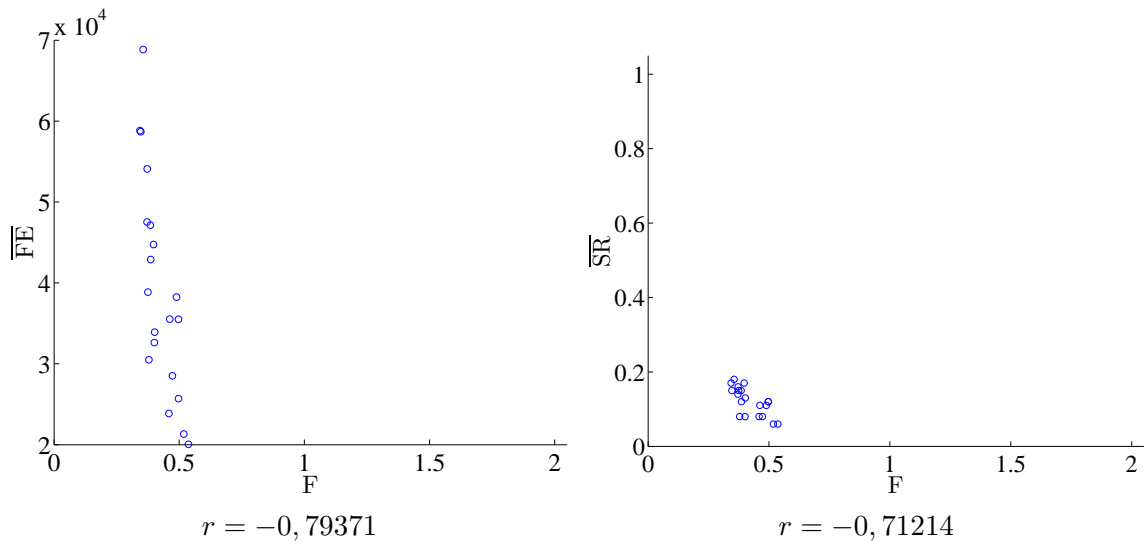
Kuva 43. Funktio 7 (Griewank). Viimeinen populaatio.

Taulukko 19. Funktio 7 (Griewank). Viimeinen populaatio.

X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	58,4994	0,49743	0,96801	35500,8333	0,12
2	102,432	0,34667	0,87264	58677,2	0,15
3	64,8827	0,40211	0,89084	33915,0769	0,13
4	106,1439	0,35595	0,85769	68852,8889	0,18
5	58,641	0,4008	0,88877	32632,25	0,08
6	34,8787	0,53694	0,95476	20054,3333	0,06
7	86,1709	0,38585	0,92987	42885,3333	0,12
8	43,3769	0,51811	0,96473	21320,8333	0,06
9	39,01	0,47274	0,87782	28513,875	0,08
10	44,2814	0,49703	0,94577	25685	0,12
11	79,8854	0,37491	0,90862	38857,4667	0,15
12	77,0525	0,38465	0,87507	47139,4	0,15
13	105,8266	0,37229	0,92321	54081,5625	0,16
14	69,4503	0,46229	0,98981	35522,4545	0,11
15	41,3361	0,45874	0,92695	23862	0,08
16	96,6955	0,39757	0,95856	44747,2941	0,17
17	99,9166	0,3716	0,94919	47520	0,14
18	59,5082	0,37888	0,88701	30503	0,08
19	64,5369	0,48915	0,98382	38242,9091	0,11
20	124,6889	0,34299	0,91772	58827,0588	0,17
Minimi	34,8787	0,34299	0,85769	20054,3333	0,06
Maksimi	124,6889	0,53694	0,98981	68852,8889	0,18
Keskiarvo	72,8607	0,42233	0,92354	39367,0385	0,121
Mediaani	67,1665	0,39918	0,92508	36882,6818	0,12
Keskihajonta	26,4565	0,062127	0,03996	13445,1303	0,037822
Varianssi	699,9483	0,0038597	0,0015968	180771528,7261	0,0014305

Taulukko 20. Funktio 7 (Griewank). Korrelaatiokertoimet.

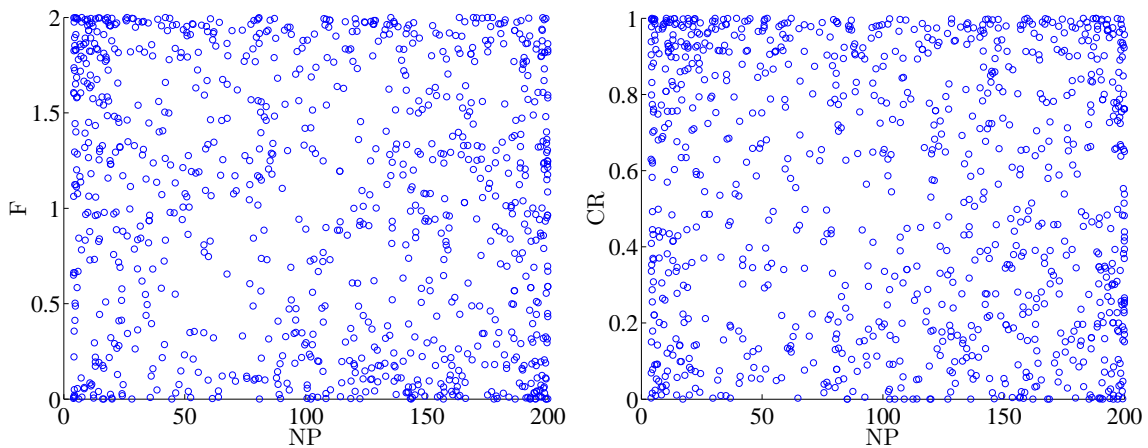
	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,83374	-0,22019	0,93499	0,87664
F	-0,83374	1	0,61163	-0,79371	-0,71214
CR	-0,22019	0,61163	1	-0,38766	-0,23724
\overline{FE}	0,93499	-0,79371	-0,38766	1	0,87715
\overline{SR}	0,87664	-0,71214	-0,23724	0,87715	1



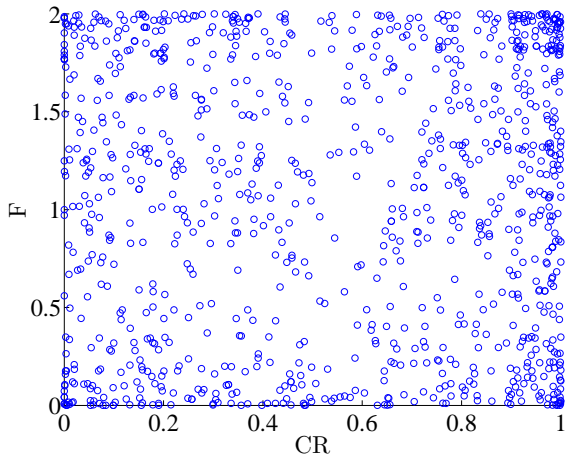
Kuva 44. Funktio 7 (Griewank). Viimeinen populaatio.

6.8. F_8 : Shifted Rotated Ackley's Function with Global Optimum on Bounds

Testialgoritmi ei löytänyt funktiolle 8 yksiäkään kontrolliparametreja, joilla se olisi löytänyt ratkaisun edes satunnaisesti. Suoritus lopetettiin 50. sukupolven jälkeen, kun koko populaation \overline{SR} oli yhä 0. Optimin löytäminen ei näytä olevan mahdollista millään kontrolliparametrien arvoilla, kun FE_{max} on 100 000. Myös mikään muu CEC05-evoluutiolaskentakilpailuun osallistuneista algoritmeista ei kyennyt löytämään funktion optimia.



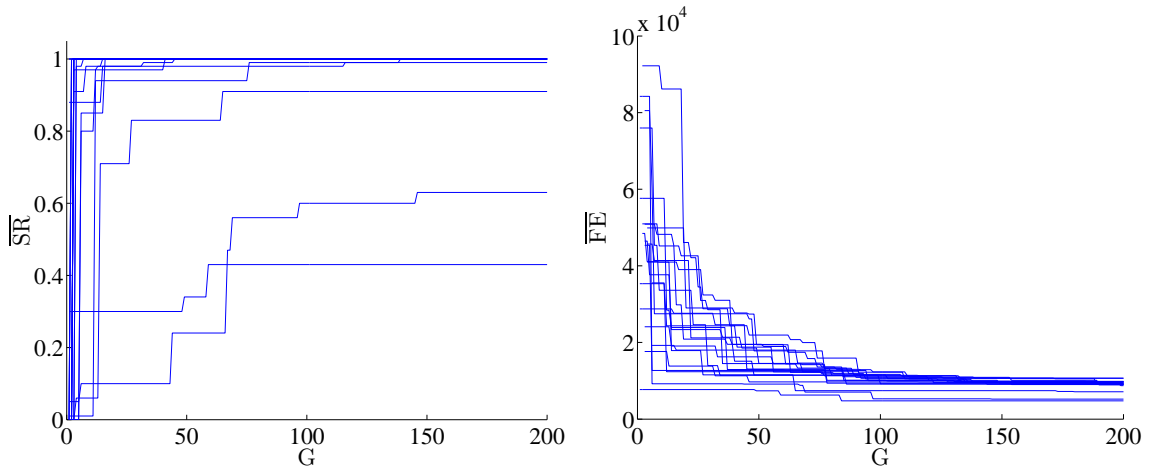
Kuva 45. Funktio 8 (Ackley). Kokeiltuja kontrolliparametrien yhdistelmiä kertyi 1 000, joilla suoritettiin 100 000 testiajoa.



Kuva 46. Funktio 8 (Ackley). Kokeiltuja kontrolliparametrien yhdistelmiä.

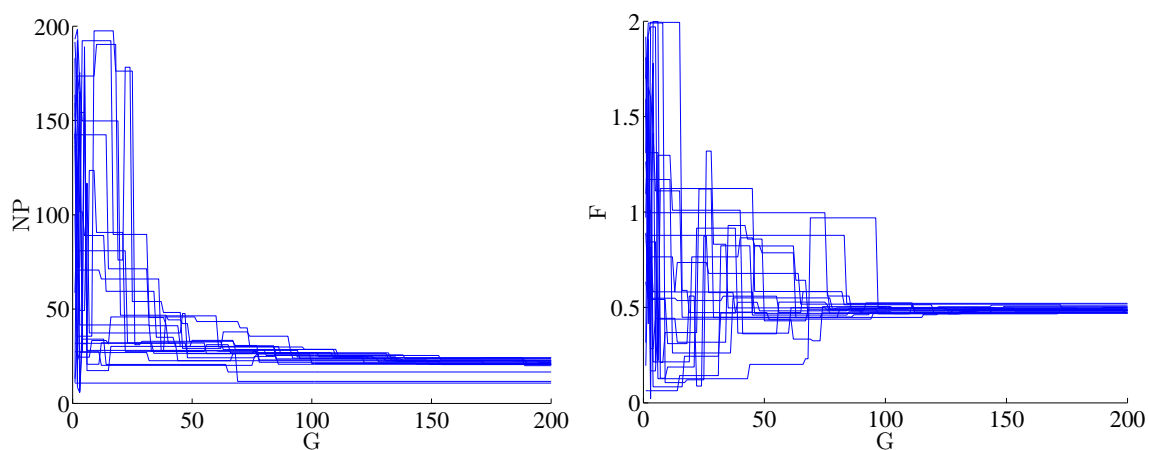
6.9. F_9 : Shifted Rastrigin's Function

Funktio 9 on separoituva multimodaali funktio. Sen viimeisessä populaatiossa \overline{SR} oli pääosin korkea, mutta poikkeuksiakin oli. \overline{FE} :n lasku tasaantui vasta myöhään, n . 100. sukupolven kohdalla.

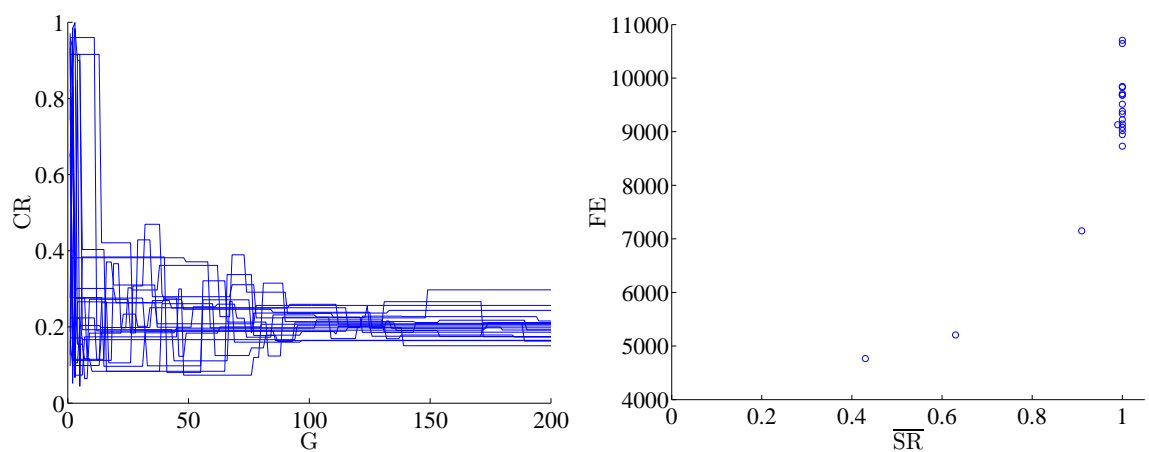


Kuva 47. Funktio 9 (Rastrigin). Suorituskykymittareiden \overline{SR} (luotettavuus) ja \overline{FE} (laskenta-aika) kehittyminen.

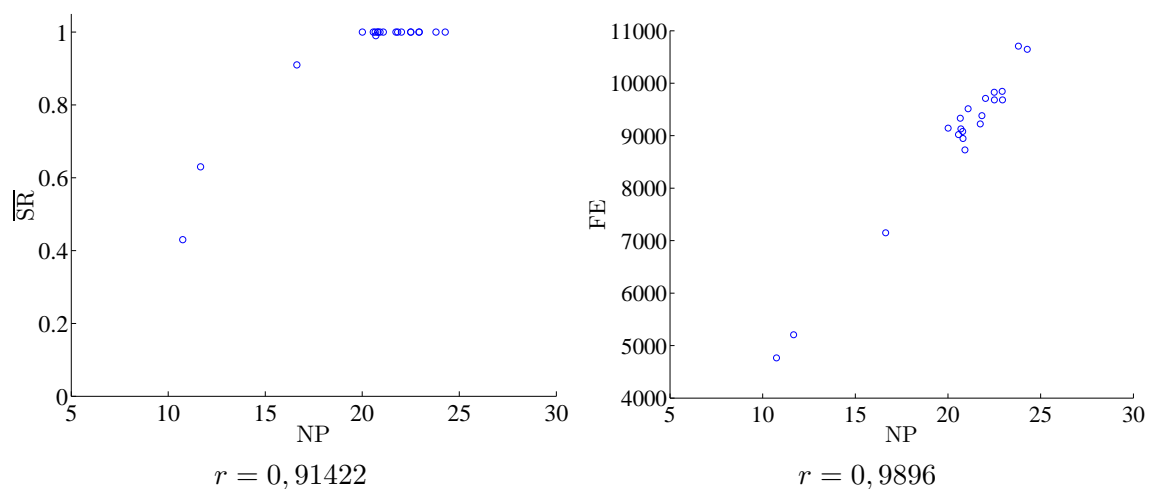
Populaation koko NP ja mutaatiovakio F näyttävät tasaantuneen vasta 100. sukupolven kohdalla. Risteytysvakio CR laski 0,19:ään asti. CR :n heilahtelu väheni 100. sukupolven kohdalla mutta ei loppunut kokonaan. Lopussa CR oli aika laajalla alueella. Populaation koolla, NP :llä, oli korkea korrelaatiokerroin \overline{SR} :n ja \overline{FE} :n kanssa.



Kuva 48. Funktio 9 (Rastrigin). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).



Kuva 49. Funktio 9 (Rastrigin). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).



Kuva 50. Funktio 9 (Rastrigin). Viimeinen populaatio.

Taulukko 21. Funktio 9 (Rastrigin). Viimeinen populaatio.

X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	20,9177	0,47066	0,20713	8727,8	1
2	20,569	0,47597	0,17472	9020,2	1
3	21,087	0,48587	0,1745	9511,95	1
4	20,8092	0,50025	0,1923	8945,6	1
5	22,9375	0,48902	0,20794	9682,64	1
6	11,6705	0,49116	0,165	5205,619	0,63
7	23,7967	0,4742	0,1506	10707,88	1
8	20,667	0,50587	0,29752	9332,4	1
9	21,7416	0,46873	0,21558	9223,62	1
10	22,497	0,48181	0,17342	9828,06	1
11	22,9258	0,47116	0,18622	9845,44	1
12	16,6333	0,48487	0,19194	7148,6593	0,91
13	22,5057	0,48514	0,21163	9683,3	1
14	10,7514	0,5211	0,19782	4765,5814	0,43
15	20,0058	0,48242	0,16297	9144,6	1
16	24,2758	0,49821	0,24354	10645,44	1
17	20,7953	0,51265	0,20938	9081	1
18	22,021	0,48802	0,20253	9709,92	1
19	20,6984	0,48279	0,16399	9128,6869	0,99
20	21,8289	0,4956	0,25643	9381,75	1
Minimi	10,7514	0,46873	0,1506	4765,5814	0,43
Maksimi	24,2758	0,5211	0,29752	10707,88	1
Keskiarvo	20,4567	0,48827	0,19926	8936,0073	0,948
Mediaani	21,0023	0,4855	0,19506	9278,01	1
Keskihajonta	3,5505	0,014057	0,035402	1535,9664	0,14795
Varianssi	12,6057	0,00019759	0,0012533	2359192,7731	0,021891

Taulukko 22. Funktio 9 (Rastrigin). Korrelaatiokertoimet.

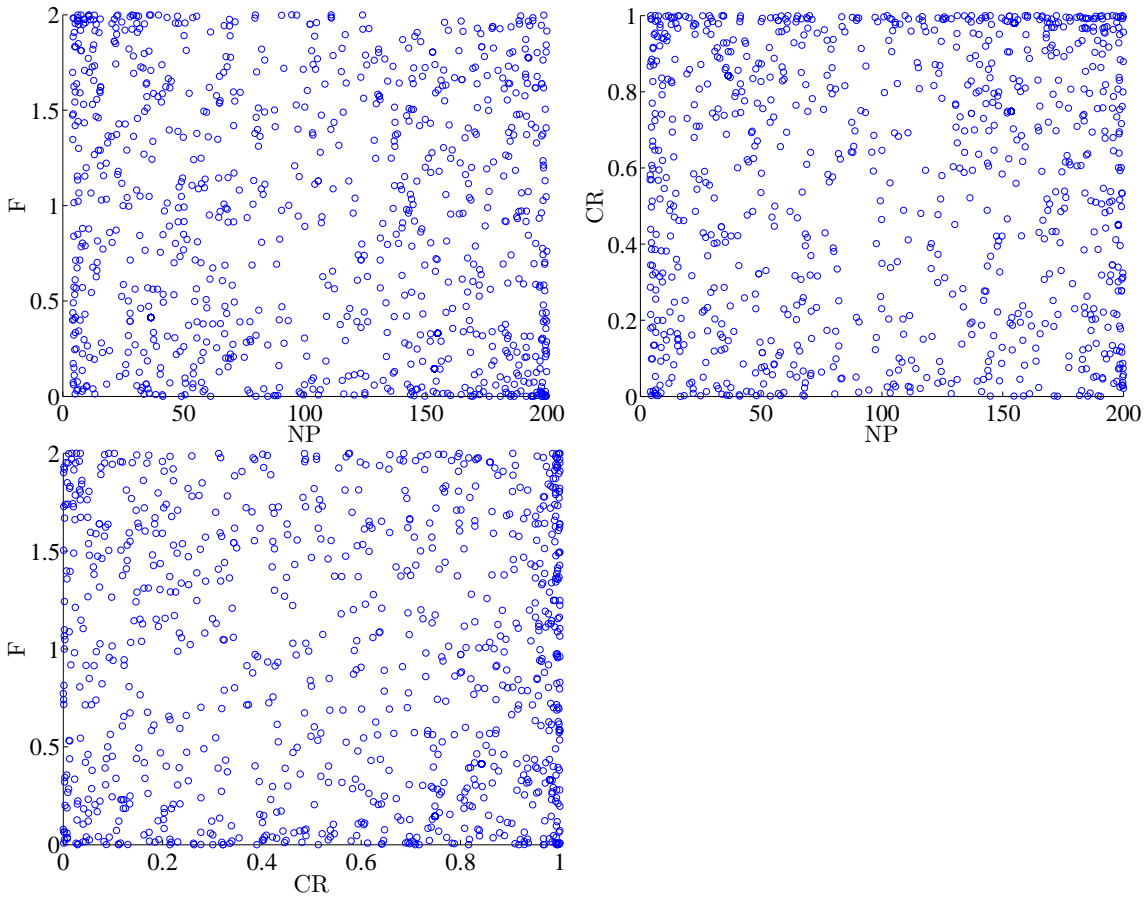
	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,43129	0,1804	0,9896	0,91422
F	-0,43129	1	0,4211	-0,40369	-0,49135
CR	0,1804	0,4211	1	0,15286	0,14579
\overline{FE}	0,9896	-0,40369	0,15286	1	0,90702
\overline{SR}	0,91422	-0,49135	0,14579	0,90702	1

6.10. F_{10} : Shifted Rotated Rastrigin's Function

Testialgoritmin suoritus keskeytettiin 50. sukupolven jälkeen, koska DE-algoritmi oli löytänyt ratkaisun vain muutaman kerran, vaikka eri kontrolliparametrien yhdistelmiä oli kokeiltu 1 000. Tulkitseen löydetyt ratkaisut sattumiksi.

Taulukko 23. Funktion 10 vaihe, kun $G = 50$. Listassa ovat ne yksilöt, joilla $\overline{SR} \neq 0$.

X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
5	153,5682	0,1452	0,7484	70304	0,02
6	154,8992	0,3308	0,9797	99176	0,01
15	36,3582	0,4135	0,8423	49356	0,01

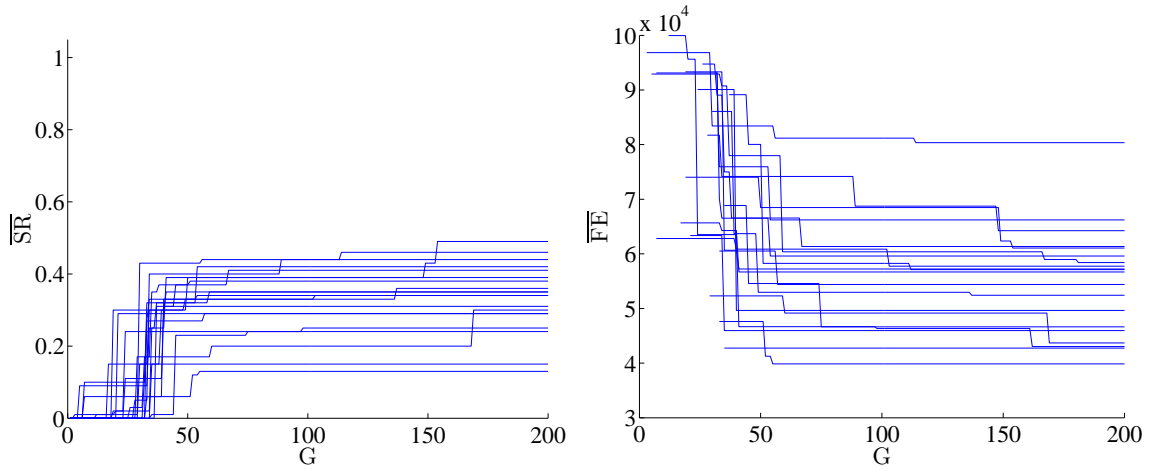


Kuva 51. Funktio 10 (käännetty Rastrigin). Kokeillut kontrolliparametrien yhdistelmät, n. 1 000 kpl.

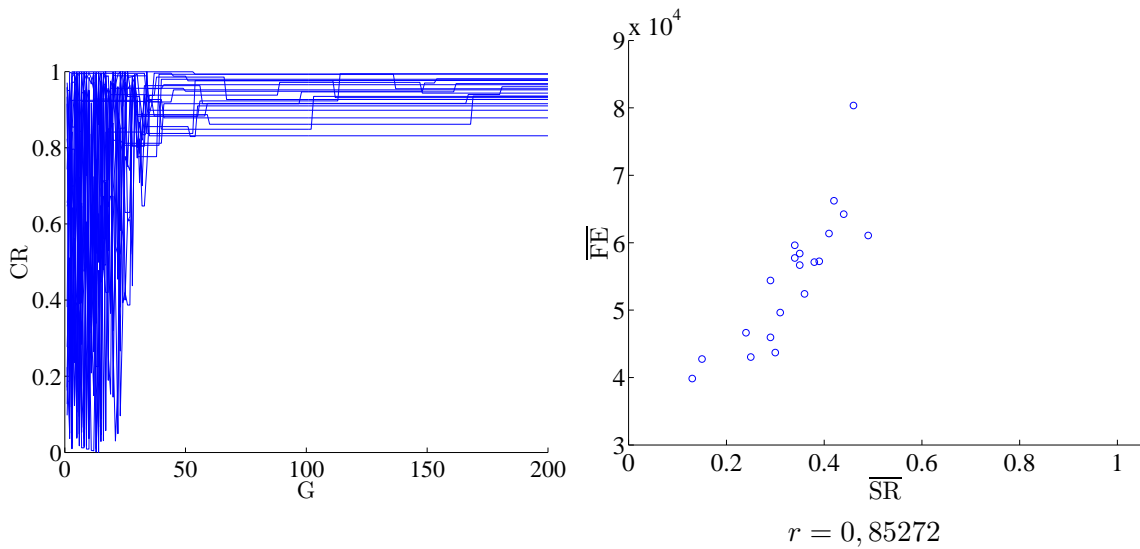
6.11. F_{11} : Shifted Rotated Weierstrass Function

Funktiossa 11 kahdessa ensimmäisessä sukupolvessa kaikilla yksilöillä oli $\overline{SR} = 0$. Sen jälkeen löydettiin yksi yksilö, jolla oli $\overline{SR} = 0,01$. Viidennessä sukupolvessa

löydettiin yksi yksilö, jolla $\overline{SR} = 0,09$ ja sen jälkeen evoluutio alkoi pikkuhiljaa tuottamaan onnistumisia useammin.

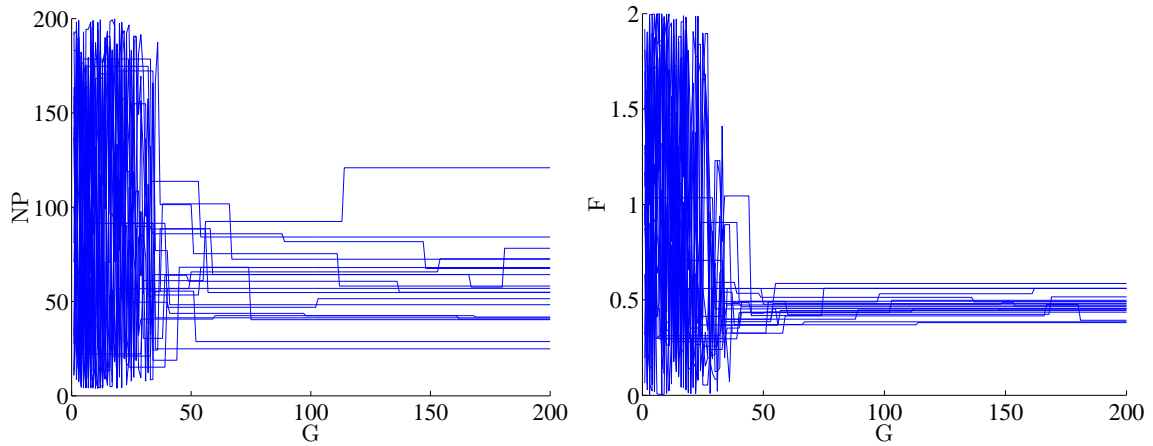


Kuva 52. Funktio 11 (Weierstrass). Suorituskykymittareiden \overline{SR} (luotettavuus) ja \overline{FE} (laskenta-aika) kehittyminen.

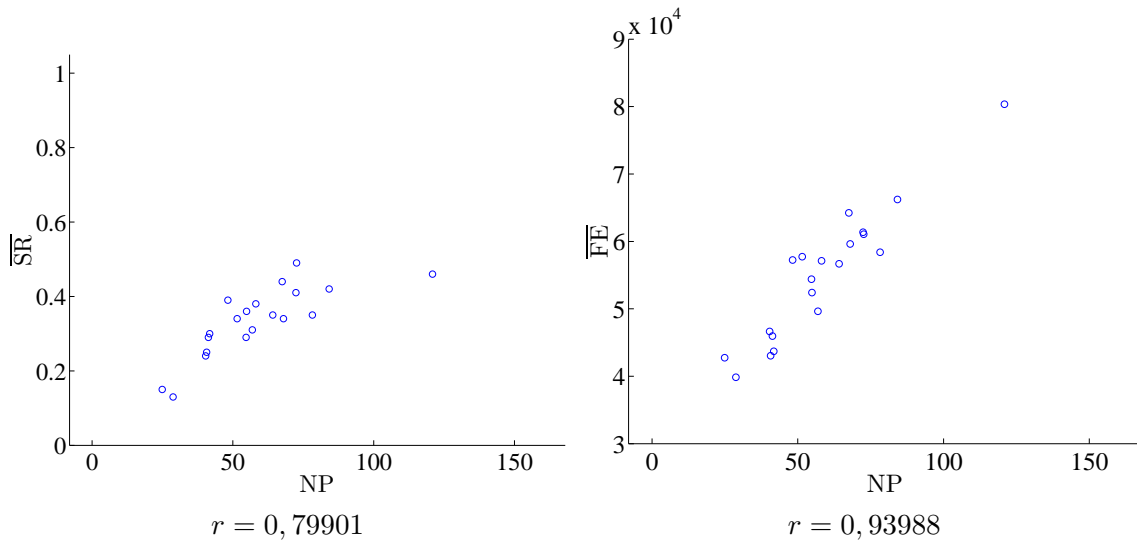


Kuva 53. Funktio 11 (Weierstrass). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).

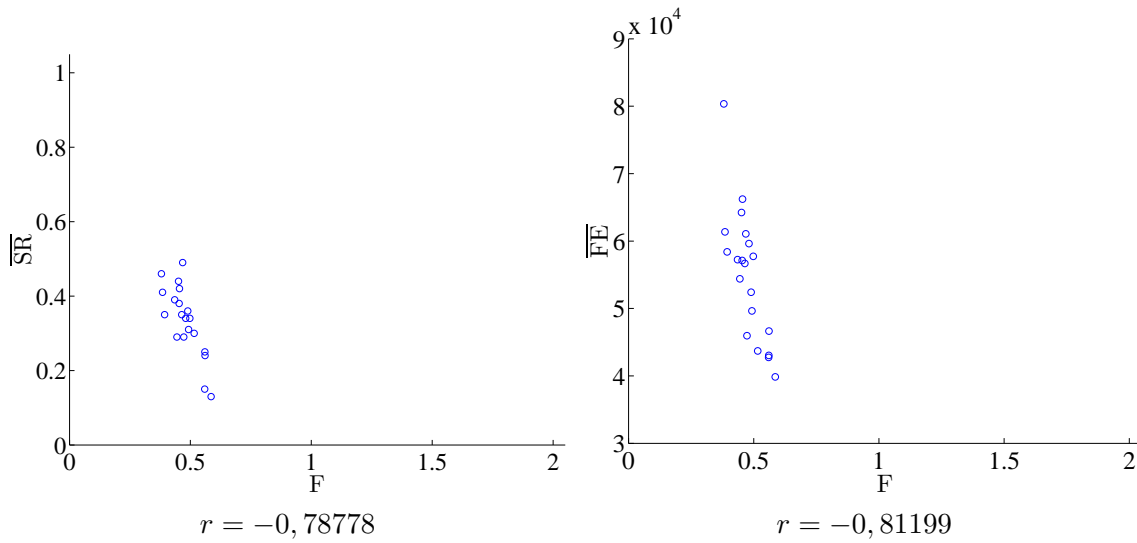
Populaation koon, NP :n, ja mutaatiokertoimen F :n korrelaatiokerroimet \overline{SR} :n ja \overline{FE} :n kanssa olivat suuria (kuvat 55 ja 56). Populaation koolla ja mutaatiokertoimella oli myös keskenään korkea korrelaatiokerroin (kuva 57).



Kuva 54. Funktio 11 (Weierstrass). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).



Kuva 55. Funktio 11 (Weierstrass). Viimeinen populaatio.



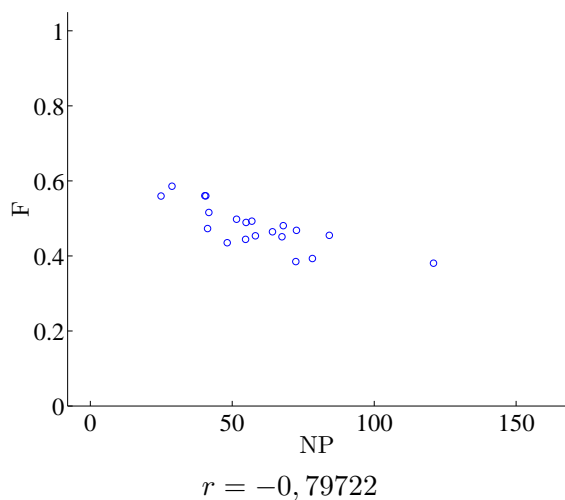
Kuva 56. Funktio 11 (Weierstrass). Viimeinen populaatio.

Taulukko 24. Funktio 11 (Weierstrass). Viimeinen populaatio.

X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	56,9329	0,49275	0,97982	49635,871	0,31
2	64,2013	0,46439	0,96538	56678,4	0,35
3	67,9719	0,48068	0,97636	59608,3235	0,34
4	40,3637	0,56063	0,95212	46635	0,24
5	67,5274	0,45106	0,94348	64233,2045	0,44
6	54,8936	0,48936	0,95464	52408,5	0,36
7	51,4988	0,4976	0,93464	57741	0,34
8	120,8664	0,38043	0,99393	80358,2609	0,46
9	41,3113	0,473	0,89829	45952,5172	0,29
10	48,2573	0,4351	0,87817	57229,5385	0,39
11	78,2211	0,39321	0,96016	58393,0286	0,35
12	54,7301	0,44421	0,91544	54391,0345	0,29
13	24,9375	0,55941	0,83153	42752	0,15
14	72,6377	0,46799	0,98107	61058,9388	0,49
15	40,7136	0,55997	0,96826	43046,4	0,25
16	41,7701	0,51556	0,93541	43703,2667	0,3
17	58,1429	0,45344	0,93153	57126,9474	0,38
18	84,1746	0,45467	0,99324	66222	0,42
19	72,3955	0,385	0,92662	61351,0244	0,41
20	28,7747	0,58577	0,91002	39846,1538	0,13
Minimi	24,9375	0,38043	0,83153	39846,1538	0,13
Maksimi	120,8664	0,58577	0,99393	80358,2609	0,49
Keskiarvo	58,5161	0,47721	0,94151	54918,5705	0,3345
Mediaani	55,9133	0,47049	0,9478	56902,6737	0,345
Keskihajonta	21,7022	0,058242	0,040811	9791,4102	0,094059
Varianssi	470,9859	0,0033922	0,0016655	95871714,587	0,0088471

Taulukko 25. Funktio 11 (Weierstrass). Korrelaatiokertoimet.

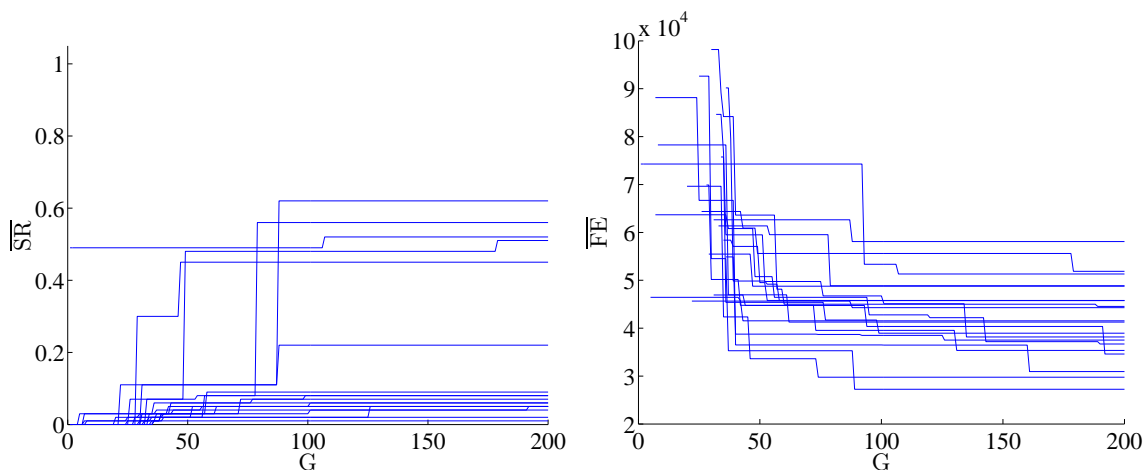
	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,79722	0,67131	0,93988	0,79901
F	-0,79722	1	-0,26718	-0,81199	-0,78778
CR	0,67131	-0,26718	1	0,50153	0,53798
\overline{FE}	0,93988	-0,81199	0,50153	1	0,85272
\overline{SR}	0,79901	-0,78778	0,53798	0,85272	1



Kuva 57. Funktio 11 (Weierstrass). Viimeinen populaatio.

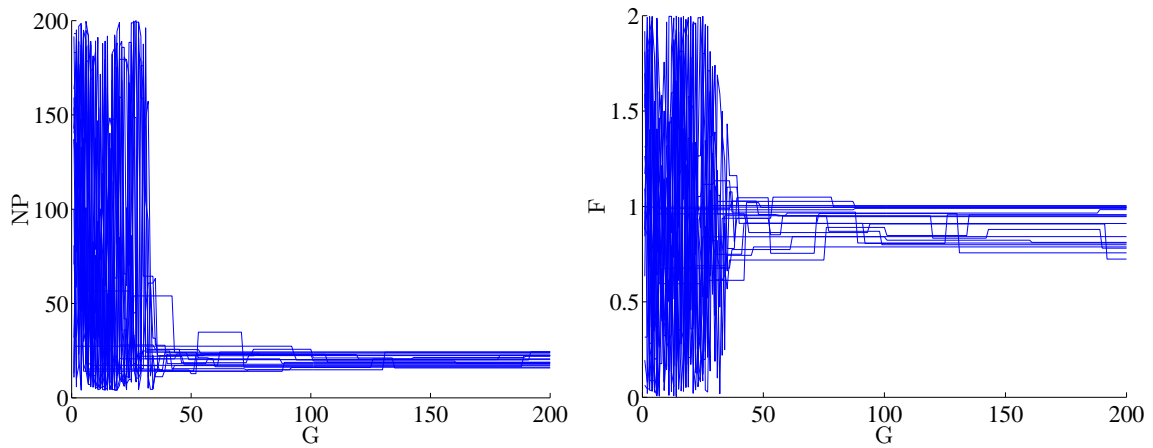
6.12. F_{12} : Schwefel's Problem 2.13

Funktio 12:n onnistumisprosentissa \overline{SR} oli testijoukon suurin hajonta. Osalla yksilöistä se nousi yllättävän korkealle yli 50 %:iin, mutta suurimmalla osalla se jäi matalaksi, alle 10 %:iin.

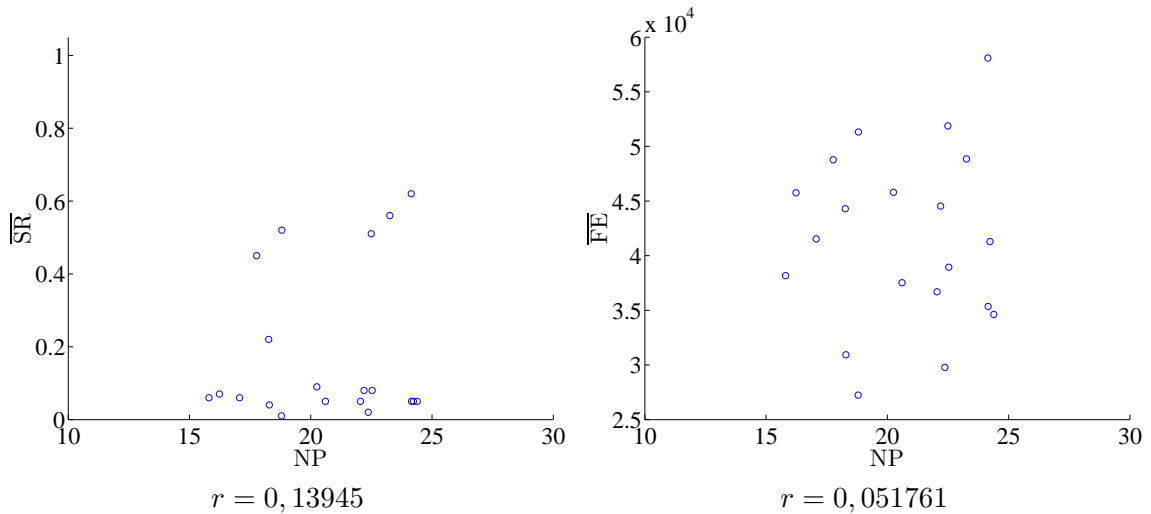


Kuva 58. Funktio 12 (Schwefel 2.13). Suorituskykymittareiden \overline{SR} (luotettavuus) ja \overline{FE} (laskenta-aika) kehittyminen.

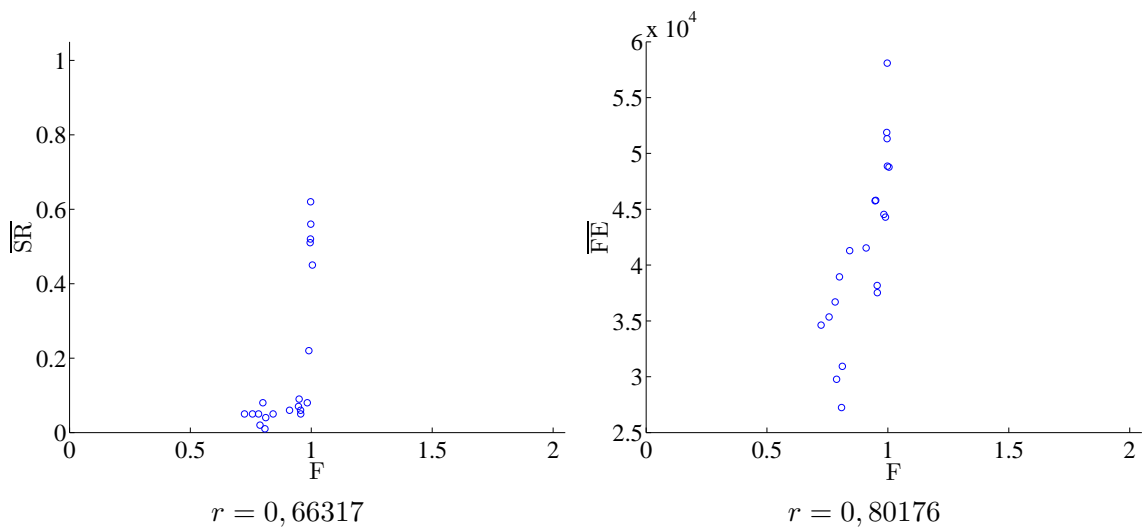
Funktio 12 erosi muista multimodaaleista funktioista huomattavasti eräiden korrelaatiokertoimiensa suhteen. Esimerkiksi populaation koko NP ei korreloinut ollenkaan \overline{SR} :n tai \overline{FE} :n kanssa kuten muilla multimodaaleilla funktioilla. Mutaatiovakio F ja \overline{FE} :n korrelaatiokerroin oli melko korkea (0,80176) mutta positiivinen, kun muilla multimodaaleilla funktioilla se oli voimakkaan negatiivinen.



Kuva 59. Funktio 12 (Schwefel 2.13). Populaation koon NP ja mutaatiovakion F kehitys (ylemmän tason populaatio).



Kuva 60. Funktio 12 (Schwefel 2.13). Viimeinen populaatio.



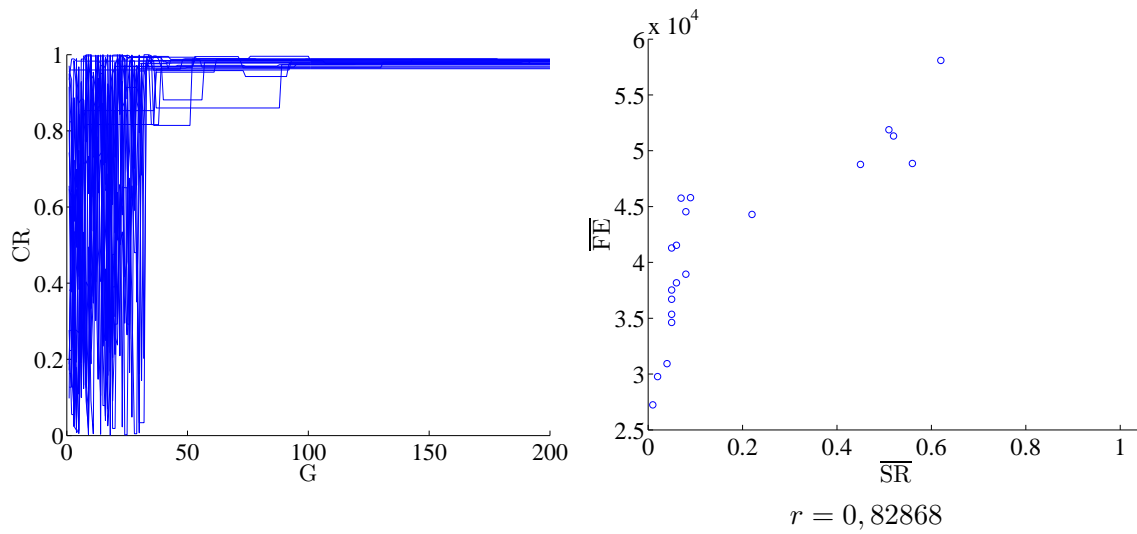
Kuva 61. Funktio 12 (Schwefel 2.13). Viimeinen populaatio.

Taulukko 26. Funktio 12 (Schwefel 2.13). Viimeinen populaatio.

X_i	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
1	22,05	0,78162	0,98746	36691,6	0,05
2	23,262	0,99765	0,98568	48853,6429	0,56
3	24,1446	0,9973	0,9656	58096,6452	0,62
4	20,2518	0,94968	0,98547	45793,3333	0,09
5	15,8017	0,95582	0,98278	38167,5	0,06
6	18,2912	0,8117	0,98313	30937,5	0,04
7	20,6061	0,95634	0,97666	37524	0,05
8	17,0672	0,91019	0,98586	41528,1667	0,06
9	24,391	0,72364	0,98129	34617,6	0,05
10	22,3688	0,78762	0,96974	29766	0,02
11	22,4924	0,99498	0,98579	51880,3137	0,51
12	17,7673	1,0042	0,96293	48773,3778	0,45
13	24,1544	0,75674	0,98075	35356,8	0,05
14	24,2315	0,84191	0,98725	41289,6	0,05
15	18,2663	0,98966	0,97355	44300,4545	0,22
16	22,1959	0,98308	0,98184	44533,5	0,08
17	16,2374	0,94681	0,98071	45750,8571	0,07
18	22,5338	0,79956	0,98816	38945,5	0,08
19	18,8064	0,99673	0,97685	51314,8846	0,52
20	18,796	0,80836	0,97356	27234	0,01
Minimi	15,8017	0,72364	0,96293	27234	0,01
Maksimi	24,391	1,0042	0,98816	58096,6452	0,62
Keskiarvo	20,6858	0,89968	0,97975	41567,7638	0,182
Mediaani	21,3281	0,94824	0,98157	41408,8833	0,065
Keskihajonta	2,8537	0,097914	0,0073824	8060,4576	0,21331
Varianssi	8,1434	0,0095872	5,45e-05	64970976,1529	0,045501

Taulukko 27. Funktio 12 (Schwefel 2.13). Korrelaatiokertoimet.

	NP	F	CR	\overline{FE}	\overline{SR}
NP	1	-0,35212	0,13764	0,051761	0,13945
F	-0,35212	1	-0,25241	0,80176	0,66317
CR	0,13764	-0,25241	1	-0,14694	-0,34254
\overline{FE}	0,051761	0,80176	-0,14694	1	0,82868
\overline{SR}	0,13945	0,66317	-0,34254	0,82868	1

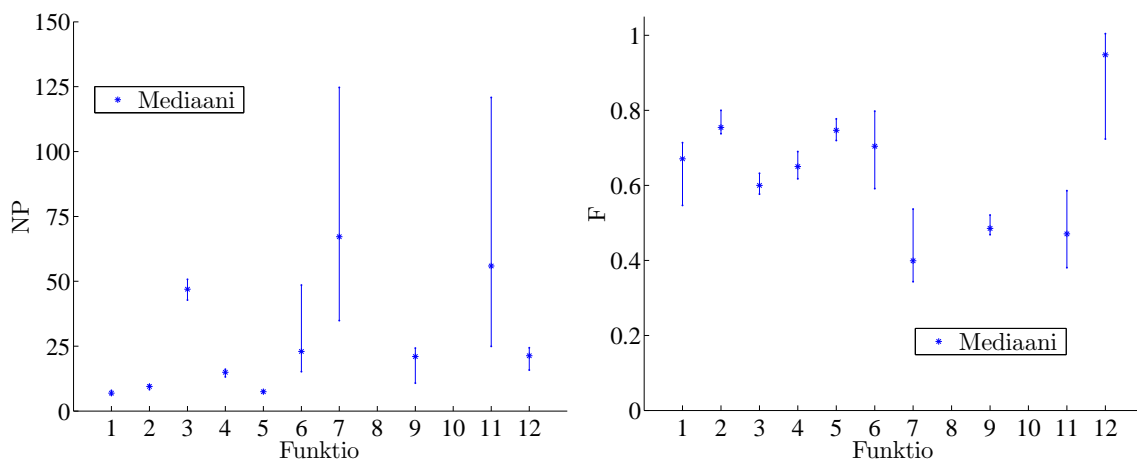


Kuva 62. Funktio 12 (Schwefel 2.13). Risteytysvakion CR kehitys ja viimeinen populaatio (ylempi taso).

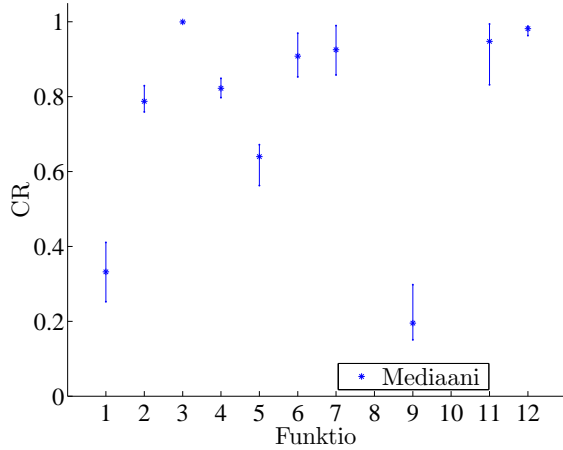
6.13. Pareto-optimaalisten parametrien analyysi

Ylemmän tason viimeiset populaatiot approksimoivat Pareto-optimaalisia kontrolliparametriyhdistelmiä. Nämä alueet eivät näytä menevän päällekkäin. Se viittaa vahvasti siihen, ettei ole olemassa yksyä kontrolliparametreja, jotka ovat Pareto-optimaalisia kaikilla testifunktioilla. Edelleen se tarkoittaisi sitä, ettei ole olemassa yksyä kontrolliparametreja, jotka ovat Pareto-optimaalisia kaikilla funktioilla.

Korrelaatiokertoimien tarkastelu paljastaa, että kaikissa funktioissa, paitsi 5:ssä (Schwefel 2.6), NP :n ja F :n korrelaatiokerroin on negatiivinen, vaikka siinä esiintyykin suurta vaihtelua. Funktiossa 5 on käytetty vain yhtä populaation kokoa, joten siitä



Kuva 63. Optimoitujen kontrolliparametrien alueet (NP ja F).



Kuva 64. Optimoitujen kontrolliparametrien alueet (CR).

laskettu korrelaatiokerroin ei ole luotettava. Myös funktioissa 1, 2 ja 4 (Sphere, Schwefel 1.2 ja Schwefel 1.2 kohinalla) on käytetty vain muutamaa populaation kokoa, joten näissäkään tapauksissa NP :n korrelaatiokerrointa ei voi pitää luotettavana.

Taulukko 28. Korrelaatiokertoimet $r \in [-1, 1]$.

F_n	(NP,F)	(NP,CR)	(F,CR)	(NP,FE)	(NP,SR)
1	-0,41704	-0,020994	0,53355	0,19094	0,15711
2	-0,18836	0,31527	0,6518	-0,12256	-
3	-0,98356	0,023665	0,09585	-0,40942	-
4	-0,6715	0,59641	0,015812	-0,099451	-
5	0,50632	0,43439	0,54182	0,15993	-
6	-0,89027	0,63737	-0,44913	0,95632	0,84025
7	-0,83374	-0,22019	0,61163	0,93499	0,87664
9	-0,43129	0,1804	0,4211	0,9896	0,91422
11	-0,79722	0,67131	-0,26718	0,93988	0,79901
12	-0,35212	0,13764	-0,25241	0,051761	0,13945

F_n	(F,FE)	(F,SR)	(CR,FE)	(CR,SR)	(FE,SR)
1	0,59856	0,66341	0,30854	0,34244	0,97415
2	0,10092	-	0,1181	-	-
3	0,49397	-	0,080455	-	-
4	0,22231	-	0,047247	-	-
5	-0,055298	-	-0,021207	-	-
6	-0,84669	-0,84598	0,42591	0,33497	0,84773
7	-0,79371	-0,71214	-0,38766	-0,23724	0,87715
9	-0,40369	-0,49135	0,15286	0,14579	0,90702
11	-0,81199	-0,78778	0,50153	0,53798	0,85272
12	0,80176	0,66317	-0,14694	-0,34254	0,82868

\overline{FE} :n ja \overline{SR} :n korrelaatiokerroin on aina positiivinen ja yleensä korkea. Luotettavuuden ja laskenta-ajan kasvu tapahtuvat yhdessä, joten luotettavuuden hintana on nopeus.

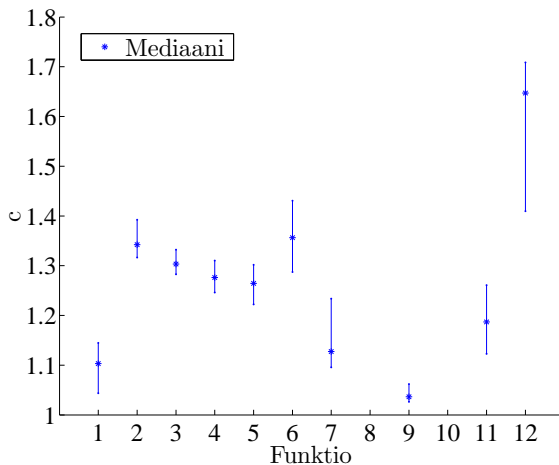
NP :n ja \overline{SR} :n korrelaatiokerroin on aina positiivinen, ja niissä tapauksissa, joissa se voitiin laskea, se on yleensä korkea. Differentiaalievoluutioalgoritmi toimii luotettavammin suuremmalla populaatiolla.

Funktiot 6, 7, 9 ja 11 (Rosenbrock, Griewank, Rastrigin ja Weierstrass) näyttävät muodostavan ryhmän, joilla monet korrelaatiokertoimista ovat saman merkkisiä ja suurin piirtein saman suuruisia. Funktio 9 (Rastrigin) on separoituva ja loput ovat ei-separoituvia. Yhteistä funktioille on, että ne ovat kaikki multimodaaleja. Myös funktio 12 (Schwefel 2.13) on multimodaali mutta poikkeaa ryhmästä huomattavasti.

6.14. Zaharien c :n suhde kontrolliparametreihin ja suorituskykymittareihin

Melkein kaikki ylemmän tason viimeisistä populaatioista lasketut Zaharien c :n arvot asettuivat Kukkosen (2012: 73, 79) mukaiselle hyvien c :n arvojen alueelle eli 1:n ja 1,5:n väliin. Kontrolliparametrien optimoinnin voi siis katsoa tässä suhteessa onnistuneen.

Zaharien c :n ja populaation koko NP :n korrelaatiokertoimissa ei näytä olevan säännönmukaisuuksia, mutta funktion 3 (Elliptic) kohdalla korrelaatiokerroin oli erityisen korkea (-0,98055). Zaharien c :n ja risteytysvakio CR :n korrelaatiokertoimissa ei näytä olevan säännönmukaisuuksia, mutta funktion 9 (Rastrigin) kohdalla se oli erittäin korkea (0,97037) ja funktioiden 1, 2 ja 5 (Sphere, Schwefel 1.2 ja Schwefel 2.6) kohdalla



Kuva 65. Zaharien c :n alueet ylemmän tason viimeisistä populaatioista.

Taulukko 29. Zaharien c :n arvojen yhteenvedot viimeisistä populaatioista (ylempi taso).

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
Minimi	1,0437	1,3164	1,2828	1,2462	1,2221
Maksimi	1,1447	1,3924	1,3323	1,3104	1,3018
Keskiarvo	1,1012	1,3442	1,3072	1,2763	1,2619
Mediaani	1,103	1,3421	1,3033	1,2762	1,2645
Keskihajonta	0,024681	0,021617	0,01569	0,015121	0,020638
Varianssi	0,00060917	0,00046729	0,00024617	0,00022864	0,00042591
	F_6	F_7	F_9	F_{11}	F_{12}
Minimi	1,2872	1,0955	1,0265	1,1229	1,4095
Maksimi	1,4305	1,2337	1,062	1,261	1,7085
Keskiarvo	1,3571	1,1494	1,0379	1,1886	1,5948
Mediaani	1,3562	1,1273	1,0364	1,1868	1,647
Keskihajonta	0,042651	0,045628	0,0088009	0,040423	0,1055
Varianssi	0,0018191	0,0020819	7,7456e-05	0,001634	0,01113

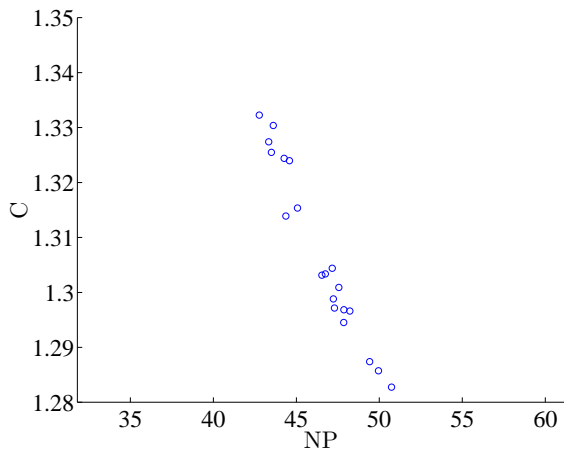
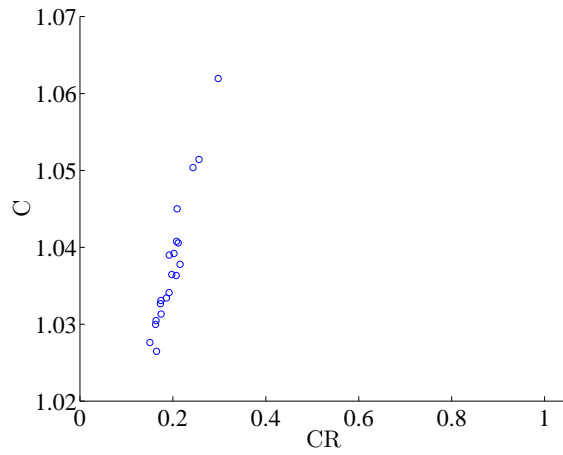
Taulukko 30. Zaharien c :n arvojen korrelaatiokertoimet.

F_n	(NP,c)	(F,c)	(CR,c)	(\overline{FE} ,c)	(\overline{SR} ,c)
1	-0,19135	0,85448	0,88746	0,49091	0,54869
2	0,082753	0,93356	0,87483	0,10942	-
3	-0,98055	0,99985	0,11065	0,49782	-
4	-0,34797	0,9152	0,41264	0,23451	-
5	0,59213	0,88149	0,8702	-0,026312	-
6	-0,77803	0,96252	-0,19338	-0,7881	-0,81953
7	-0,75886	0,98957	0,70686	-0,74251	-0,65599
9	0,26698	0,52021	0,97037	0,25451	0,22082
11	-0,6679	0,97056	-0,032669	-0,72468	-0,689
12	-0,32623	0,99907	-0,22085	0,81189	0,6692

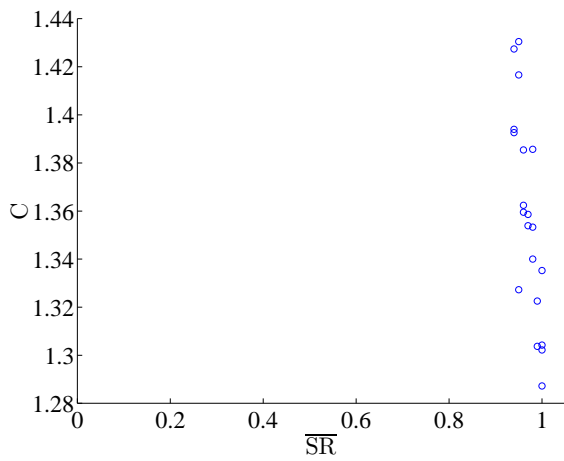
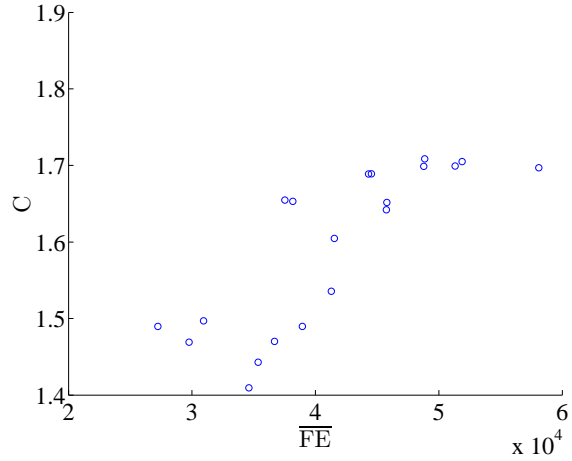
korkea (0,8702–0,88746).

Zaharien c :n ja \overline{FE} :n korrelaatiokertoimien suuruus ja suunta vaihtelevat, eikä niissä näytä olevan säännönmukaisuuksia. Sama pätee c :n ja \overline{SR} :n korrelaatiokertoimille. Muutama korrelaatiokerroin oli silti korkea (kuva 67).

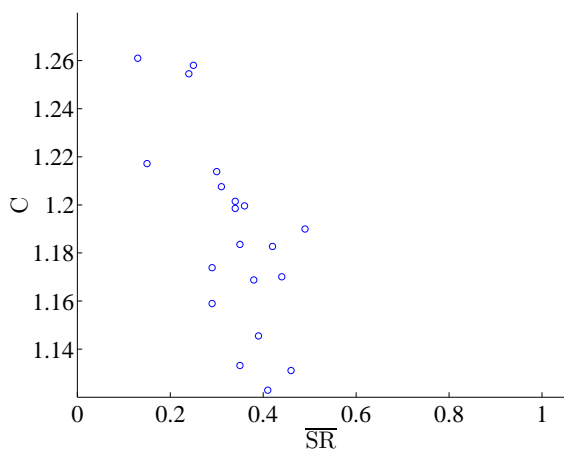
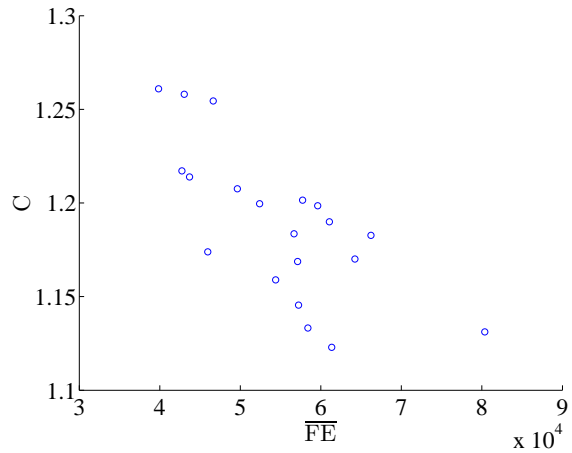
Zaharien c :n ja mutaatiiovakio F :n korrelaatiokerroin on aina positiivinen ja lähes aina korkea tai erittäin korkea. Tämä on ainut löydetty säännönmukaisuus. Funktio 11 (Weierstrass) toimii esimerkkinä, joka havainnollistaa Zaharien c :n suhdetta kontrolliparametreihin ja suorituskymmittareihin.

Funktio 3 (Elliptic). $r = -0,98055$ Funktio 9 (Rastrigin). $r = 0,97037$

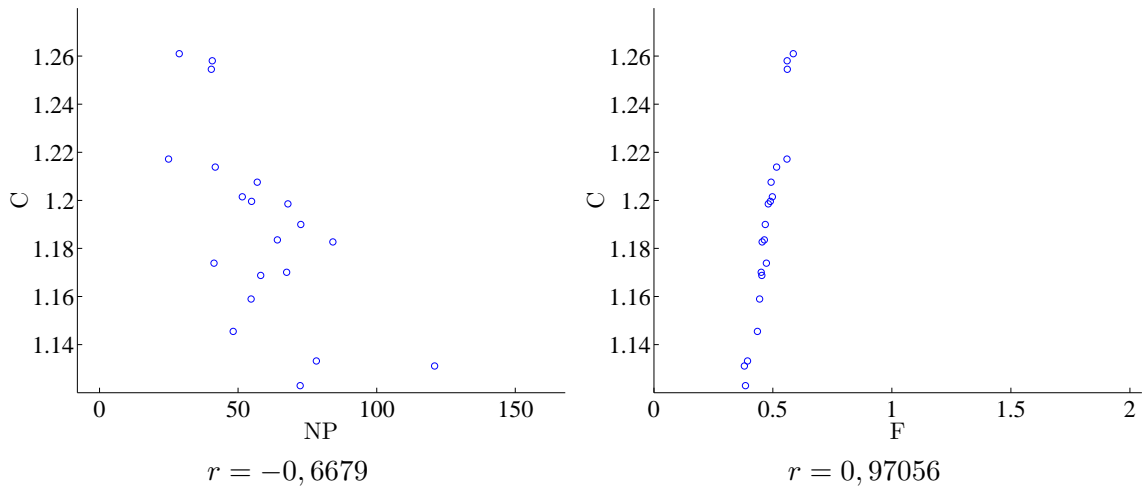
Kuva 66. Viimeiset populaatiot (ylempi taso).

Funktio 6 (Rosenbrock). $r = -0,81953$ Funktio 12 (Schwefel 2.13). $r = 0,81189$

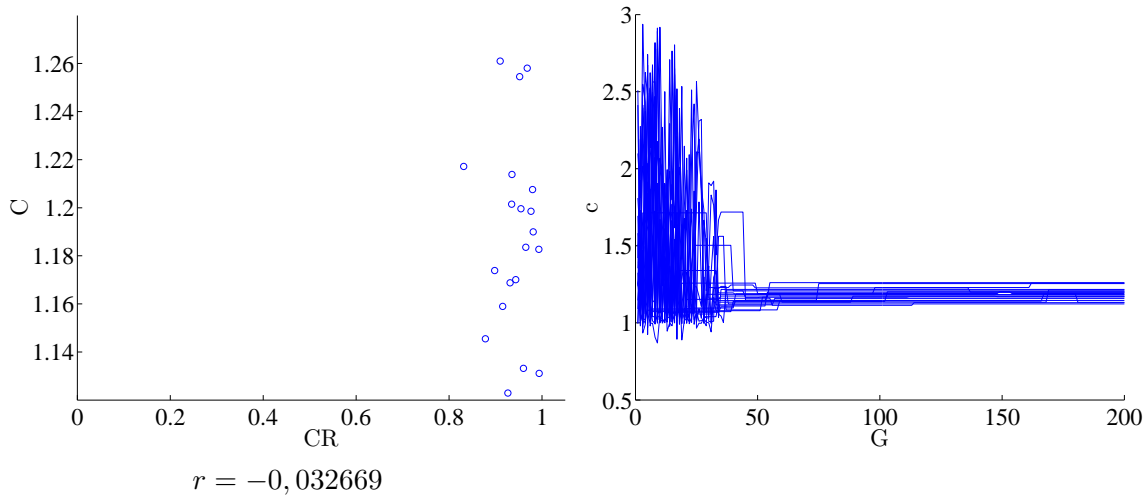
Kuva 67. Viimeiset populaatiot (ylempi taso).

 $r = -0,689$  $r = -0,72468$

Kuva 68. Funktio 11 (Weierstrass). Viimeinen populaatio (ylempi taso).



Kuva 69. Funktio 11 (Weierstrass). Viimeinen populaatio (ylempi taso).



Kuva 70. Funktio 11 (Weierstrass). Viimeinen populaatio (ylempi taso) ja c :n kehittyminen.

6.15. Parametrien testaus

Testasin löydettyjä parhaita spesifejä kontrolliparametreja Rönkkösen ym. (2005) valitsema kontrolliparametreja vastaan. Rönkkösen kontrolliparametrit ovat geneerisiä, koska CEC05:ssa ei ollut tarkoitus käyttää funktiokohtaisesti optimoituja kontrolliparametreja. Spesifien kontrolliparametrien valinta suoritettiin viimeisten populaatioiden joukosta, paitsi funktiossa 10, jossa se tehtiin keskeytykskohdan populaatiosta. Valintaperuste oli ensisijaisesti $\max(\overline{SR})$ ja toissijaisesti $\min(\overline{FE})$, paitsi funktiossa 6, jossa valintaperuste oli suoraan $\min(\overline{FE})$. Koska funktiolle 8 ei oltu onnistuttu löytämään mitään kontrolliparametreja, joilla DE-algoritmi onnistuisi

ratkaisemaan funktion, sille valittiin yksinkertaisesti samat kontrolliparametrit kuin funktiolle 11.

Taulukko 31. Testissä käytetyt kontrolliparametrit. Vasemmalla ovat Rönkkösen, Kukkosen ja Pricen (2005) valitsemat geneeriset kontrolliparametrit CEC05-evoluutiolaskentakilpailuun, ja oikealla ovat tässä työssä optimoidut funktiokohtaiset spesifit kontrolliparametrit.

F_n	Geneeriset			Spesifit		
	NP	F	CR	NP	F	CR
1	20	0,9	0,1	6	0,68927	0,37509
2	20	0,9	0,9	9	0,769	0,80665
3	50	0,9	0,9	47	0,59048	0,99908
4	20	0,9	0,9	14	0,65046	0,82219
5	20	0,9	0,9	7	0,73724	0,61526
6	20	0,9	0,9	15	0,79776	0,8658
7	20	0,9	0,9	106	0,35595	0,85769
8	20	0,9	0,9	72	0,46799	0,98107
9	20	0,9	0,1	20	0,47066	0,20713
10	100	0,9	0,9	153	0,1452	0,7484
11	50	0,9	0,9	72	0,46799	0,98107
12	100	0,9	0,9	24	0,9973	0,9656

Sallittu virhe oli testeissä CEC-ohjeistuksen (Suganthan ym. 2005: 40–41) mukaisesti $\epsilon = 10^{-6}$ funktioille 1–6 ja $\epsilon = 10^{-2}$ funktioille 7–12. Kontrolliparametrien suorituskyykyä mitattiin yhdellä uudella mittarilla, SP :llä (Success Performance), jossa pienempi arvo on parempi.

$$SP = \frac{(FE:n \text{ keskiarvo onnistuneista ajoista}) \cdot \text{ajokerrat}}{(\text{onnistuneiden ajojen määrä})} \quad (17)$$

SR^* on kuten vanha tuttu \overline{SR} mutta tarkoittaa prosenttimäärää, ei osuutta. Testauksessa käytettiin 25 ajokertaa.

$$SR^* \in [0, 100] = \overline{SR} \cdot 100 \quad (18)$$

Funktiokohtaisesti optimoidut spesifit kontrolliparametrit ovat odotetusti geneerisiä kontrolliparametreja paremmat. Spesifien kontrolliparametrien suorituskyykyä voi pitää rajoina, joita mitkään geneeriset kontrolliparametrit eivät voi voittaa. Niiden suorituskyyky toimii siten vertailukohtana geneerisille kontrolliparametreille.

Taulukko 32. Spesifien ja geneeristen kontrolliparametrien suorituskyvyn vertailua. Riittävän tarkkuuden saavuttamiseen vaadittu FE on spesifeillä kontrolliparametreilla pienempi kaikissa listatuissa tapauksissa. Sekä SR^* että SP ovat spesifeillä kontrolliparametreilla vähintään yhtä hyviä ja enimmäkseen parempia.

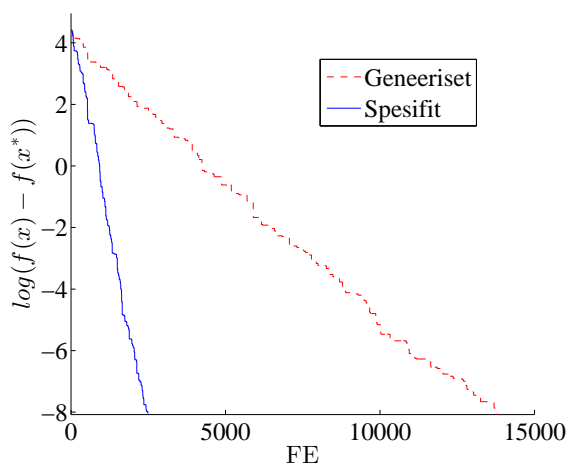
F_x	1. (Paras)	7.	13. (Mediaani)	19.	25. (Huonoin)	Keskiarvo	Keskihajonta	SR^*	SP	
Spesifit parametrit	1	1941	2168	2230	2367	5805	2436,96	747,3754	100	3509,28 (-283%)
	2	8684	9540	10296	11153	12777	10432,56	1130,297	100	12463,56 (-147%)
	3	18798	19288	19977	20312	-	20070,25	1205,4583	96 (+96)	24630,1215
	4	9872	10840	11894	12827	16932	12063,68	1788,5697	100	14456,96 (-140%)
	5	4211	4565	4836	5124	8284	5041,52	856,5273	100	5964,84 (-268%)
	6	14843	16753	18078	19639	25651	18486,28	2768,5723	100 (+8)	27276,6 (-75%)
	7	51175	-	-	-	-	69664,8333	14875,5591	24 (+24)	392640,2778
	8	-	-	-	-	-	-	-	0	-
	9	5118	5366	5711	5882	6163	5644,56	329,3395	100 (+8)	8727,2 (-83%)
	10	-	-	-	-	-	-	-	0	-
	11	26764	42085	-	-	-	37020,4444	6201,597	36 (+36)	170088,8889
	12	27379	41458	-	-	-	41775,3333	8623,3593	48 (+48)	127929,1667
Geneeriset parametrit	1	10697	10875	11148	11339	12064	11182,84	344,9334	100	13426,4
	2	21228	24910	25962	27103	28337	25757,12	1752,7848	100	30812
	3	-	-	-	-	-	-	-	0	-
	4	23771	27052	28072	29959	32708	28408,28	2324,2269	100	34659,2
	5	16060	17284	18552	19088	20749	18320,32	1244,8139	100	21954,4
	6	20459	25768	27450	31643	-	28173,6522	3732,2951	92	47826,087
	7	-	-	-	-	-	-	-	0	-
	8	-	-	-	-	-	-	-	0	-
	9	6927	7665	8073	8423	-	7958,3043	478,8495	92	15930,0567
	10	-	-	-	-	-	-	-	0	-
	11	-	-	-	-	-	-	-	0	-
	12	-	-	-	-	-	-	-	0	-

Taulukko 33. Spesifien kontrolliparametrien saavuttamat virheet $f(x) - f(x^*)$. Luvun perässä oleva T tarkoittaa, että ajokerta saavutti lopetusvirheen ennen mittauspistettä, ja kyseinen luku esittää virhettä lopetettaessa.

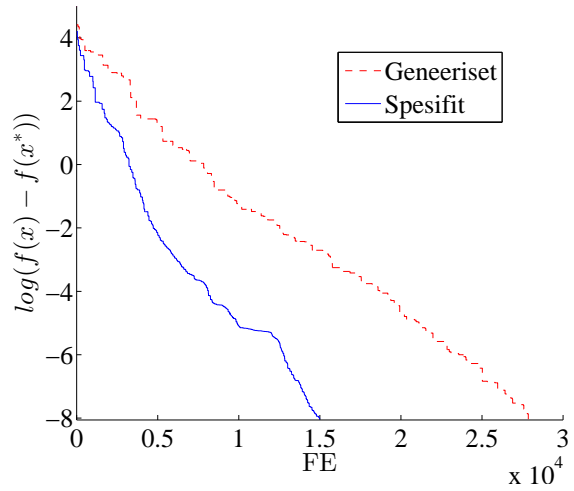
FE	Funktio:	1	2	3	4	5	6
1e+03	1. (Paras)	1,06e-01	1,10e+02	3,86e+06	1,54e+02	1,66e+01	2,92e+05
	7.	2,04e-01	4,22e+02	6,94e+06	8,72e+02	4,63e+01	8,83e+05
	13. (Mediaani)	5,25e-01	6,87e+02	1,02e+07	1,34e+03	1,29e+02	1,45e+06
	19.	1,25e+00	9,85e+02	1,65e+07	1,82e+03	2,17e+02	2,13e+06
	25. (Huonoin)	1,10e+02	3,80e+03	3,43e+07	3,87e+03	1,58e+03	6,01e+06
	Keskiarvo	7,82e+00	8,65e+02	1,30e+07	1,43e+03	2,22e+02	1,82e+06
	Keskihajonta	2,31e+01	7,27e+02	7,68e+06	8,85e+02	3,30e+02	1,51e+06
1e+04	1. (Paras)	4,12e-09T	7,64e-09T	4,32e-01	5,59e-07	5,78e-09T	1,11e+00
	7.	7,17e-09T	5,06e-07	2,27e+00	5,26e-06	8,49e-09T	2,75e+00
	13. (Mediaani)	9,00e-09T	1,72e-06	3,89e+00	2,73e-05	8,97e-09T	3,51e+00
	19.	9,62e-09T	6,74e-06	9,43e+00	2,71e-04	9,71e-09T	5,33e+00
	25. (Huonoin)	1,67e-08	8,77e-04	7,65e+02	3,13e-02	9,97e-09T	3,27e+01
	Keskiarvo	8,67e-09	6,94e-05	3,69e+01	2,16e-03	8,84e-09	5,72e+00
	Keskihajonta	2,28e-09	1,99e-04	1,52e+02	6,80e-03	1,02e-09	6,80e+00
1e+05	1. (Paras)	4,12e-09T	2,54e-09T	3,97e-09T	4,58e-09T	5,78e-09T	4,90e-09T
	7.	7,17e-09T	8,48e-09T	7,66e-09T	7,75e-09T	8,49e-09T	7,20e-09T
	13. (Mediaani)	9,00e-09T	9,29e-09T	8,85e-09T	8,90e-09T	8,97e-09T	8,44e-09T
	19.	9,62e-09T	9,77e-09T	9,37e-09T	9,32e-09T	9,71e-09T	9,04e-09T
	25. (Huonoin)	9,94e-09T	9,95e-09T	8,25e+00	9,96e-09T	9,97e-09T	9,99e-09T
	Keskiarvo	8,40e-09	8,81e-09	3,30e-01	8,44e-09	8,84e-09	8,11e-09
	Keskihajonta	1,58e-09	1,58e-09	1,65e+00	1,27e-09	1,02e-09	1,39e-09

Taulukko 34. Spesifien kontrolliparametrien saavuttamat virheet $f(x) - f(x^*)$. Luvun perässä oleva T tarkoittaa, että ajokerta saavutti lopetusvirheen ennen mittauspistettä, ja kyseinen luku esittää virhettä lopetettaessa.

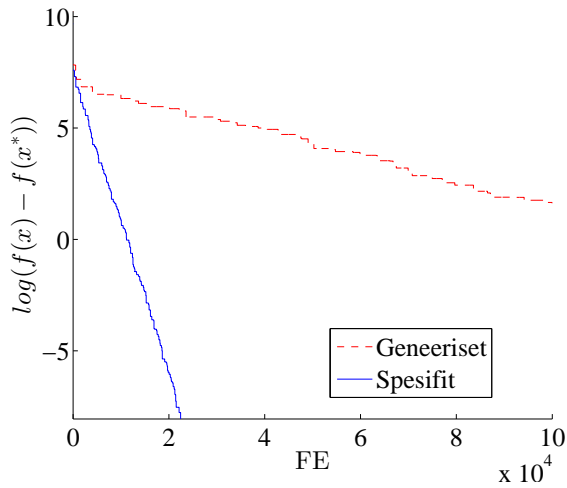
FE	Funktio:	7	8	9	10	11	12
1e+03	1. (Paras)	5,42e+02	2,05e+01	1,94e+01	8,38e+01	1,04e+01	2,62e+04
	7.	1,23e+03	2,06e+01	2,73e+01	9,72e+01	1,07e+01	5,51e+04
	13. (Mediaani)	1,37e+03	2,07e+01	3,14e+01	1,04e+02	1,14e+01	7,19e+04
	19.	1,46e+03	2,08e+01	3,40e+01	1,10e+02	1,20e+01	8,10e+04
	25. (Huonoin)	1,75e+03	2,09e+01	4,38e+01	1,28e+02	1,30e+01	1,03e+05
	Keskiarvo	1,34e+03	2,07e+01	3,04e+01	1,04e+02	1,15e+01	6,85e+04
	Keskihajonta	2,44e+02	1,07e-01	5,95e+00	1,07e+01	8,15e-01	1,96e+04
1e+04	1. (Paras)	5,74e-01	2,02e+01	4,03e-09T	2,06e+01	3,91e+00	1,85e+02
	7.	8,21e-01	2,05e+01	6,76e-09T	2,93e+01	8,16e+00	5,54e+03
	13. (Mediaani)	9,60e-01	2,05e+01	8,60e-09T	3,30e+01	8,90e+00	1,37e+04
	19.	1,02e+00	2,06e+01	9,41e-09T	3,82e+01	9,86e+00	2,21e+04
	25. (Huonoin)	1,14e+00	2,07e+01	9,98e-09T	4,42e+01	1,07e+01	3,24e+04
	Keskiarvo	9,25e-01	2,05e+01	8,08e-09	3,39e+01	8,58e+00	1,43e+04
	Keskihajonta	1,31e-01	1,03e-01	1,71e-09	6,01e+00	1,86e+00	9,67e+03
1e+05	1. (Paras)	3,78e-09T	2,02e+01	4,03e-09T	1,99e+00	6,10e-09T	7,51e-09T
	7.	1,23e-02	2,03e+01	6,76e-09T	2,98e+00	8,55e-09T	8,74e-09T
	13. (Mediaani)	1,97e-02	2,04e+01	8,60e-09T	3,98e+00	7,99e-01	9,65e-01
	19.	3,20e-02	2,04e+01	9,41e-09T	5,00e+00	1,50e+00	1,00e+01
	25. (Huonoin)	1,37e-01	2,05e+01	9,98e-09T	9,95e+00	3,81e+00	1,50e+03
	Keskiarvo	3,06e-02	2,04e+01	8,08e-09	4,60e+00	9,61e-01	9,30e+01
	Keskihajonta	3,32e-02	7,17e-02	1,71e-09	1,78e+00	1,00e+00	3,26e+02



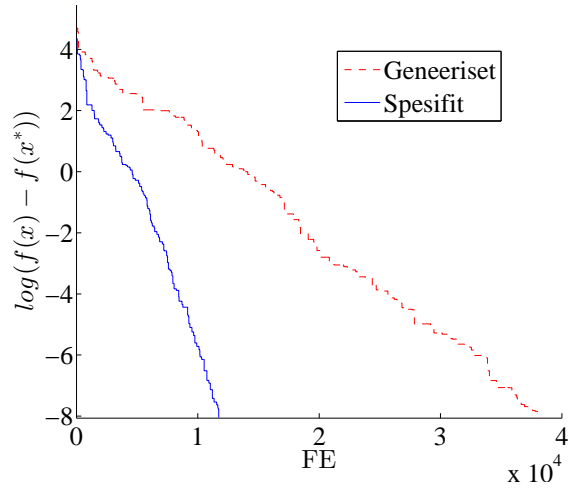
Funktio 1 (Sphere).



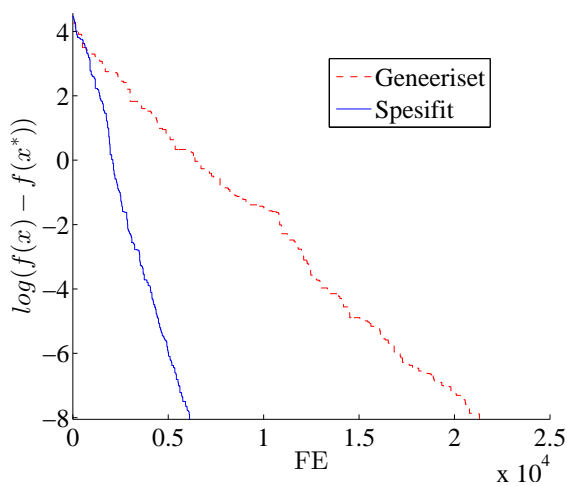
Funktio 2 (Schwefel 1.2).



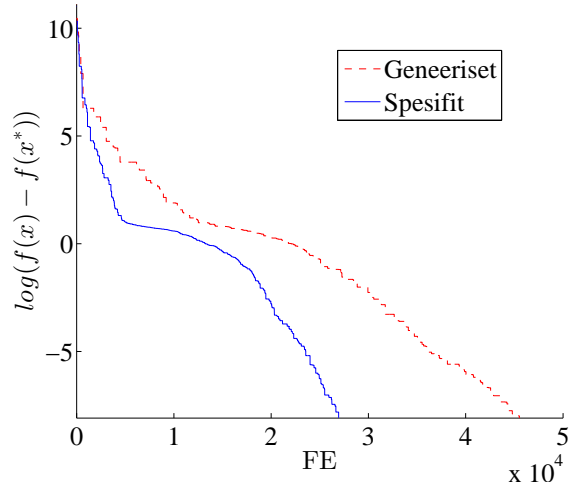
Funktio 3 (Elliptic).



Funktio 4 (Schwefel 1.2 kohinalla).

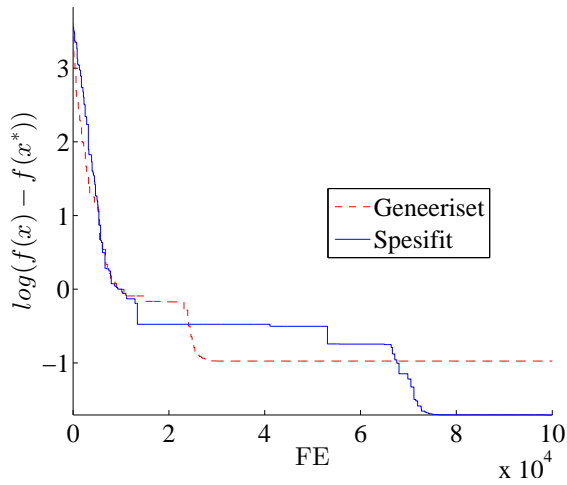


Funktio 5 (Schwefel 2.6).

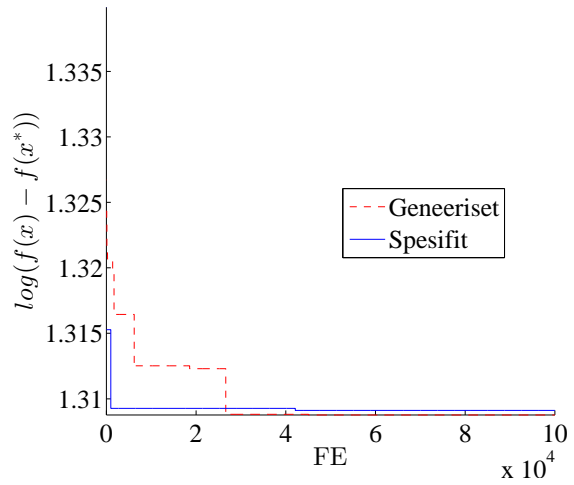


Funktio 6 (Rosenbrock).

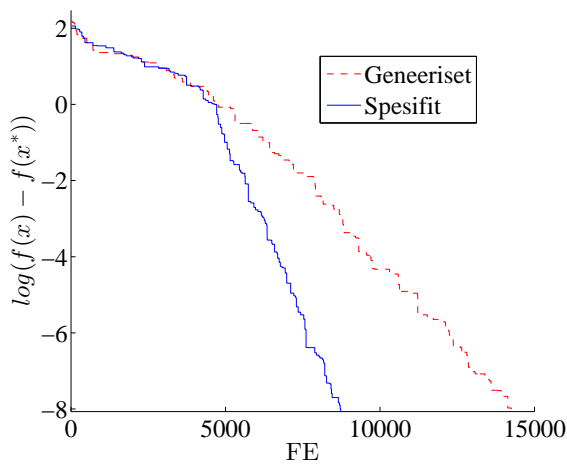
Kuva 71. Rönkkösen ym. (2005) geneeristen kontrolliparametrien vertaaminen funktiokohtaisesti optimoituihin spesifeihin kontrolliparametreihin. Kuvissa on mediaaniajo 25:stä.



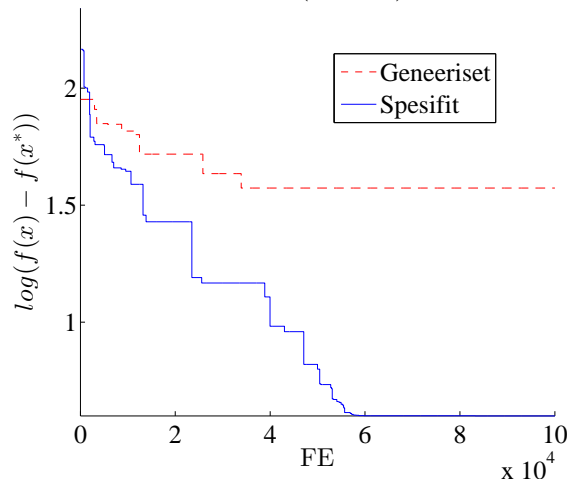
Funktio 7 (Griewank).



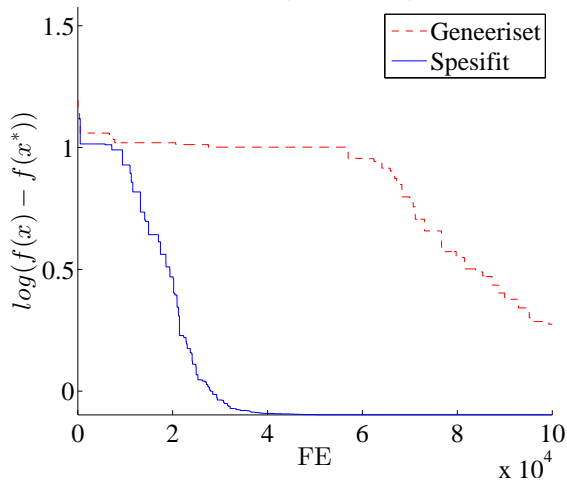
Funktio 8 (Ackley).



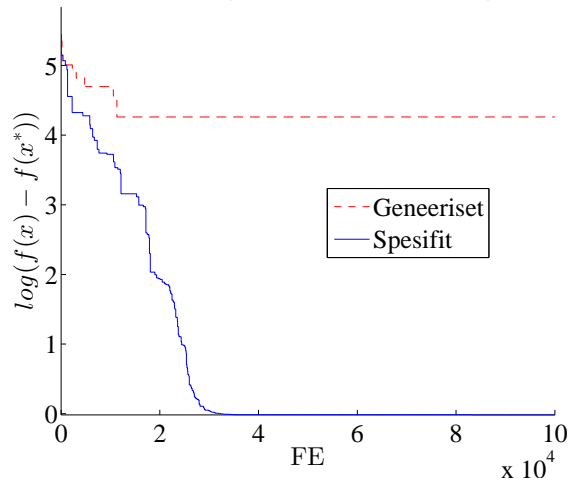
Funktio 9 (Rastrigin).



Funktio 10 (käännetty Rastrigin).



Funktio 11 (Weierstrass).



Funktio 12 (Schwefel 2.13).

Kuva 72. Rönkkösen ym. (2005) geneeristen kontrolliparametrien vertaaminen funktiokohtaisesti optimoituihin spesifeihin kontrolliparametreihin. Kuvissa on mediaaniajo 25:stä.

7. JOHTOPÄÄTÖKSIÄ

Optimaalisten kontrolliparametrien rajat vaihtelevat funktion mukaan ja voivat olla funktiosta riippuen hyvinkin kapeita. Optimaalisten parametrien alueet eivät mene päällekkäin. Optimaaliset kontrolliparametrit ovat siten hyvin riippuvaisia funktiosta.

Optimaalisten kontrolliparametrien korrelaatiokertoimien tarkastelusta voi havaita, että NP :n ja \overline{SR} :n korrelaatiokerroin on aina positiivinen ja yleensä korkea. Suurempi populaatio johtaa siis parempaan onnistumisprosenttiin.

\overline{SR} :n ja \overline{FE} :n korrelaatiokerroin on aina positiivinen ja yleensä korkea. Koska \overline{SR} mittaa luotettavuutta ja \overline{FE} laskenta-aikaa, tarkoittaa tämä, että DE-algoritmin luotettavuuden kasvu tapahtuu nopeuden kustannuksella.

NP :n ja F :n korrelaatiokerroin on yleensä negatiivinen sekä unimodaaleilla että multimodaaleilla funktioilla. Vaihtelu on kuitenkin suurta. Populaation koon NP tarkastelu Pearsonin korrelaatiokertoimen kautta antaa hieman harhaanjohtavan kuvan, koska suuri arvojen alue NP :llä vääristää korrelaatiokertoimia. Jonkun toisen korrelaatiokertoimen käyttö voisi tuoda esiin tarkemman kuvan aineistosta tässä suhteessa. Toinen mahdollisuus on, että NP normalisoidaan jotenkin, esimerkiksi laskemalla $NP_{suhteellinen} = NP/NP_{keskiarvo}$ tai $NP_{suhteellinen} = NP/NP_{max}$.

Näyttäisi siltä, että multimodaalit funktiot eroavat unimodaaleista funktioista parametrien vuorovaikutuksen suhteen. Testifunktiot 6, 7, 9 ja 11 (Rosenbrock, Griewank, Rastrigin ja Weierstrass) näyttävät muodostavan ryhmän, jossa monet korrelaatiokertoimista ovat saman merkisiä ja suurin piirtein saman suuruisia. Funktio 9 (Rastrigin) on separoituva mutta kuuluu silti ryhmään. Toisaalta funktio 12 (Schwefel 2.13) poikkeaa ryhmästä huomattavasti, vaikka sekin on multimodaali. Syytä eroavaisuudelle ei löytynyt. Kyseessä saattaa olla vain testifunktioiden pienestä määrästä johtuva sattuma.

Zaharien c ei näytä yleisesti korreloivan NP :n, CR :n, \overline{FE} :n tai \overline{SR} :n kanssa. Sen sijaan c :n ja F :n välillä oli voimakas positiivinen korrelaatio melkein kaikilla ratkaistuilla testifunktioilla.

Monitavoiteoptimointi tutkimusmenetelmänä osoitti olevansa käypä keino tutkia evoluutioalgoritmin optimaalisten kontrolliparametrien ominaisuuksia, koska tutkimuksessa tuli esiin monia tunnettuja tuloksia.

LÄHDELUETTELO

- Aalto, Johanna & Jouni Lampinen (2013a). A Mutation Adaptation Mechanism for Differential Evolution Algorithm. *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2013) Special Session on: "Differential Evolution: Past, Present and Future"*, 55–62. Saatavissa: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6557553>. ISBN 978-1-4799-0453-2.
- Aalto, Johanna & Jouni Lampinen (2013b). A Crossover Adaptation Mechanism for Differential Evolution Algorithm. *Proceedings of MENDEL 2013, 19th International Conference on Soft Computing*, 19–24. ISBN 978-80-214-4755-4. ISSN 1803-3814.
- Brest, Janez, Sašo Greiner, Borko Bošković, Marjan Mernik & Viljem Žumer (2006). Self-Adapting Control Parameters in Differential Evolution: A Comparative Study on Numerical Benchmark Problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 10, 6(2006).
- Eiben, Ágoston Endre, Robert Hinterding & Zbigniew Michalewicz (1999). Parameter Control in Evolutionary Algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 3, 2(1999).
- Eiben, A. E., S.K. Smit (2009). Comparing Parameter Tuning Methods for Evolutionary Algorithms. *IEEE Congress on Evolutionary Computation CEC09, 2009*. Saatavissa: <http://www.cs.vu.nl/~gusz/papers/2009-CEC-tuning-methods.pdf>.
- Kukkonen, Saku & Jouni Lampinen (2004). Mechanical Component Design for Multiple Objectives Using Generalized Differential Evolution. *Proceedings of ACDM 2004, Adaptive Computing in Design and Manufacture*, 261–272. Lontoo: Springer-Verlag. ISBN 1-85233-829-6.
- Kukkonen, Saku (2012). *Generalized Differential Evolution for Global Multi-Objective Optimization with Constraints*. Väitöskirja. Lappeenrannan teknillinen yliopisto. Saatavissa: <http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-265-236-2>. ISBN 978-952-265-236-2. ISSN 1456-4491.
- Lampinen, Jouni (2000). *Multiobjective Nonlinear Pareto-Optimization*. A Pre-Investigation Report. Lappeenranta University of Technology.
- Lampinen, Jouni & Rainer Storn (2004). Differential evolution. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 123–166. Berliini: Springer-Verlag. ISBN 3-540-20167-X.

- Liang, Jason & Risto Miikkulainen (2015). Evolutionary Bilevel Optimization for Complex Control Tasks. *Proceedings of the 2015 on Genetic and Evolutionary Computation Conference*, 871–878. Saatavissa: https://www.cs.utexas.edu/~jliang/liang_gecco15.pdf.
- Liu, J. & J. Lampinen (2005). A Fuzzy Adaptive Differential Evolution Algorithm. *Soft Computing* 9, 6(2005), 448–462. DOI 10.1007/s00500-004-0363-x.
- Price, Kenneth, Rainer Storn & Jouni Lampinen (2005). *Differential evolution - A Practical Approach to Global Optimization*. Berliini: Springer-Verlag. ISBN-10 3-540-20950-6. ISBN-13 978-3-540-20950-8.
- Qin, A. K., & Suganthan, P. N. (2005). Self-adaptive Differential Evolution Algorithm for Numerical Optimization. *The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation* 2, 1785–1791.
- Rönkkönen, Jani, Saku Kukkonen & Kenneth V. Price (2005). Real-Parameter Optimization with Differential Evolution. *Proceedings of 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC05)*, 506–513. ISBN 0-7803-9363-5.
- Storn, Rainer & Kenneth Price (1995). Differential Evolution - A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization Over Continuous Spaces. Technical Report (TR-95-012). Saatavissa: <http://www.icsi.berkeley.edu/~storn/TR-95-012.pdf>.
- Storn, Rainer & Kenneth Price (1997). Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization Over Continuous Spaces. *Journal of Global Optimization* 11, 4(1997), 341–359.
- Storn, Rainer (2015). Differential Evolution (DE) for Continuous Function Optimization [Verkkodokumentti] [Viitattu 17.9.2015]. Saatavissa: <http://www1.icsi.berkeley.edu/~storn/code.html>.
- Suganthan, P. N., N. Hansen, J. J. Liang, K. Deb, Y.-P. Chen, A. Auger & S. Tiwari (2005). *Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2005 Special Session on Real-Parameter Optimization*. Technical Report. Saatavissa: <http://www.lri.fr/~hansen/Tech-Report-May-30-05.pdf>.
- Zaharie, Daniela (2002). Critical Values for the Control Parameters of Differential Evolution Algorithms. *Proceedings of 8th MENDEL International Conference on Soft Computing*, 62–67. Saatavissa: <http://web.info.uvt.ro/~dzaharie/mendel02.pdf>. ISBN 80-214-2135-5.

Zitzler, Eckart, Lothar Thiele, Marco Laumanns, Carlos M. Fonseca & Viviane Grunert da Fonseca (2003). Performance Assessment of Multiobjective Optimizers: An Analysis and Review. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 7, 2(2003), 117–132. Saatavissa: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=1197687>.