VASA UNIVERSITET

Enheten för marknadsföring och kommunikation

Utbildningsprogrammet för språkbadsundervisning

Tiina Paalanen

Va då pinta-ala?
Diskussioner mellan språkbadselever i samband med matematisk problemlösning

Avhandling pro gradu i svenska språket

Vasa 2018

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

VAASAN YLIOPISTO
Markkinoinnin ja viestinnän yksikkö
Tekijä: Tiina Paalanen
Pro gradu -tutkielma: *Va då pinta-ala?* Diskussioner mellan språkbadselever i samband med matematisk problemlösning.
Koulutusohjelma: Kielikylpykoulutuksen koulutusohjelma
Oppiaine: Ruotsin kieli
Vuosi: 2018
Työn ohjaaja: Karita Mård-Miettinen

TIIVISTELMÄ:

Tämän tutkielman tarkoituksena on tarkastella kielikylpyoppilaiden keskusteluja ja kielenkäyttöä heidän ratkaistessaan matemaattisia ongelmanratkaisutehtäviä pienryhmissä. Tutkielman aineisto koostuu nauhoitetuista keskusteluista, joita viidesluokkalaiset kielikylpyoppilaat kävivät pienryhmissä. Aineiston kerättiin kolmessa kielikylpyluokassa, joista kaksi oli suomen kielen kielikylpyluokkia ja yksi ruotsin kielen kielikylpyluokka. Kaiken kaikkiaan nauhoitettua aineistoa kertyi 14 oppilasryhmän keskustelun verran. Näistä kuusi on valittu tarkempaan analyysiin.

Analyysissani vertaan muun muassa oppilaiden keskustelua ja matemaattisten ongelmanratkaisutehtävien kielellistä rakennetta. Tästä syystä tarkastelen myös oppilasryhmien ratkaisemien ongelmanratkaisutehtävien kieltä. Tämän teen analysoimalla kuinka suuri osuus tehtävänannosta koostuu ilmauksista, jotka sisältävät matemaattista kieltä, kuten käsitteitä ja matemaattisia symboleita, tai arkikieltä, joka sisältää matemaattisen merkityksen. Analyysissani tarkastelen lisäksi muun muassa sitä, miten oppilaiden ensikielen käyttö näkyy matemaattisten ongelmanratkaisutehtävien työstämisessä pienryhmässä.

Analyysini tulokset antavat viitteitä siitä, että mikäli tehtävänanto koostuu suurelta osin matemaattisesta kielestä, käsittelevät tehtäviä ratkaisevien oppilaiden keskustelut niin matemaattisia käsitteitä kuin matemaattisia ratkaisujakin. Oppilaat etsivät yhdessä määritelmiä käsitteille sekä ensikielellään että kielikylpykielellään. Täten matemaattisten käsitteiden merkitys vahvistuu. Analyysini tulokset osoittavat myös, että matemaattisia ongelmatehtäviä ratkaistessa osa kielikylpyoppilaista käyttää ensikieltään matemaattisen ajattelun strukturoinnin välineenä.

Pienryhmissä ratkaistavat matemaattiset ongelmanratkaisutehtävät soveltuvat hyvin kommunikatiivisen matematiikan opetuksen välineiksi. Keskustellessaan tehtävänannosta, sen sisältämistä käsitteistä sekä tehtävän ratkaisusta kielikylpyoppilaat saavat paitsi jäsentää omaa matemaattista ajatteluaan, myös vastaanottaa toisten oppilaiden esittämiä matemaattisia ajatuksia. Täten oppilaiden matemaattinen ajattelu ja ajattelun täsmällinen ilmaisu kehittyy.

AVAINSANAT: språkbad, kommunikativ matematik, problemlösning, språklig struktur

1 INLEDNING

”Jag håller på och lär mig tretusen finska ord” utbrast en av eleverna som deltog i materialinsamlingen för denna studie. Just då satt eleverna i en språkbadsklass i smågrupper och löste matematiska problem tillsammans. Matematikundervisning och matematikinlärning är kanske inte något man automatiskt kopplar ihop med språkinlärning förutom i sådana undervisningsprogram som språkbad där eleverna får matematikundervisning på sitt andraspråk. Grunderna för den nationella läroplanen för grundläggande utbildning i Finland anger dock som mål för matematiken att undervisningen ska bland annat “utveckla elevernas förmåga att uttrycka sina matematiska tankar och lösningar på olika sätt och med olika hjälpmedel” (Utbildningsstyrelsen 2014: 266). Språkkunskaper ska vara mera i fokus även i matematikundervisning liksom i all undervisning i dagens skola då varje lärare enligt de nya läroplansgrunderna är språklärare och har mångsidig kompetens som mål i undervisningen (Utbildningsstyrelsen 2014: 20).

Matematik kan också anses vara som ett eget språk (Johnson Høines 2008). Vi kan ta reda på omgivningen med att räkna och lösa problem eller med att räkna till exempel sannolikheter. Med olika matematiska beräkningar kan vi påverka andra människor. En stor del av vårt samhälle baserar sig på tal: vi räknar genomsnittet i hur en bebis borde växa, eller hur många människor riskerar att få en viss sjukdom, för att inte tala om statens budget och finansmarknaden. Utan att tala och förstå matematikens språk är det svårt att förstå vad man håller på att räkna (Johnsen Høines 2008: 98). Människan, som till sin natur ständigt försöker kommunicera, kan ändå inte göra det endast med hjälp av matematikens egna symboler och regler. Det behövs också ett naturligt, levande språk för att kunna diskutera kring matematik. Joutsenlahti (2003) presenterar *verbalisering av matematik* som ett sätt att stöda eleverna i matematikinlärningen. Med verbalisering menar Joutsenlahti att eleven muntligt eller skriftligt berättar om sina matematiska tankar och redogör hur hen har gått till väga i en matematisk uppgift. På så sätt kan eleven också strukturera sina matematiska tankar. (Joutsenlahti 2003: 7)

Mitt eget intresse för kommunikativ matematik och verbalisering av matematik föddes då jag vid sidan om mina lärarstudier undervisade matematik för vuxna andraspråksstuderande. Jag lade märke till att om jag bad studerande förklara eller visualisera vad och hur de tänkte då de löste matematiska uppgifter, kunde vi få igång en diskussion som hjälpte även andra studerande att resonera och komma vidare med uppgiften. Dessutom fick jag som lärare värdefull information om studerandes tänkesätt och eventuella problem hen hade med uppgiften. Detta skulle inte ha hänt om jag hade undervisat endast ur mitt eget perspektiv.

Matematik är ett skolämne som har undersökts relativt mycket, men mest kvantitativt och med betoning på inlärningsresultaten (Bergroth 2015: 115). Bergroth skriver i sin bok *Kotimaisten kielten kielikylpy* att också inom språkbad har man undersökt inlärningsresultaten, medan undervisningsmetoderna i matematik inte har undersökts särskilt mycket inom språkbad. (Bergroth 2015: 115) Till exempel Pietilä har skrivit sin pro gradu -avhandling om språkbadselevernas ämneskunskaper i matematik och miljölära, där matematikdelen består av ett matematiktest och en jämförelse av resultaten mellan språkbadselever och elever som inte deltar språkbad (Pietilä 2005). Också Hietanen-Kyntäjä har undersökt matematik och språk i en språkbadsklass i sin avhandling pro gradu, och kommit till slutsatsen att "nyckeln till effektiv matematikinlärning är språket" (Hietanen-Kyntäjä 2003: 126). Även min avhandling är ett bidrag till diskussionen om undervisning som integrerar ämnesinnehåll och språkinlärning, och specifikt hut språkbadseleverna använder sina två språk som redskap för inlärningen av matematik.

1.1 Syfte

Syftet med min avhandling är att studera språkbadselevers språkanvändning i samband med matematisk problemlösning i grupp. Med att studera elevernas språkanvändning vid matematisk problemlösning vill jag skapa en klarare bild om på vilket sätt språkbadseleverna verbaliserar sina matematiska tankar och sinsemellan samtalar om matematik. Jag kopplar även problemlösningsuppgifternas språkliga struktur till elevdiskussionerna för att se hur uppgiftens språkliga struktur påverkar elevernas språkanvändning. Min studie bidrar sålunda till en diskussion om hur kommunikativa övningar kan gynna språkbadselever i deras inlärning av matematik.

Mina forskningsfrågor är följande:

1. På vilket sätt påverkar uppgiftens språkliga struktur språkbadselevers diskussioner då de löser matematiska problem tillsammans i smågrupper?

2. Vilken roll har språkbadselevers förstaspråk och andraspråk i deras diskussioner då de löser matematiska problem i grupp, och på vilket sätt kan de bägge språken fungera som resurser i elevers inlärning?

3. Hur förhandlar språkbadselever då de stöter på språkliga problem?

4. På vilket sätt kan gruppdiskussioner gynna språkbadselever i inlärningen av matematik?

Bergroth (2015: 117) påpekar att formuleringen av uttrycken som förknippas med matematiska problem är ett område som borde både övas och undersökas mera i språkbad. Jag antar att matematiska begrepp och vardagliga uttryck som har matematiskt innehåll kan vara svårtydda för eleverna och samtidigt sporra eleverna till att diskutera om uttryckens betydelse. Vidare antar jag att eleverna framför en stor del av diskussionen på sitt förstaspråk. Jag tror att förstaspråket kan fungera som en resurs i att klargöra de matematiska tankarna som eleverna har, och är intresserad att se om detta kommer fram i materialet.

Språkbadseleverna har blivit vana att tillsammans söka lösningar då de stöter på ord och uttryck som de inte genast förstår eller kan uttrycka, till exempel med att försöka omskriva eller visualisera de obekanta orden. Elevernas delaktighet och interaktion sinsemellan är betydande för inlärning. Jag antar att om eleverna stöter på språkliga problem då de löser matematiska problemuppgifter i samarbete med varandra, har de varierande sätt att förhandla. Jag förväntar mig att eleverna ändå tydligt försöker nå en gemensam definition som gäller de uttryck som de har svårigheter med.

Från och med att tidigt fullständigt språkbad startades i Finland har man velat utforma språkinlärningen meningsfull och integrera språkinlärning med innehållet. Verbalisering av matematik är ett verktyg som kan användas för detta ändamål. Olteanu (2017: 25) efterlyser forskning som rör kommunikation, undervisning och lärande i matematik. I min analys förväntar jag mig kunna se en inblick i vad kommunikativa övningar har att ge i matematikundervisning. Baserande på tidigare forskning tror jag att inlärningen kan bli framgångsrik då eleverna får lösa matematiska problem i samarbete med varandra och i sina diskussioner strukturera och befästa sina matematiska tankar.

Som blivande språkbadslärare förväntar jag mig lära mycket av elevernas kommunikation sinsemellan då det gäller ett skolämne som traditionellt ofta inte ses som ett kommunikationsämne. Detta kommer att vara värdefullt för min egen utveckling som lärare.

1.2 Material och metod

I detta avsnitt beskrivs informanterna och materialet för studien, det vill säga hur materialet insamlades, bearbetades och analyserades.

1.2.1 Elevgrupperna och materialinsamlingen

Materialet i denna studie består av inspelningar där språkbadselever diskuterar matematiska problem då de löser problemuppgifter tillsammans i smågrupper. Materialet samlades in i en språkbadsskola i november 2017. Skolan ordnar språkbad på de båda inhemska språken. I praktiken fungerar skolan som en skola under ett tak, men administrativt är det fråga om två separata skolor, en skola med språkbad i svenska för de finskspråkiga eleverna och en skola med språkbad i finska för de svenskspråkiga eleverna (se närmare i avsnitt 2.1).

Tre olika klasser i årskurs fem deltog i undersökningen. Elevernas vårdnadshavare gav sin tillåtelse till att eleverna fick delta. Inga personuppgifter av eleverna har samlats under projektet. De olika klasserna hade allt som allt 58 elever av vilka tre inte var närvarande vid materialinsamlingen. Smågrupperna bestod av tre till fyra elever och var totalt 15 stycken. Eleverna i tre smågrupper hade finska som förstaspråk och svenska som språkbadsspråk, resten av eleverna hade svenska som förstaspråk och finska som språkbadsspråk. Inspelningen misslyckades i en grupp. Det inspelade materialet består således av 14 diskussioner som varade cirka 22–25 minuter var.

Att dela elever i fungerande smågrupper är inte en helt enkel uppgift. Det finns många faktorer som påverkar gruppindelningen och många synvinklar man ska ta i betraktande. Läraren kan till exempel tänka på de sociala relationerna i klassen eller elevers ämneskunskaper och dela elever i grupper så att de starka eleverna stöder de svagare eleverna. Inom språkbad kan detta gälla även elevernas språkkunskaper i språkbadsspråket. Då elevernas språkkunskaper är på olika nivåer, kan läraren exempelvis dela grupperna så att de språkligt starka eleverna stöder andra elever i gruppen.

Även om elever som deltar i språkbadsundervisning är en rätt så homogen grupp med tanke på sin språkliga bakgrund, är de som lärande individer en heterogen grupp (för språkbadselevernas språkliga bakgrund, se Bergroth 2007). Tidigt fullständigt språkbad är ett program där tanken är att det ska passa alla elever som kan delta i ett reguljärt undervisningsprogram, och även elever med inlärningssvårigheter kan delta i språkbad (Bergroth 2015: 82, Bergroth 2007: 6). Därmed kan man påstå att elever når olika kunskapsnivåer i olika takt såväl i språkbadsspråket som i de olika skolämnen (Bergström 2005). Utöver kunskaper i matematik och språkbadspråket, är sociala relationer och färdigheter som behövs för att arbeta i grupp väsentliga då eleverna ska samarbeta. Dessa färdigheter har även en stor roll i den nationella läroplanen. Samarbete och social kompetens betonas mycket i både de allmänna kompetensområdena som i de olika läroämnena (Utbildningsstyrelsen 2014: 18–19, 269). För denna studie var det viktigt att eleverna skulle samarbeta så smidigt som möjligt i sina smågrupper men även ha som grupper ungefär likadana möjligheter att lösa problemen. Eftersom klasslärarna som även undervisar matematik i sina egna klasser känner sina egna elever, ombads de fundera ut elevgrupperna på förhand.

Materialet samlades in i elevernas egen klass under en ordinarie skoldag. Elevernas egen klasslärare var närvarande och det användes en lektion per klass för att spela in elevernas arbete med matematiska problemlösningsuppgifter. Inspelningstillfället började med att jag presenterade mig och gav eleverna gemensamma instruktioner på språkbadsspråket. I instruktionerna betonades att eleverna skulle samarbeta med sina gruppmedlemmar och att de förväntades använda språkbadspråket eftersom det var fråga om en skoluppgift på en matematiklektion där undervisningsspråket var språkbadsspråket. I avsnitt 2.1 beskriver jag närmare hurdana principer undervisningen i språkbad följer.

Innan grupperna satt igång visade jag eleverna en exempeluppgift och berättade på språkbadsspråket hur de skulle gå till väga för att lösa uppgiften i grupp. Efter det bildade eleverna sina smågrupper och fick sin första problemlösningsuppgift på papper. Både klassläraren och jag själv fanns till hands ifall eleverna behövde hjälp under problemlösningen. Klasslärarna fick instruktionen att agera på samma sätt som de skulle göra under en vanlig lektion. Under arbetspasset gick både jag och respektive klasslärare från elevgrupp till elevgrupp enligt elevernas behov. En del av grupperna klarade sig utan hjälp, men några hade frågor som gällde antingen det matematiska innehållet i problemuppgifterna eller vissa ord som eleverna inte kände till.

Efter att eleverna hade löst den första uppgiften, fick de en ny problemlösningsuppgift. Grupperna fick lösa så många uppgifter som de hann under arbetspasset. Vid flera tillfällen nämnde eleverna att det var roligt att lösa uppgifterna och att de ville ha fler. Det poängterades dock att grupperna inte hade brådska, och att det istället räckte att de försökte lösa bara den första uppgiften. Nästan alla grupper hann göra flera uppgifter, och i genomsnitt löste grupperna tre uppgifter på dryga 20 minuter. Till närmare analys i denna avhandling valde jag grupper som jobbade med två olika typer av uppgifter, (1) sådana som hade många uttryck med matematiskt innehåll och (2) sådana som hade färre uttryck med matematiskt innehåll (för närmare information om de olika uppgiftstyperna, se avsnitt 1.2.3 och 3.1). I två av dessa grupper har eleverna finska som förstaspråk och svenska som språkbadsspråk och i fyra av grupperna har eleverna svenska som förstaspråk finska som språkbadsspråk.

För att det skulle vara enklare för avhandlingens läsare att hålla reda på de olika grupperna och eleverna, har eleverna fått påhittade namn. Detta har jag gjort också för att det är lättare att läsa en text där personer har namn istället för koder. Elevens genus ges ingen betydelse i denna studie, och därför kan det vara att en pojke i avhandlingen har ett flicknamn och tvärtom. Av samma orsak har jag också valt att använda det personliga pronomenet *hen*, även om det påhittade namnet traditionellt skulle vara ett pojk- eller flicknamn. Eleverna har fått sina påhittade namn i alfabetisk ordning, så att i Grupp A har varje elev ett namn som börjar med bokstaven A. På det sättet är det lättare för läsaren att hålla de olika grupperna isär.

1.2.2 Pilotstudie

För att kunna välja sådana uppgifter som är lämpliga för problemlösning i grupp i språkbad, genomförde jag en pilotundersökning där två elever från en annan språkbadsskola löste olika typer av matematiska problem tillsammans. Testpersonerna fick instruktioner i att samarbeta och lösa problemen tillsammans. Trots instruktionerna löste den snabbare räknaren av de två eleverna problemen tyst för sig själv utan att förklara sina tankar åt den andra eleven. Den andra eleven frågade inte heller efter hjälp eller åsikter om hur problemet kunde lösas. En kort diskussion föddes endast då jag ingrep och bad eleverna att berätta hur de tänkte.

Då jag diskuterade uppgifterna tillsammans med eleverna, berättade eleverna att de inte hade jobbat på liknande sätt under matematiklektionerna. Ovanan att samarbeta kring matematiska problem kan ha varit orsaken till att det inte blev någon diskussion. Som det konstaterades i inledningen till denna avhandling, är matematik eventuellt det mest traditionsbundna läroämnet i den finländska grundskolan. Fortfarande sker en stor del av matematikundervisningen som tyst, individuellt arbete i läroböckerna. (Joutsenlahti & Vainionpää 2007: 186) Eleverna i min pilotstudie hade blivit vana med att de matematiska uppgifterna löses ensam, och var inte vana med tanken att de skulle kunna dela sina matematiska tankar med varandra. Pilotundersökningen berättar ändå att tystnad inte betyder att eleven inte skulle ha lyckats med uppgiften. Jag hade tidigare, då jag samlade material för min kandidatavhandling besökt samma språkbadskola där material för denna avhandling samlades. Då observerade jag undervisningen av samma lärare och märkte att lärarna uppmuntrar till utbyte av tankar och kommunikation även i matematikundervisningen. Jag kunde därför anta att eleverna som skulle delta i den egentliga studien beter sig på ett annat sätt än eleverna i min pilotstudie, det vill säga delar sina matematiska tankar med varandra.

Därtill lärde jag mig med pilotstudien hur viktigt det är att eleverna instrueras grundligt för att materialinsamlingen ska lyckas. Piloten gav mig också antydan om att med val av uppgiftstyp kan läraren påverka i hur eleverna samarbetar. I pilotstudien fick de bägge eleverna se hela uppgiften på en gång. Med att dela informationen mellan de olika eleverna i varje smågrupp, kan man garantera att alla gruppmedlemmar är delaktiga i kommunikationen. I samband med materialinsamlingen ville jag uppmuntra eleverna att kommunicera livligt och dela sina matematiska tankar. Jag ville även att varje medlem i smågrupperna skulle vara aktiv. För att nå detta, valde jag uppgiftstypen där jag kunde dela informationen så att varje elev kan bidra med sin del. I de uppgifter består en del av informationen av ledtrådar som kan delas mellan eleverna. Uppgifternas språkliga struktur behandlas närmare i följande kapitel. Därtill valde jag att ha med två problem som var kortare än de uppgifter som hade ledtrådar. Dessa uppgifter valde jag delvis för att ha reservuppgifter för snabba grupper, delvis för att se om eleverna skulle kommunicera med varandra lika mycket utan de olika ledtrådarna.

1.2.3 Problemlösningsuppgifterna

En del av problemlösningsuppgifterna i min studie är från materialet *Nya Ledtrådsmatte 2* (Larsson & Linde 2013). Nya Ledtrådsmatte 2 är ett problemlösningsmaterial som kombinerar läsförståelse och matematik (se bilaga). Materialet finns endast på svenska, och för att kunna använda det även i språkbadsklasser som har finska som språkbadsspråk, översatte jag problemen till finska. I materialet är uppgifterna byggda runt en kort berättelse som följs av tre frågor. Till varje berättelse hör åtta ledtrådar som antingen hjälper i problemlösningen eller är irrelevanta. Ledtrådarna kan delas till elever så att varje gruppmedlem har sin del av informationen.

Jag valde att använda fyra olika problem ur Nya Ledtrådsmatte 2. Jag ville ha med både sådana problem som har kortare text och eventuellt lättare uppgifter och sådana som har längre text och eventuellt svårare uppgifter. Jag kallar problemen som är tagna ur Nya Ledtrådsmatte för *Gården*, *Ormen*, *Fotis* och *Festen*. Nedan illustreras en problemlösningsuppgift (problemet Gården) som hör till Nya Ledtrådsmatte 2.

Ebbas och Elons skolgård ska få nya lekplatser.
Runt gungställningen ska man kunna gå balansgång på stubbar i en cirkel. Elon försöker räkna ut hur lång balansbanan är. Vaktmästaren ska måla en ny jättestor King Out-plan på asfalten.

Hur stor yta tar King Out-planen på skolgården?
Hur lång är balansbanan?
Hur lång är King Out -planens omkrets?

Texten som uppgiften Gården består av är en kort berättelse. Efter berättelsen ställs tre frågor. Därtill finns det åtta ledtrådar i varje uppgift. Ledtrådarna finns var och en på en skild pappersbit, och kan delas så att varje elev i en smågrupp kan ha en del av informationen. I problemet Gården var till exempel följande typer av ledtrådar: ”Balansbanan är lika lång som hälften av Elons band” och ”I en kvadrat är alla sidor lika långa.”

Varje uppgift i Nya Ledtrådsmatte 2 är även illustrerad, och bilden kan hjälpa eleverna då de löser problemet. Till exempel i problemet Gården illustrerar bilden balansbanan och rutmönstret (King Out -plan), vilket kan hjälpa eleverna att hitta rätt räknesätt eller att förstå obekanta ord och begrepp. I materialinsamlingen för min studie började varje elevgrupp med en uppgift från Nya Ledtrådsmatte 2. Eleverna instruerades att först läsa högt berättelsen och frågorna, och sedan skulle varje gruppmedlem berätta sina ledtrådar till de andra gruppmedlemmarna. Eftersom all information var skriven på språkbadsspråket, önskade jag att texten skulle uppmuntra eleverna till att också aktivt använda språkbadsspråket.

De två problem som jag valde att ha med utöver problemen som är ur Nya Ledtrådsmatte 2, kallas för *Hamstern* och *Kråkan*. Problemen är hämtade ur Internet från en materialbank som heter Kims Matematik (Kims matematik). Både Hamstern och Kråkan består av en kort text och har inga ledtrådar. Problemet Hamstern har en kort uppgift som är enkel att läsa:

> Elin gav sin hamster ett snöre. Den bet av snöret på fem ställen. Sedan tog den en av bitarna och bet av den på två ställen.
>
> Hur många bitar har hamstern nu?

Om eleven läser texten noggrant är problemet inte svårt att lösa. Samtliga grupper klarade av att lösa problemet Hamstern. Orsaken till detta kan vara att problemet är kort och består av endast 37 ord, vilket betyder att det inte ställdes höga krav på att mekaniskt läsa problemtexten. En annan orsak kan vara att det matematiska innehållet handlar om en enkel addition (1+5+2) eller subtraktion och addition (1+5–1+3) beroende på hur eleven tänker.

Även problemet *Kråkan* är tämligen kort, och texten består av endast 70 ord.

I en tall satt ett antal kråkor. I granen bredvid satt också några kråkor. En av kråkorna som satt i tallen ropade till dem som satt i granen: "Om en av er flyger över till oss blir vi lika många."
En av granens kråkor ropade tillbaka: "Om en av er flyger över till oss så blir vi dubbelt så många som ni."

Hur många kråkor satt i de båda träden?

Problemet Kråkan ställer matematiskt högre krav på eleverna än problemet Hamstern. Det är inte enkelt att genast veta vilket räknesätt som ska användas, eftersom det finns rörelse åt två olika håll i problembeskrivningen. Egentligen kan man tänka problemet Kråkan som ekvationssystem. Ett ekvationssystem består av två ekvationer där man med en klammer visar att en viss bokstav har samma värde i båda ekvationer. I problemet Kråkan står *x* för antalet kråkor i tallen och *y* för antalet kråkor i granen:

$$\begin{cases} x + 1 = y - 1 \\ 2(x - 1) = y + 1 \end{cases}$$

Det är antagbart att ett ekvationssystem som ovan, då det skrivs ut med matematiska symboler, framträder som en komplicerad matematisk uppgift. Ekvationssystemet går ändå att lösa med att resonera och prova sig fram och utan att egentligen tänka på att det är fråga om ekvation.

Som jag nämnde i avsnitt 1.2.1, avgränsade jag materialet med att välja med sådana elevgrupper som hade löst både problemuppgifter med många matematiska uttryck och problemuppgifter med färre matematiska uttryck. Tabell 1 visar vilka problem de olika grupperna löste samt gruppernas språkbadsspråk.

Tabell 1. Elevgruppernas problemuppgifter

	Hamstern	*Kråkan*	*Ormen*	*Festen*	*Fotis*	*Gården*	*språkbads-språket*
Grupp A	x	x	x		x		svenska
Grupp B	x		x			x	finska
Grupp C	x	x					svenska
Grupp D			x				finska
Grupp E	x	x		x			finska
Grupp F					x	x	finska

1.3 Analysmetod

Då språk studeras i användning, används ofta diskursbegreppet och diskursanalys. Den metod som tillämpas i min studie är kvalitativ diskursanalys även om analysen har vissa kvantitativa drag. Norrby (2014: 30, 47) diskuterar begreppen diskursanalys och samtalsanalys. I analysen fokuserar jag på språket som kommunikativ handling där både matematisk diskurs och vardaglig diskurs utgör ramar för samtalet. Boréus (2011) skriver att diskurser är både sociala och språkliga praktiker, och fortsätter att då man inte bör fastställa forskningsfrågorna i ett för tidigt skede då man gör en diskursanalys. Enligt Boréus är det viktigt att först få en uppfattning om vad diskursen rymmer och senare bestämma de slutliga frågorna (Boréus 2011: 151, 157). I avsnitt 2.3 diskuterar jag de olika diskurserna i matematikklassrum.

Jag har analyserat materialet så att jag efter materialinsamlingen har lyssnat igenom alla elevdiskussioner för att få en uppfattning hur inspelningarna har lyckats och till vilken grad de olika problemen har lockat till interaktion. De sex gruppdiskussionerna som valdes till granskning i min avhandling (se avsnitt 1.2.1) är transkriberade i sin helhet. Jag har försökt skriva varje yttrande så som eleven säger och uttalar det, vilket är orsaken till att det i transkriberingsexemplen finns uttryck på dialekt och försök till att efterbilda de dialektala uttrycken. Då jag har översatt de yttranden som är på finska till svenska, har jag inte försökt återge den dialektala utformningen utan har återgivit dem på standardspråk. Den metoden som jag har valt närmar sig nivån *exakt transkribering* även om jag inte har märkt ut längden på pauser eller höjningar på intonationen (Tietoarkisto 2018).

De transkriberade elevdiskussionerna betraktar jag från tre olika synvinklar. För det första analyserar jag elevernas diskussioner i förhållande till problemuppgifternas språkliga struktur. För att kunna göra detta analyserar jag först texten i problemuppgifterna. Detta gör jag genom att räkna varje ord i uppgiftstexten och kategorisera de olika uttrycken. Jag delar de olika uttrycken eller enstaka ord i två grupper varav den första gruppen innehåller de ord och uttryck som är vardagliga och inte har någon matematisk betydelse för problemlösningen, och den andra gruppen innehåller de ord och uttryck som har ett matematiskt innehåll, dvs. består av matematiskt symbolspråk (till exempel $9\ m^2$) eller ord och uttryck som har en matematisk betydelse (till exempel *hur många*) (se närmare i avsnitten 2.3 och 2.4). Jag är intresserad av hurdana diskussioner de olika problemen uppmuntrar till och hur grupperna besegrar de språkliga och matematiska utmaningarna i uppgifterna. Med analysen vill jag få en klarare bild på hur språkbadselever växlar mellan de olika diskurser som kan hittas i ett matematikklassrum och hur de matematiska uttrycken klargörs av språkbadseleverna.

För det andra analyserar jag användningen av förstaspråket och språkbadsspråket i gruppdiskussionerna. Detta görs genom att excerpera de delar av gruppdiskussionen där eleverna övergår från språkbadsspråket till förstaspråket eller tvärtom. Jag analyserar i vilka språkliga funktioner eleverna använder förstaspråket och språkbadsspråket och hur de eventuellt markerar övergången mellan dessa två. Med funktioner avses det att eleven till exempel definierar begrepp, förklarar sitt resonemang eller upprätthåller gruppens fokus i problemlösningen. Jag excerperar yttranden (till exempel *det betyder att*) som tyder på att eleverna har till exempel ett behov av att resonera det matematiska problemet på sitt förstaspråk. Jag analyserar även på vilket sätt eleverna förtydligar och definierar olika begrepp som de möter i problemlösningsuppgiften.

För det tredje studerar jag gruppdiskussionerna med avsikt att kunna peka på vilket värde kommunikativa uppgifter kan ha i matematikundervisningen i språkbadet. Detta gör jag genom att excerpera belägg på samarbete i gruppdiskussionerna. Sådana belägg är till exempel elevernas deltagande i gruppdiskussionerna, att eleverna tilltalar direkt de andra gruppmedlemmarna eller ber dem att fokusera på ett visst matematiskt eller språkligt uttryck och att eleverna ifrågasätter varandras lösningar eller instämmer och visar att de håller med i varandras lösningar. Jag granskar vidare dessa belägg för att söka mönster som visar om diskussionen lyckas bidra till både elevernas språkinlärning och matematikinlärning.

2 KOMMUNIKATIV MATEMATIKUNDERVISNING

I detta kapitel diskuterar jag vad som bildar den teoretiska referensramen för min undersökning. Jag lyfter fram de krav som läroplanen ställer matematikundervisningen samt behandlar matematikinlärning från det vardagliga språkets och matematiska språkets synvinkel. Dessutom beskriver jag vilka utmaningar eller fördelar kommunikativ matematikundervisning kan ha särskilt för andraspråksinlärare.

2.1 Inlärning av matematik i tidigt fullständigt språkbad

Tidigt fullständigt språkbad är ett valfritt undervisningsprogram där eleven får en stor del av sin undervisning på annat språk än modersmålet. I Finland börjar tidigt fullständigt språkbad i 3–6 års ålder, vanligtvis samma år då barnet fyller fem. Deltagandet i programmet kräver inga speciella kunskaper av barnet. Språkbad passar för alla de barn som kan delta i reguljär grundskoleundervisning. Om det är fler familjer som vill ha en plats i språkbad, lottas platserna mellan de sökande. Eftersom föräldrarna har valt att ansöka om en plats i språkbad, är det möjligt att de också är mera engagerade i sina barns skolgång. Detta kan ha en inverkan på de goda inlärningsresultaten som språkbadsforskning har visat till exempel i fråga om studentexamen. (Bergroth 2015: 2)

Eleverna som har genomgått språkbadsprogrammet i grundskolan, når jämförelsevis goda resultat i studentexamen (för ytterligare information se Bergroth 2015). Då man betraktar språkbadselevernas prestationer i matematik, kan man konstatera att det följer normalfördelningen av studentexamensnämnden. Trots att resultaten är goda, är matematik det enda studentprovet där de språkbadselever Bergroth undersökte har fått ett underkänt vitsord. Antalet underkända vitsord är dock inte stort. Enligt Bergroth finns det skäl att forska i matematikundervisningen, även om resultaten bevittnar om att språkbadet inte inverkar negativt på matematikinlärningen. (Bergroth 2015: 118)

För att eleven som deltar i tidigt fullständigt språkbad ska ha möjlighet att lära sig de olika ämnesspecifika begreppen och använda sina bägge språk i de olika skolämnena, är målet att alla skolämnen undervisas under elevens skolgång på både förstaspråket och andraspråket (Bergroth 2015: 8). Detta görs på så sätt i språkbad att ett ämne undervisas bara på ett språk under ett läsår (Bergroth 2015 :8) Det hur språkbadskommunerna ordnar detta i praktiken varierar. Till exempel i Borgå byter man inom matematik till undervisning på förstaspråket då eleverna börjar årskurs 6, i Sibbo undervisas matematik på förstaspråket från och med årkurs 8 och i Vasa undervisas matematik på förstaspråket endast på årkurs 9 i grundskolan. Tills det har eleverna fått matematikundervisningen på sitt andraspråk. Matematik är alltså ett ämne som undervisas på språkbadsspråket under en stor del av elevens grundskola.

2.2 Läroplanens syn på matematik

I tidigt fullständigt språkbad tillämpas samma nationella grunder för läroplanen som i den reguljära grundläggande undervisningen då man betraktar målen för de olika läroämnena (Utbildningsstyrelsen 2014: 93). Grunderna för läroplanen för grundläggande utbildningen betonar att undervisningen i matematik för årskurser 3–6 ska utveckla elevernas kompetens att tänka kreativt, logiskt och exakt. Matematisk tänkande lyfts fram också i förhållande till kommunikation: eleverna ska uppmuntras att kommunicera, samarbeta och interagera tillsammans med andra elever, presentera sina resultat och jämföra olika sätt att lösa problem. Tanken med detta är att elevens förmåga att använda och tillämpa matematik utvecklas på ett mångsidigt sätt. (Utbildningsstyrelsen 2014: 261)

Vidare presenterar läroplanen mål för undervisningen. För årskurserna 3–6 är målet med matematikundervisningen bland annat att:

> -”Handleda eleven att utveckla sin förmåga att ställa frågor och dra motiverade slutsatser utifrån sina observationer”
>
> -”Uppmuntra eleven att presentera sina lösningar och slutledningar för andra med konkreta hjälpmedel, figurer, muntligt och skriftligt, även med hjälp av digitala verktyg” (Utbildningsstyrelsen 2014:261)

För att nå de mål som läroplanen ställer och på så sätt garantera att eleverna mångsidigt övar och stärker sina matematiska kunskaper är det viktigt att läraren ser kommunikationen och språket som en del av matematikinlärningen. Till exempel verbalisering av matematik (Joutsenlahti 2003) är ett verktyg som kan hjälpa att uppnå de mål som läroplanen ställer. Eleven som verbaliserar matematik gör det som läroplanen ställer som mål: hen berättar om sitt resonemang muntligt eller använder andra kommunikativa medel. Verbalisering kan också betyda att eleven skriver eller ritar om det som hen har resonerat, det vill säga gör resonemanget synligt för andra (Joutsenlahti 2003). Olika hjälpmedel som visualiserar eller på annat sätt förtydligar elevens resonemang stöder verbaliseringen av matematiska tankar. Detta i sin tur leder till bättre inlärning. När eleven verbaliserar matematik måste hen tänka över, reflektera och strukturera sitt matematiska tänkande. Samtidigt kan andra elever jämföra det de har lärt sig och med hjälp av diskussion utforma och modifiera både sitt eget och andras tankar om matematiska uppgifter. (Joutsenlahti 2003:7)

Språkets roll för all inlärning betonas i grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen där man lyfter fram bland olika kompetenser begreppet multilitteracitet, vilket innebär att eleven ska öva på att läsa och förstå texter av olika slag och i olika sammanhang (Utbildningsstyrelsen 2014: 22). *Multilitteracitet* baserar på ett vidgat textbegrepp där också till exempel matematikens symbolspråk, bilder och diskussioner ses som texter lika mycket som de traditionella berättelserna eller texterna i läroböcker (Utbildningsstyrelsen 2014: 21, Oker-Blom 2010: 14). Enligt läroplanens multilitterära syn på kommunikativa färdigheter förblir inte verbaliseringen av matematik eller förmågan att resonera som separata kunskaper som gäller endast matematikklassen utan eleven kan ta färdigheterna i akt också inom andra sammanhang (Utbildningsstyrelsen 2014: 21). Detta konstaterar också Sfard, som ser kunskap som ett objekt som individen antingen har eller inte har, och inlärning som en process där detta objekt förvärvas. Efter det bär man kunskapen med sig till olika situationer (Sfard 2002: 21). Övningar i att verbalisera sina matematiska tankar i språkbadsundervisningen utvecklar på så sätt också elevens färdigheter att resonera och uttrycka sig i andra sammanhang.

2.3 Olika diskurser i matematikklassrummet

Det är viktigt både för elevens språkinlärning och utvecklingen av matematiska kunskaper att eleven lär sig uttrycka sina matematiska tankar enligt de villkor och inom de ramar som den diskursiva situationen kräver. Inom matematikklassrum kan man hitta olika diskurser. Jag har valt att utgå från Riesbecks (2008: 25) beskrivning då jag använder begreppen *vardaglig diskurs* och *matematisk diskurs*. Vårt vardagsspråk och vårt vardagliga tänkande är komplexa, eftersom de kännetecknas av både flexibilitet och improvisation. Bakom språket och tänkandet finns en mängd information som styr våra val i våra yttranden och våra handlingar. Detta är något som är kännetecknande även för problemlösning och därför blir vardagsspråket en viktig diskursiv gräns då elever löser matematiska problem. Den matematiska diskursen innefattar matematiska tecken och symboler samt matematiska begrepp. Ett matematiskt begrepp kan ges olika representationsformer, och eleven ska lära sig förknippa dessa med varandra. Matematiskt tänkande konstrueras således av de bägge diskurserna, det vill säga både av vardagligt språk och av formellt matematiskt språk. (Riesbeck 2008: 32, 35)

För att kunna pendla mellan den vardagliga och den matematiska diskursen, behöver eleven stöd och vägledning av läraren. Detta diskuterar Riesbeck i sin avhandling. Enligt Riesbeck ska eleven utveckla sin förmåga att uppmärksamma förändringen mellan de olika diskurserna och på det sättet kunna välja korrekta och passande termer och begrepp. Eleven behöver stöd i att lära sig upptäcka den mer abstrakta kunskapsformen. (Riesbeck 2000: 57–58)

Både den vardagliga diskursen och den matematiska diskursen behövs för att eleven ska kunna utveckla sitt matematiska tänkande och med tiden medvetet byta diskurs för att kunna använda språk på ett sätt som motsvarar ämnets diskursiva krav. Norén (2010) beskriver olika skolmatematiska undervisningsmiljöer: i en traditionell undervisningsmiljö förekommer mest eget arbete där eleverna övar tyst med att räkna i läroböcker. I en reformorienterad undervisningsmiljö uppmuntras eleverna bland annat till kommunikativa praktiker och samarbete. Till exempel kan detta betyda att läraren ordnar undervisningen så att eleverna är vana att diskutera och dela sina matematiska tankar samt har olika övningar i smågrupper. Inom matematikundervisningen kan det hittas även undervisningsmiljöer som har ett språkutvecklande perspektiv. Effekten av sådant perspektiv kan enligt Noren vara att andraspråksinlärningen tar över elevernas lärande av matematik, men även att kunskaper i andraspråk utvecklas i relation till matematik eller att både förstaspråket och andraspråket ges potential att utvecklas i relation till matematik. (Norén 2010: 97)

Norén framhäver att då kommunikationen och matematikens språkliga dimensioner får ett betydande utrymme i undervisningen, ökar även möjligheterna till lärandet av själva matematiken. Betydande är likaså de sociala relationerna i klassrummet. En matematikundervisningsmiljö som är reformorienterad och stöder språkutveckling i relation till matematik ger möjligheter för elever att agera och identifiera sig som matematiskt lärande individer. (Norén 2010: 99)

Broner och Tedick (2011: 183) efterlyser högre språkliga målsättningar även i de skolämnen där innehållet traditionellt inte ses som språkrelaterat. De har studerat hurdana språkval elever gör i olika skolämnen. Enligt deras undersökning nöjde lärarna sig med ettordssvar då det gällde matematik medan i grupparbeten där läraren hade ställt språkliga mål uppmuntrades eleverna till rikare språkanvändning (Broner & Tedick 2011: 177). De matematiska begreppen och det formella matematiska språket ska inte förbli något som eleven lärt sig återge utantill. Inte heller ska elevens resonemang stanna inom den vardagliga diskursen. Med hjälp av kommunikativa övningar (och tid för inlärning) kan den diskursiva övergången bli ett perspektivbyte, där eleven är medveten om de matematiska begreppens innehåll och på vilket sätt hen kan använda begreppen i sitt resonemang. (Grevholm 2012, Johnsen Høines 2008, Säljö, Riesbeck & Wyndhamn 2003)

Materialet för denna studie kan på så sätt beskrivas pendla mellan matematisk diskurs och vardaglig diskurs. Nivån på språket och dess abstraktion ökar då man använder matematiskt språk. Att eleven behärskar det matematiska språket och alla dess varianter (se avsnitt 3.3), räcker inte för att eleven skulle behärska den matematiska diskursen.

Eleven ska därtill vara medveten om övergången mellan den vardagliga diskursen och den matematiska diskursen. (Riesbeck 2008: 36)

2.4 Matematikens *fyra* språk

För att kunna se matematik som ett kommunikationsämne, måste läraren vara medveten om matematikens särskilda (språkliga) drag. I grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen påpekas följande:

> *Varje läroämne har sitt eget språk, textbruk och begreppssystem. De olika vetenskapsgrenarnas språk och symbolsystem öppnar olika perspektiv på samma fenomen. Undervisningen ska gå från vardagsspråk mot mera abstrakta begrepp. I en språkmedveten skola är alla vuxna både språkliga modeller och språklärare i det läroämne de undervisar.* (Utbildningsstyrelsen 2014: 26)

Även om matematik kan ses som ett språk, ett symbolsystem i sig, är det inte ett levande språk vilket som sådant tillåter kommunikation. Därför måste man använda andra, naturliga språk och kommunikationsmedel som hjälp. Det finns tre typer av matematiska språk (Meaney 2005: 11–12). Det första är det vardagliga språket som vi använder i vardagen då vi frågar till exempel *Hur långt är det runt cirkeln?* Samma sak kan berättas med det formella matematiska språket med att be någon *räkna omkretsen på cirkeln.* Det tredje språket är det matematiska symbolspråket som skrivs och uttrycks med matematiska symboler, i detta fall $O = 2\pi r$. Eleven ska lära sig förstå och använda alla tre språk, annars är inlärningen av matematik i fara. Om eleven använder sig sällan av de matematiska begreppen i det friare samtalet, hinner hen inte ta till sig dem (Grevholm 2012: 247, Riesbeck 2000: 115–117).

Såväl inom språkbadsundervisningen som inom annan andraspråksundervisning får matematiken en extra dimension då eleven ska behärska egentligen fyra olika språk. Utöver de tre olika språk som nämns ovan, använder eleven sitt andraspråk i inlärningen av matematik (Bremler 2015: 6). Då eleven i vardagslivet talar ett annat språk än undervisningsspråket får distansen mellan det vardagliga språket och det formella matematiska språket flera dimensioner (Setati & Adler enligt Norén 2010: 46). Sahlström (2012: 14) anser att om vi vill utveckla skolan till ett ställe som tjänar alla, måste vi veta mera om vad som händer utanför skolan. Som jag förstår Sahlströms konstaterande är det viktigt för inlärningen att eleven får stimulans även utanför skoldagen och att i skolan tas det vara på elevens vardagsupplevelser och de erfarenheter (av lärande) som eleven har varit med om utanför skolan (se även Norén 2010).

Elevens taluppfattning och förståelse av matematiska begrepp får sin grund redan före skolåldern då eleven möter matematiska uttryck i vardagslivet. Det kan vara fråga om mera eller mindre konkreta exempel, som att spela brädspel, väga frukter i butiken eller skyffla sand i en hink. På det sättet lär barn till exempel att jämföra, konstruerar grunder till sin taluppfattning (till exempel brädspel) och utformar förståelse för bland annat vikt (att väga frukter) och volym (att fylla hinken med sand). Dessa vardagsuppfattningar som elever har är kopplade till deras förstaspråk och inte till undervisningsspråket i andraspråksundervisning (Norén 2010: 46). Enligt Norén (2010: 46) kan det vara svårt för läraren att utgå från elevens vardagskunskaper och tidigare erfarenheter om hen inte behärskar elevens förstaspråk. Detta borde inte gälla i språkbad, där utgångspunkten är att läraren behärskar elevernas förstaspråk även om hen inte använder det i undervisningen (Bergroth 2015: 57). Däremot kan det vara avgörande även i språkbadsundervisning att läraren är medveten om att elevers erfarenheter av matematiska uttryck kopplas till elevers förstaspråk och ser detta som en resurs hen kan utnyttja då de matematiska begreppen klargörs.

Haapasalo (2004: 66) konstaterar att lärare verkar ha en föreställning om att varken modersmålet eller andra talade språk är matematik i matematikens egentliga betydelse. Vidare nämner han att barn enkelt klarar av att ge ett tiotal olika svar på en enkel fråga där lärarstuderande ger endast ett eller två svar. Enligt honom är det antagligen mera fråga om lärarens svårigheter att se saker bredare än elevens svårighet att lära sig. Haapasalo påpekar också att detta leder till att såväl författare av läroböcker som lärare anser att det enda riktiga sättet att undervisa matematik är att i behavioristisk anda öva gång på gång och begrunda lärandet i genomgång av olika begrepp istället för att betona förståelse. (Haapasalo 2004: 66) Matematik och speciellt dess symbolspråk ses ofta som en vetenskap som bygger på fasta resultat och lösningar. Med detta menas det att många elever (samt föräldrar och lärare) håller sig till tanken att ifall man inte har fått samma svar som ges i facit, har man misslyckat. Matematik, likt andra naturvetenskaper, har ändå som uppdrag att ifrågasätta. Det att eleven lär sig följa algoritmer utan att undra eller förstå varför, är som att hen skulle lyda blint (Ljungblad & Lennerstad 2012:186).

Norén (2010: 46) är av den åsikten att elevernas förstaspråk ska ses som en fördel då man kommunicerar matematik i andraspråksklassrum. Då olika vardagsbegrepp förtydligas på flera språk är risken för sammanblandning mindre (Norén 2010:46). Undervisningen kan utgå från elevens vardagsspråk och utvecklas till mer formellt matematiskt språk på undervisningsspråket. Matematikundervisningen i språkbad borde på så sätt kunna bygga en bro från elevens matematiska vardagsuppfattningar på hens första språk till exakta matematiska begrepp på elevens andraspråk. Detta är inte en enkel uppgift. Det hur vi använder matematiska uttryck i vardagsspråket är inte samma som sättet uttrycken används i matematikundervisningen (Norén 2010: 53). Det matematiska symbolsystemet är kondenserat och specialiserat, och kan effektivt lagra och transportera information (Olteanu 2017: 24). Informationen ges i ett litet utrymme och består av symbolspråk, vilket gör att resonemangen är formaliserade. Därför fyller inte kalkyler som finns i matematikböcker och andra läromedel de behov som kommunikationen har. Det betyder att de tankar som den som räknar går igenom när hen löser uppgiften är för det mesta bortrensade (Ljungblad & Lennerstad 2012: 184). Trots att dessa tankar inte är synliga i symbolspråket, pågår det en tankekedja, ett resonemang, när eleven räknar en matematisk uppgift. Med *kommunikativ matematik* som innehåller matematiska samtal kan denna tankekedja bli synlig för eleven själv, för andra elever samt läraren. Detta kräver att läraren medvetet varierar undervisningen så att även matematikens språkliga drag tas i beaktande.

De matematiska begreppen kan ibland uppfattas som lösa och självändamålsliga. Detta gör att eleven kan ha svårt att förstå vad hen egentligen gör när hen jobbar med en matematisk uppgift. Utan att kunna beskriva vad som händer i hjärnan när man löser ett matematiskt problem kan eleven inte befästa eller strukturera sin taluppfattning eller bygga på sitt matematiska tänkande. Därför är kommunikativa övningar och verbaliseringen av matematik nyttiga verktyg som läraren kan använda när eleverna till exempel jobbar med problemlösning men också när eleverna skapar eller löser enklare uppgifter eller övar olika matematiska begrepp. Ett viktigt mål för läraren är att hjälpa eleven att klargöra egna begrepp. För att lyckas med detta bör eleverna ha en möjlighet till att använda ett naturligt språk i samband med matematikinlärningen (Johnsen Høines 2008: 98). Lärande av matematik kan ses som ett initiativ till matematisk diskurs, med andra ord initiativ till kommunikation som är matematiskt (Sfard 2002: 28).

2.5 Till kunskap via matematiska samtal

För att ett kommunikativt grepp i matematikinlärning ska vara möjlig, ska samtal kring matematik vara inbjudande. Det ska vara tillåtet och dessutom lockande att prata och diskutera om matematik i klassen, vilket beskrivs av flera forskare. Det är avgörande att det finns en öppen atmosfär som läraren skapar, om man ämnar upprätthålla en diskuterande kultur i matematikundervisningen (Ljungblad & Lennerstad 2015: 19). Palmér och van Bommel (2016: 23) kallar detta för *det kreativa samtalet*, samtal där (ny) kunskap konstrueras utan att det finns förutbestämda tankar om resultatet och där läraren kan stöda samtalet med att uppmana och utmana eleverna. Grevholm (2012: 243) konstaterar att när eleverna samtalar om matematik och frågar av varandra om olika lösningar eller förklarar hur de har tänkt, är de mitt i en intensiv inlärningssituation. Även Joutsenlahti (2003) betonar lärarens roll: om läraren uppmuntrar och sporrar eleven till att berätta om sina matematiska tankar med egna ord, kommer hen närmare elevens tankesätt. Därtill har eleven en möjlighet att ge form till det hur hen uppfattar de matematiska begreppen.

Eleven ska alltså kunna tala om det som hen tänker när hen arbetar med en matematisk uppgift för att få grundliga och hållbara kunskaper i matematik. Eleven ska likaså lära sig att sätta ord på det som hen känner och gör när hen löser matematiska problem och jämföra dessa tankar och formuleringar med andra elever. På det sättet kan eleven strukturera sina matematiska tankar och uppfattningar.

Då läraren har ett kommunikativt grepp i matematikundervisning och det förs matematiska diskussioner i klassrummet, får hen också värdefull information om elevers uppfattningar om det de håller på att lära sig och det som eleverna möjligen har svårigheter med. Sfard (2002: 17) poängterar att varje gång vi inte förstår något har vi misslyckats på vårt eget sätt. Enligt Sfard är det väsentligt att förstå elevens individuella karaktär av oförmågan att förstå. Istället för att fråga vad eleven har förstått, borde vi undra på vilket sätt hen begriper saken. Därför är det viktigt att misstag och alternativa svar är tillåtna även i matematikklassrummet. De felaktiga svaren måste våga undersökas både av läraren och eleverna (Lee 2006: 51). Det betyder inte att man inte strävar efter korrekthet, utan att man identifierar de svårigheter som elever har, samt enligt Lee letar efter idéer och förklaringar (2006: 51).

Olteanu (2017: 18) diskuterar vad som gör matematiska samtal och matematisk kommunikation framgångsrikt och meningsfullt. Han beskriver kommunikationen som en process där samtalspartnerna strävar efter ömsesidig förståelse i en gemensam aktivitet där mellan sändare och mottagare sker ett konstant utbyte av återkoppling. Detta betonar även Lee (2006: 51) som menar att atmosfären i klassen är avgörande – elevgruppen ska stöda varandra för att nå en gemensam förståelse och inte tävla.

Enligt Vygotsky är den kognitiva utvecklingen hos ett barn beroende av hur barnet behärskar språket (Vygotski 1982: 104). Vygotsky anser också att språket är ett medel i begreppsutvecklingen. Han påpekar att begrepp inte är något som man kan lära sig behärska utantill, istället måste tänkandet nå en högre nivå (Vygotski 1982: 154). Kopplingen mellan språket och tänkandet är således avgörande även för begreppsinlärning. Vygotsky beskriver hur små barn pratar för sig själva och hur detta självprat med tiden blir tyst tänkande. Så småningom blir de språkliga strukturer tänkandets strukturer. (Vygotski 1982: 104) Enligt Sfard är tänkandet inget annat än kommunikation med oss själva, inte alltid inre och inte alltid verbalt. Tänkandet är således strävan efter dialog. I tankeprocessen informerar vi oss själva, argumenterar, frågar och väntar på vår egen respons. (Sfard 2002: 26) Ofta ser vi aktivt deltagande som önskvärt beteende. De till synes passiva elevernas tankar och inre dialoger som möjligen har pågått under inlärningsprocessen kan ändå vara värdefulla och berätta om dynamisk inlärning, där ny kunskap konstrueras. Tyvärr visar denna avhandling inte om och på vilket sätt de tysta eleverna gynnas av att lyssna på andras diskussioner om problemlösning.

Kommunikativa övningar i matematik, speciellt i samarbete med andra elever är ett utmärkt exempel på inlärning som sker i samspel med andra individer. Vygotsky är också känd för sin teori om den närmaste utvecklingszonen (*Zone of Proximal Development*, Vygotsky 1982: 184), där han beskriver hur eleven kan nå till närmaste utvecklingszonen med hjälp av någon annan som kan stötta hen. Undervisning kan sägas vara framgångsrikt då den är ett steg framför utvecklingszonen (Vygotski 1982: 186) Gibbons (2009: 43) använder uttrycket *utmaningszonen*, och menar att då eleverna ställs höga kognitiva utmaningar men även får hög grad av stöttning kan eleverna också nå sin fulla potential och förvärva nya kunskaper. Däremot kan låg kognitiv utmaning med låg grad av stöttning leda till ointresse, medan låg kognitiv utmaning med hög grad av stöttning kan leda till att eleven arbetar på sin trygghetszon vilket leder inte till nytt lärande (Gibbons 2009: 43). Detta kan kopplas till Krashens (1985: 2) inflödeshypotes, där andraspråksinläraren lär sig mest då inflödet av andraspråket är *i+1*, det vill säga att språket erbjuder en lämplig utmaning.

2.6 Arbete i smågrupper lockar till samtal

I en skolklass finns det sannolikt elever som inte deltar aktivt i helklassaktiviteter, men är aktiva och deltar i diskussionen då de får arbeta i smågrupper (Sahlström & Lindblad 1998). Jag besökte samma språkbadsskola där jag samlade material för denna studie även i januari 2017 för att observera matematikundervisning. Jag ville för studien i min kandidatavhandling (Paalanen 2017) få en uppfattning om eleverna uppmuntrades och hur de i så fall uppmuntrades till att kommunicera under matematikundervisningen. I min kandidatavhandling jämförde jag kommunikationen i klassrum där eleverna satt på rad i enskilda pulpeter och klassrum där eleverna fick arbeta i smågrupper. Jag observerade både kommunikationen mellan elever och lärare samt elever emellan. I observationerna märktes ingen tydlig skillnad i kommunikationen som skedde mellan elever och lärare i de klassrum där sittordningen var traditionell och i klassrum där eleverna satt i små grupper. Däremot uppstod det flera diskussioner elever emellan i de klassrum där eleverna satt i små grupper än i de klassrum där eleverna satt enskilda i rader. (Paalanen 2017) Enligt Lingefjärd (2011: 272) lär eleverna sig mer om de har en möjlighet att dela sina tankar och diskutera medan de löser problem. Lingefjärd har forskat i problemlösning i grupp, och enligt hans resultat var inlärningsexperimenten mera fruktbara då elevgruppen fick arbeta utan att läraren varken stödde eller störde elevernas arbete i grupp (Lingefjärd 2011).

Enligt andra forskare (Hodson 2009, Olteanu 2017) är den framgångsrika kommunikationen där elever lär sig genom att tala och samtala alltid ett resultat av lärarens noggranna planering. Hodson (2009: 286) insisterar att eleverna måste få tid och utrymme att tala, och att utan grundligt förarbete av läraren sker det endast sällan fritt utbyte av idéer och synpunkter. Han lyfter fram betydelsen av en tillåtande atmosfär. Eleverna måste känna sig trygga i att uttrycka sig själva men också att lyssna till andra, ge feedback och ta emot kritik och på det sättet bygga en gemensam förståelse. I detta har läraren en nyckelroll: hen ska kunna motstå viljan att korrigera elevernas fattiga eller underutvecklade resonemang i ett för tidigt skede. Eleverna ska tillåtas en chans att utveckla sin förmåga att resonera. Eleverna ska erbjudas stöd och tillfällen då de lär sig resonera på språkbadsspråket men strävan efter korrekt språkanvändning får ej ta död på deras försök till resonemang och utbyte av tankar. Det är väsentligt i matematikundervisning att eleven bygger en stark taluppfattning och klargör sitt matematiska språk och de matematiska begreppen. Detta kan knappast ske utan att eleven skapar kopplingar mellan de vardagsupplevelser som hen har på sitt förstaspråk och den skolmatematiska diskursen som sker på hens andraspråk.

I mina observationer för min kandidatavhandling (Paalanen 2017) upptäckte jag att det att eleverna sitter i små grupper gör att de frågade spontant av varandra hur den andra har tänkt. Denna sittordning lockade eleverna att samtala med varandra även om uppgifterna var individuella. Nackdelen var att uppgifter och lösningar kunde kopieras eller härmas utan att eleven som kopierar hade själv försökt lösa uppgiften. I sådana fall var det möjligt att sittordningen inte gynnade alla elever i gruppen. Eleven kunde också lära sig av de misstag och felaktiga lösningar den andra eleven gjorde. Det visade sig också att en elev som var socialt starkare var den som också styrde hur alla som satt i hens bordsgrupp jobbade, även om hen inte var matematiskt starkare än de andra. (Paalanen 2017)

Arbete i smågrupper har också andra goda sidor än det att eleverna delar sina matematiska tankar friare. Det att eleverna sitter i smågrupper och arbetar tillsammans ger övning i sociala färdigheter och i kommunikationsförmåga överlag. Det är viktigt att eleverna utvecklar färdigheter som hjälper dem att diskutera med varandra, fundera och resonera tillsammans och hjälpa klasskompisen i en uppgift. Även grunderna för den nationella läroplanen poängterar social kompetens. Skolans uppgift är att erbjuda tillfällen där eleven får lära sig uttrycka sina tankar på olika sätt samt ta hänsyn till andra elever (Utbildningsstyrelsen 2014:18).

3 LÖSNING AV MATEMATIKPROBLEM I GRUPPER I SPRÅKBAD

Problemlösning är en process som kan delas i fyra faser. I den första fasen ska eleven förstå problemet, sedan göra upp en plan hur problemet kan lösas, som tredje slutföra planen och slutligen kontrollera om resultatet är korrekt (Malmberg 2008: 6). Problemlösning kan också användas som utgångspunkt för kommunikativ matematik. Avsikten med denna avhandling är att studera till hurdan kommunikation problemlösning kan sporra språkbadselever och analysera närmare på vilket sätt språkbadselever använder sitt förstaspråk och språkbadsspråket.

I detta kapitel redogör jag först hurdan språklig struktur hade de olika problemlösningsuppgifterna som användes i studien. Senare diskuterar jag hur den språkliga strukturen påverkade elevernas diskussioner, hur elevgrupperna klarade av att avgöra vad som var väsentligt i problemlösningsuppgifterna, och på vilket sätt eleverna använde sina båda språk. Jag analyserar även hur eleverna förtydligar och definierar olika begrepp som kommer fram i problemlösningsuppgifterna samt diskuterar hur matematisk problemlösning i grupp kan gynna språkbadselever.

3.1 Uppgifternas språkliga struktur

För att hitta kopplingar mellan textens uppbyggnad och matematikens olika språk med elevernas orientering mellan matematisk diskurs och vardaglig diskurs har jag analyserat textuppgifterna med att studera uppgiftens struktur. Jag har sökt efter matematiska symboler och matematiskt uttryck i förhållande till vardagligt språk. Även om siffror symboliserar tal eller mängd av något, har jag inte i min analys tolkat siffror som matematiska symboler. Siffror eller tal skrivna med bokstäver har jag tolkat som uttryck som har ett matematiskt innehåll.

3.1.1 Matematiska uttryck i uppgifterna

Den språkliga strukturen i de sex problemlösningsuppgifter som användes för materialinsamlingen illustreras i tabell 2. Samtliga uppgifter bygger på vardagligt språk, dvs. att texten i problemlösningsuppgifterna som användes för denna avhandling är skriven som en kort beskrivning eller en kort berättelse. Problemen *Hamstern* och *Kråkan* består av en textsnutt, medan problemen *Gården*, *Fotis*, *Ormen* och *Festen* som alla hör till materialpaketet Nya Ledtrådsmatte 2 (se avsnitt 1.2.3), innehåller en kort berättelse, tre frågor och åtta ledtrådar.

För att kunna analysera textens språkliga struktur i problemlösningsuppgifterna har jag excerperat de olika språk som matematiken kan ha (se avsnitt 2.4) i dem. Det betyder att jag har excerperat (1) vardagliga uttryck som har ett matematiskt innehåll, (2) uttryck som består av formellt matematiskt språk och (3) uttryck som består av matematiskt symbolspråk (Meaney 2005: 11–12). För att identifiera dessa har jag sökt uttryck och symboler som anger till exempel storlek (till exempel *hur stor yta*, *hälften av*), mängd (till exempel *hur många*, *33 cl*), eller matematisk rörelse (till exempel *vi blir lika många*). Jag har vidare identifierat uttryck som anger utgångspunkten eller ändpunkten för den matematiska händelsen (till exempel *nu*, *kvar*). I problemlösningsuppgifter kan även vardagliga ord som annars inte har ett matematiskt innehåll bli relevanta då det gäller att förstå vad det egentligen är man ska räkna (till exempel *till oss* i problemet Kråkan).

För att kunna illustrera förhållandet mellan de matematiska uttrycken och uppgiftens text, har jag räknat även orden i hela uppgiftstexten samt hur många ord de matematiska uttrycken bildas av. På det sättet har jag kunnat ge den procentuella andelen matematiska uttryck i respektive uppgift (se tabell 2).

Tabell 2, Problemuppgifternas språkliga struktur

Uppgift	*antalet ord i uppgiften*	*antalet ord i matematiska uttryck*	*procentuell andel*
Hamstern	32	16	50 %
Kråkan	70	29	41 %
Gården(area)	94	57	58 %
Ormen (längd)	102	27	26 %
Fotis (area)	136	66	48 %
Festen (volym)	126	52	41 %

Tabell 2 visar hur stor del av texten innehåller matematiska uttryck i respektive uppgift. I uppgiftstexterna finns det inslag av matematikens olika språk (se avsnitt 2.4) i varierande utsträckning. De olika språken förekommer för det mesta blandade med varandra. För att kunna förstå ett matematiskt problem måste eleven sålla information och känna igen de uttryck som har matematiskt innehåll. En del av de matematiska uttrycken har även en vardaglig betydelse. Till exempel *volym* betyder ofta ljudnivå i vardagliga uttryck. Uttrycken kan också betyda något annat i en annan ämnesdiskurs. Till exempel *rot* har en annan betydelse i matematik (SAOL: tal som multiplicerat med sig självt resulterar i ett givet tal) än i biologi (SAOL: underjordisk del av växt).

I det följande beskriver jag kort språket i de olika uppgifterna. För två av problemen visas också med exempel vilka ord och uttryck har enligt mig en matematisk betydelse. I problemet *Hamstern* består texten till sin helhet av vardagligt språk. Texten i problemet Hamstern innehåller 50 % uttryck som har matematiskt innehåll (se tabell 2). Den procentuella andelen är stor, men texten är också den kortaste av de olika problemen som elevgrupperna löste. Anmärkningsvärt är också att inga av de uttryck som finns i problemet Hamstern, är matematiska begrepp eller matematiska symboler. I texten nedan visas texten i problemet Hamstern. De uttryck som har ett matematiskt innehåll är här markerade med fet stil.

Elin gav sin hamster **ett snöre**. Den **bet av** snöret på **fem ställen**. Sedan tog den **en av bitarna** och **bet av** den på **två ställen**.

Hur många bitar har hamstern **nu**?

Utmaningen för eleven blir att känna igen de matematiska uttrycken i texten. Om man bortser från talen *ett*, *fem* och *två*, är alla de matematiska uttrycken i problemet Hamstern sådana som vanligtvis används i vardagligt språk utan att de får en särskild matematisk betydelse. Även textens struktur kan göra problemet vilseledande. Eleven tänker möjligen inte genast på addition, eftersom hamstern biter av snöret. Att *bita av* gör att snöret blir *mindre* vilket kunde tyda på subtraktion. Det är också möjligt att eleven inte tänker matematiskt på utgångspunkten, det vill säga att i början av räkneoperationen finns det redan *ett* snöre. Det första matematiska uttrycket som eleven eventuellt lägger märke till är *fem ställen.* I avsnitt 3.5 diskuterar jag ett exempel där elever möter detta problem.

Problemet *Kråkan* består till sin helhet av vardagligt språk som innehåller matematiska uttryck (se tabell 2). Liksom i problemet Hamstern, är de matematiska innehållet i problemet Kråkan blandat i det vardagliga språket. De betyder att eleven måste sålla informationen och känna igen de uttryck som i detta sammanhang har ett matematiskt innehåll och gör texten till ett matematiskt problem, även om dessa ord i vanliga fall inte eventuellt har matematiskt innehåll. Nedan visas texten i problemet Kråkan. De delar av texten där eleven måste känna igen det matematiska innehållet är här markerade med fet stil.

I en tall satt **ett antal** kråkor. I granen bredvid satt **också några** kråkor. En av kråkorna som satt i tallen ropade till dem som satt i granen: "Om **en av er** flyger över **till oss blir** vi **lika många**." En av granens kråkor ropade tillbaka: "Om **en av er** flyger över **till oss** så **blir** vi **dubbelt så många som ni**."

Hur många kråkor satt **i de båda** träden?

Texten i problemet Kråkan innehåller 41 % uttryck som har matematiskt innehåll (se tabell 2). Likt problemet Hamstern, innehåller problemet Kråkan inget symbolspråk och endast få matematiska begrepp (*antal, dubbelt*). Den egentliga utmaningen som eleverna möter i problemet är den språkliga rörelsen i texten (kråkor som flyger åt olika håll) samt uttrycket *dubbelt så många* vilket är ett uttryck som kan påstås ha ett matematiskt innehåll även i vardagliga sammanhang. Uttryck som *dubbelt* eller *hälften* ökar svårighetsgraden eftersom de används ofta tvetydigt speciellt i vardagligt språk (Reuter 1996). I vardagen kan man prata om *dubbelt så många* eller *hälften mera* och mena samma sak, även om de matematiskt betyder olika saker.

Texten i problemet *Gården* innehåller 58 % uttryck med matematiskt innehåll (se tabell 2). I berättelsen finns det få uttryck med matematiskt innehåll, men i frågorna finns det istället flera. De ledtrådar som finns till problemet Gården består till en stor del av text som är enbart formellt matematiskt språk blandat med matematiskt symbolspråk (*en fjärdedel av rutmönstret är 9* m^2) eller meningar som innehåller en stor andel matematiska uttryck. De matematiska begrepp som finns i problemet Gården är till exempel *area* och *omkrets.* I texten finns även symbolen m^2. Detta gör delar av texten i problemet Gården abstrakt och kondenserad, vilket kan å sin sida göra problemlösningen svårare.

Texten i problemet *Ormen* innehåller bara 26 % matematiska uttryck (se tabell 2). Likt Gården och de andra problemen (Fotis och Festen) ur Nya Ledtrådsmatte, består texten av en berättelse, frågor och ledtrådar. Problemet Ormen innehåller inga matematiska symboler och bara ett matematiskt begrepp (*centimeter*). Det matematiska innehållet i problemet Ormen är skrivet med vardagligt språk. Eleven måste således känna igen det matematiska innehållet i den vardagliga texten, men samtidigt är texten mindre abstrakt och kondenserad än texten i problemet Gården.

I problemet *Fotis* innehåller texten 48 % uttryck med matematiskt innehåll (se tabell 2). Berättelsen i problemet Fotis är den längsta av alla de olika problem som elevgrupperna löste. Även om andelen uttryck med matematiskt innehåll inte ökar betydligt (se tabell 2), kan man tänka att en längre text skapar en utmaning i problemlösningen och ökar svårighetsgraden. Eleverna måste klara av att läsa och förstå en längre text vilket tar tid och kräver koncentration av gruppen. Berättelsen är ändå vardaglig och behandlar ett tema (träningar i fotboll) som torde vara bekant för många elever. Detta kan tänkas underlätta läsförståelsen. Däremot innehåller frågorna och de olika ledtrådarna i problemet Fotis flera matematiska begrepp som *area*, *lång sida*, *kort sida* och *kvadratmeter.* Begreppen gör att texten blir mera abstrakt och ökar dess svårighetsgrad.

I problemet *Festen* innehåller texten 41 % uttryck som har matematiskt innehåll (se tabell 2). Temat i problemet är volym, och texten i berättelsen består till stor del av vardagligt språk. De flesta uttrycken med matematiskt innehåll hittas i ledtrådarna. Texten innehåller begrepp som *deciliter* och *liter*.

Den språkliga strukturen i de olika problemlösningsuppgifterna varierar även om det kan hittas mönster i uppgiftsbeskrivningarna. Problemen Hamstern och Kråkan innehåller till en stor del vardagligt språk, som har matematiskt innehåll, men endast få uttryck som är direkt matematiska. De olika problemen som hör till Nya Ledtrådsmatte 2 innehåller en varierande andel matematiska uttryck. Problemen börjar med en berättelse, som till stor del består av vardagligt språk som i vissa fall har inget matematiskt innehåll. De tre frågorna som hör till problemuppgifterna i Nya Ledtrådsmatte 2 består av delvis av vardagligt språk som har ett tydligt matematiskt innehåll (till exempel *hur många*). De flesta matematiska begreppen och symbolerna som används i problemtexten hittas i ledtrådarna.

Som ett delmål i denna studie har jag att betrakta hur uppgiftens språkliga struktur möjligen påverkar elevdiskussionerna. Därför valde jag för detta ändamål två grupper som har löst problemet Ormen, där texten har den minsta procentuella andelen matematiska uttryck. Jag jämför elevdiskussionen som gäller problemet Ormen med diskussioner som samma grupp för då de löser problemet Gården eller problemet Fotis, i vilka texten har en stor procentuell andel matematiska uttryck. I följande text diskuterar jag först elevgruppernas diskussioner i samband med problemuppgiften med många matematiska uttryck, sedan behandlas elevdiskussionerna i samband med få matematiska uttryck.

3.1.2 Uppgifter med många matematiska uttryck

I exempel 1 håller grupp A på att lösa problemet *Fotis*. I grupp A är elevernas förstaspråk finska och språkbadsspråket svenska.

Exempel 1,Fotis, grupp A språkbadsspråket svenska

Amos 1:	hur stor area har grusplanen
Alex 1:	area
Amos 2:	no se sisusta. No nyt ku meil on toi[kortsida] *alltså den där insidan. Nå nu då vi har det där*
Aino 1:	grusplanens långsida är hälften så lång som gräsplanens långsida
Amos 3:	ah öö långsida. Se on sata joten se on viiskyt. viiskyt. oota. Joojoojoo. *Det e hundra så det e femti. Femti. Vänta. Jojojo.*
Aino 2:	kolkyt plus sitte vaan viiskyt plus viiskyt. oliks tää *trettio plus då bara femtio plus femtio. Var det*
Alex 2:	satakuuskyt *hundrasexti*
Amos 4:	mut oottakaas *men vänta*
Alex 3:	siis meil on menny yli kymmenen minuuttia yhteen tähän alltså det har tagit över tio minuter för oss till den här ena
Amos 5:	okei. Oota. Hur många meter är det. Hei oota mä tein vähä väärin. *okej. Vänta. [Hur många meter är det] Hej vänta jag gjorde lite fel.*
Aino 3:	mitä *vad*
Amos 6:	kolkyt… *tretti…*
Aino 4:	oliks toi väärin toi mun tekemä *vad det fel det där som jag gjorde*
Alex 4:	miten hitsis sä saat tosta viistoistatuhatta *hur fanken fick du det där att bli femtontusen*
Amos 7:	kolkyt kertaa viiskyt *tretti gånger femti*
Alex 5:	aa
Amos 8:	hur många meter är det runt gräsplanen. mut sehä on toi. Se on tossa. Vi har gjort *men det e ju det där. Det e där.*

Diskussionen visar hur eleverna håller fokuset vid de matematiska begreppen. I sin första replik (Amos 1 i exempel 1) ställer Amos frågan *hur stor area har grusplanen*. Alex' yttrande håller fokuset på begreppet *area*. Istället för att översätta själva begreppet, förklarar Amos innebörden av begreppet. Hen gör detta på sitt förstaspråk (finska) med att säga *no se sisusta* (alltså den där insidan). Ingen av eleverna nämner det motsvarande begreppet på förstaspråket, utan gruppen fortsätter med att räkna vidare. Senare i diskussionen, i sin fjärde och femte replik ber Amos de andra att vänta en stund då hen lägger märke till att lösningen inte är korrekt (Amos 4 & 5 i exempel 1). Aino reagerar på detta med en fråga (Aino 3 i exempel 1) och ytterligare med en undran om lösningen som hen bidrog med var fel (Aino 4 i exempel 1). På så sätt kommer eleverna fram till den rätta lösningen, vilket ännu kontrolleras av Alex som frågar hur Amos har kommit till lösningen (Alex 4 i exempel 1). De andra elevernas frågor leder dock inte till en diskussion som skulle närmare definiera *hur* Amos har kommit fram till den korrekta lösningen, det enda som Amos ger som förklaring är räknesättet multiplikation, *kolkyt kertaa viiskyt* (trettio gånger femtio) i sitt sjunde replik (Amos 7 i exempel 1). Alex instämmande kan vara ett tecken på att hen håller med och har förstått, men den kan också betyda att hen litar på Amos svar. Amos avslutar diskussionen med att konstatera i sitt sista yttrande (Amos 8 i exempel 1) att gruppen är klar med uppgiften.

En liknande diskussion uppstår då grupp B löser ett problem i exempel 2. Läraren råkar vara i närheten då gruppen diskuterar problemet *Gården*. Frågan som eleverna tacklas med är rutmönstrets area och utgångspunkten för diskussionen är symbolen m^2. I exempel 2 kan man se hur eleverna stannar upp för att diskutera om kvadratmeter. I denna grupp är elevernas förstaspråk svenska och språkbadsspråket är finska.

Exempel 2, Gården, grupp B språkbadspråket finska

Bella 1:	nie va e det det två tå
Björn 1:	nie nie
Basse 1:	mitä tämä tarkoittaa. Se kakkonen siellä *va betyder det här. Den där tvåan där.*
Lärare 1:	neliömetriä *kvadratmeter*

Basse 2:	mutta ope mutta tämä kakkonen *men lärare men den här tvåan*
Bella 2:	fyrkantsmeter
Basse 3:	tämä tarkoittaa *det betyder*
Ben 1:	kvadratmeter
Basse 4:	että niinkun mitä se vastaus *att alltså vad svaret*
Bella 3:	kvadratmeter vet int du va det är
Basse 5:	kolme kertaa kolme e yheksän metriä tre gånger tre är nio meter
Lärare 2:	niin yhdeksän neliömetriä *ja nio kvadratmeter*
Bella 4:	kvadratmeter
Basse 6:	yhdeksän neliömetriä *nio kvadratmeter*

I exempel 2 för Bella fokuset till den matematiska symbolen m^2 med att fråga vad siffran två betyder i symbolen (Bella 1 i exempel 2). Hela elevgruppen börjar diskutera symbolen. Detta visar Björns upprepande *nie nie* där eleven inte kan uttrycka symbolen m^2. Basse ber direkt om hjälp av läraren med att fråga vad siffran två betyder (Basse 1 i exempel 2). Efter att läraren har gett begreppet på språkbadspråket (finska i detta fall) i sin första replik, visar Basse med sin fråga att hen inte ännu har förstått det finska begreppet *neliömetri*. Efter Basses fråga (Basse 2 i exempel 2) *mutta tämä kakkonen* (men den här tvåan) definierar de andra eleverna begreppet med att först använda ett vardagligt uttryck, *fyrkantsmeter* och sedan precisera begreppet med ordet *kvadratmeter*. I dessa två yttranden kan man se rörelsen mellan den vardagliga (fyrkant) och den matematiska (kvadrat) diskursen. I sin femte replik kopplar Basse rätt räknesätt till kvadrat som svar till Bellas fråga *kvadratmeter vet int du vad det betyder* (Bella 3 i exempel 2). Med lärarens påpekande *niin yhdeksän neliömetriä* (ja nie kvadratmeter) förs fokuset ännu en gång till det rätta begreppet som eleverna producerar på både förstaspråket och andraspråket.

I följande exempel (ex. 3) visas en fortsättning på grupp B:s diskussion om hur man räknar *area*. Läraren är fortfarande närvarande och deltar också i diskussionen.

Exempel 3, Gården grupp B språkbadspråket finska

Basse 1:	mm. Sit se on neljä sellaista. *mm. Då är det fyra sådana.*
Ben 1:	niin *ja*
Bella 1:	ja neljä kertaa koll *och fyra gånger tre*
Ben 2:	neljä kertaa kolme on kakstoista *fyra gånger tre är tolv*
Basse 2:	kakstoista joo *tolv jo*
Ben 3:	ei kun *nej alltså*
Bella 2:	ei *nej*
Lärare 1:	jos yks on yhdeksän neliömetriä *om en är nio kvadratmeter*
Bella 3:	joo
Lärare 2:	ja niitä on neljä sellaista *och det finns fyra sådana*
Basse 3:	yhdeksän yhdeksän kertaa kolme neljä *nio nio gånger tre fyra*
Björn 1:	tre gånger två
Bella 4:	yhdeksän kertaa neljä on yhhh *nio gånger fyra är*
Ben 4:	kolmekymmentäkuusi *trettisex*
Basse 4:	jes kolmekymmentäkuusi *jes trettisex*
Lärare 3:	kolmekymmentä kuusi *trettio sex*
Basse 5:	neliömetriä *kvadratmeter*
Bella 5:	neliömetriä *kvadratmeter*

Ben 5: kvadratmeter minä tekin se ensin.
jag gjorde det först.

Bella 6: onko se näin. Håller ni me
är det så här.

I exempel 3 låter läraren eleverna lösa problemet, medan hen samtidigt leder dem åt rätt håll genom att ställa preciserande frågor. Detta ser man i replikerna Ben 3 och Bella 2 (exempel 3) då både Ben och Bella redan har börjat tvivla på det som de precis har räknat. Eleverna visar detta tvivel med att neka det de själva har precis sagt. Då läraren igen fäster elevernas uppmärksamhet på frågan genom att påminna dem om att en ruta är nio kvadratmeter och det finns fyra sådana (replikerna Lärare 1 och Lärare 2 i exempel 3), svarar Bella med ett instämmande och i sin tredje replik fångar Basse rätt räknesätt. I Basses yttrande (Basse 3 i exempel 3) finns det ännu tvekan då hen upprepar ordet *yhdeksän* (nie) och söker efter rätt tal med att säga *kolme neljä* (tre fyra). Med hjälp av Bella och Ben kommer gruppen till rätt lösning. I sin tredje replik påminner läraren eleverna om begreppet *neliömetri* (kvadratmeter) med att bara upprepa elevernas svar utan att nämna uttrycket själv (Lärare 3 i exempel 3). Detta resulterar i att eleverna själva har möjligheten att producera begreppet. De produktiva språkkunskaperna är viktiga för att eleven ska befästa de nya begreppen. Det räcker inte att eleven endast hör och förstår begreppen, hen bör också få lära sig producera dem i tal och skrift (bland andra Johnson Høines 2008, Joutsenlahti 2003, Riesbeck 2000) I slutet av diskussionen bekräftar Ben begreppet *neliömetri* (kvadratmeter) i sin femte replik ännu med att säga begreppet på förstaspråket (Ben 5 i exempel 3). Diskussionen visar ytterligare hur läraren kan handleda eleverna att precisera både svar och begreppsdefinitioner.

Diskussionerna i exemplen 1, 2 och 3 visar hur eleverna har en möjlighet att strukturera de olika begreppen då det skapas ett tillfälle där eleverna får kommunicera och samtala kring matematiska uppgifter och matematiska begrepp. Som flera forskare nämner, är detta viktigt för att eleverna ska kunna bygga hållbara kunskaper i matematik och befästa begreppen (bl.a. Johnson Høines 2008, Joutsenlahti 2003, Riesbeck 2000). Det som också är värt att lägga märke till är hur läraren med små impulser kan hjälpa eleverna då de orienterar sig mellan den matematiska och den vardagliga diskursen och på det sättet precisera sina lösningar och hitta ett korrekt matematiskt uttryckssätt. Då man jämför de två diskussionerna (exempel 1 och 2) kan man även lyfta fram den betydelsen läraren kunde ha också i grupp A:s diskussion. Även om gruppen klarar av uppgiften på egen hand och lyckas hålla fokusen vid problemlösningen, kunde diskussionen ha blivit rikare om läraren hade handlett eleverna speciellt i slutet av diskussionen. Detta kommer fram då Amos i exempel 1 har förstått hur man räknar area och Aino frågar hur denne har kommit till lösningen. Amos förklaring är endast att berätta räknesättet (multiplikation). Om eleven hade en mer flerordig förklaring till sin tankegång, skulle de andra eleverna fått ta del av ett dyrbart resonemang och på det sättet både kunna befästa olika begrepp och strukturera sina egna matematiska tankar. Det är ändå viktigt att komma ihåg att för denna studie samlades det i första hand diskussioner elever emellan, och läraren var inte i fokus vid materialinsamlingen. Trots det, kan man konstatera att lärarens roll kan vara betydande. I kommunikativa övningar som bygger på uppgifter som elever gör i samarbete, erbjuder själva uppgiftskedet ett tillfälle där elever aktivt kan formulera det de lär sig och anskaffa ny kunskap. Efterarbetet för sin del ger läraren en möjlighet att lyfta fram centrala begrepp från både språkliga och innehållsliga perspektiv.

3.1.3 Uppgifter med få matematiska uttryck

De båda grupperna, grupp A och B, har också löst problemet Ormen där endast 26 % av texten innehåller matematiska uttryck vilket är betydligt mindre jämfört med problemen Fotis (48 %) och Gården (58 %) (se tabell 2 i avsnitt 3.1.1). De räkneoperationer som eleven måste behärska för att kunna lösa problemet Ormen är inte komplexa. Ormen innehåller tre frågor som är kopplade till varandra eller till andra delar av texten i uppgiften, vilket kräver att man måste läsa texten noggrant för att kunna koppla ihop all information. Detta är typiskt för problemlösningsuppgifter. Den första fasen i problemlösning är att man känner igen problemet och de delar som utformar frågan (Malmberg 2008, Taflin 2007). I exempel 4 diskuterar grupp A problemet Ormen.

Exempel 4. Ormen, grupp A, språkbadspråket finska

Amos 1:	miks tääl on fuuteja *varför finns det fot* här (*med finsk böjning)*
Aino 1:	Ebbas fot är
Amos 2:	mut kuka on Elon *men vem är Elon*
Aino 2:	No se o varmaan toi poika. Koska se on pojan nimi. *Det är väl den där pojken. För att det är ett pojknamn*

I exempel 4 ställer Amos först frågan *miks tääl on fuuteja* (Varför finns det fot här?). Yttrandet är intressant på grund av att detta kunde vara ett försök att styra diskussionen till den matematiska diskursen. Om Amos var medveten om att längd kan beskrivas med olika termer (till exempel *fot*, *meter* och *mil*) kan yttrandet tolkas vara en inbjudan till en diskussion som behandlar begreppet längd. Eftersom Aino svarar med att läsa ledtråden *Ebbas fot är*, får begreppet 'fot' genast ett vardagligt innehåll och diskussionen förs till den vardagliga diskursen. På så sätt får Amos sitt svar vilket man ser då hen lämnar ämnet och ställer en ny fråga, *mut kuka on Elon* (Men vem är Elon?) i sin andra replik. Diskussionen rör sig igen inom den vardagliga diskursen och även denna fråga besvaras, vilket får diskussionen att löpa vidare. Liknande flyt i problemlösningen kan man se i grupp B:s diskussion nedan (exempel 5).

Exempel 5. Ormen, grupp B, språkbadsspråket finska

Basse 1:	så kuinka pitkä käärme on *så hur lång är ormen*
Bella 1:	tässä lukee senttimetrin lyhyemm lyhenne on cm. Käärme on kaksi kertaa niin pitkä kuin Eetun jalka. *här står det centimeters kortarr förkortning är cm. Ormen är två gånger så lång som Eetus fot*
Basse 2:	förti centimeter

I sin första replik (Basse 1 i exempel 5) ställer Basse frågan hur lång ormen är, och Bella svarar på med att läsa olika ledtrådar (Bella 1 i exempel 5). Basse konstaterar sedan att ormens längd är fyrtio centimeter. Detta sporrar inte till vidare diskussioner. Man kan tänka sig att orsaken till att diskussionen inte vidareutvecklas är att den matematiska uppgiften är tämligen enkel. Förmodligen är det både fråga om att uppgiften är matematiskt enkel men också att språket i uppgiften är så genomsynligt att det inte uppmuntrar eleverna till att resonera vidare.

Då man jämför diskussioner i samband med problemet Ormen (exempel 4 och 5) med de som föds då elevgrupperna A och B löser problemen Fotis och Gården (exempel 1–3), kan man konstatera att när andelen matematiska uttryck i uppgiftstexten är mindre, sporrar problemet inte i samma mån till sådana diskussioner som berör matematiska begrepp eller symboler som uppgifter med många matematiska uttryck. De diskussioner som eleverna för när de löser uppgiften med färre matematiska uttryck behandlar främst andra än matematiska ord och uttryck. Elevernas diskussion flyter obesvärat och eleverna löser problemet i samarbete, men diskussionen får inte samma djup som när eleverna löser problemen Fotis och Gården.

3.1.4 Sammanfattning

För att se om kopplingen mellan uppgiftens språkliga struktur och elevdiskussionernas innehåll gäller endast exempelgrupperna A och B, har jag granskat hela materialet som samlades för avhandlingen. Med att jämföra exemplen på de elevdiskussioner som diskuteras i avsnitten 3.1.2. och 3.1.3 med andra elevdiskussioner som utgör materialet för avhandlingen kan jag konstatera att även de andra diskussionerna följer samma mönster som beskrivs ovan. Då den matematiska problemuppgiften innehåller rikligt med matematiska uttryck, behandlar också elevdiskussionerna dessa uttryck. Diskussionerna blir också mera mångfasetterade och flera elever deltar i diskussionerna. De längsta och innehållsligt rikaste diskussionerna föds då eleverna löser sådana problemuppgifter där texten innehåller flera matematiska begrepp. Sådana begrepp är till exempel begrepp som anger volym (*deciliter, centiliter, milliliter*), begrepp som handlar om geometriska former (*kvadrat, triangel*) samt *area* och *omkrets* och begrepp som kan användas tvetydigt i vardagsspråket (*hälften, dubbelt*). I sina diskussioner definierar eleverna de olika begreppen med att till exempel förklara betydelsen på förstaspråket, med att illustrera begreppet eller med att jämföra begreppet med sina vardagsupplevelser. Det sistnämnda, elevernas vardagsupplevelser och erfarenheter om matematiska begrepp utanför klassrummet är en avsevärd resurs som även läraren kan ha nytta av då nya begrepp ska behandlas och befästas (Noren 2010). I elevdiskussionerna blir dessa vardagserfarenheter viktiga steg då eleven växlar mellan den vardagliga och den matematiska diskursen.

Det är också anmärkningsvärt att elevdiskussionerna som rörde till exempel problemet *Hamstern* når inte samma djup som andra diskussioner. Problemet Hamstern består till 50 % av matematiska uttryck (se tabell 2 i avsnitt 3.1.1), men i texten finns inga matematiska begrepp eller inget symbolspråk, vilket naturligtvis inte heller föder diskussioner som skulle handla om begrepp. De diskussioner som problemet Hamster sporrar till rör varje gång det på vilket sätt eleverna kunde förtydliga problemlösningen. Varje grupp tar till samma metod, att rita snöret som hamstern i problemet biter av. Även om problemet *Kråkan* (41 % matematiska uttryck, se tabell 2 i avsnitt 3.1.1) sporrade elever till att diskutera, rör bara två av diskussionerna begreppet *dubbelt*. Likt problemet Hamstern innehåller problemet Kråkan inte symbolspråk och endast få begrepp. Problemet Kråkan sporrar eleverna i några grupper ändå att resonera tillsammans, medan i vissa grupper föds ingen diskussion. Orsaken till detta kan vara att problemet Kråkan är knepigare än de andra problemen. Alla grupper klarar inte av att lösa problemet.

Analysen visar sålunda att om man vill använda matematisk problemlösning som utgångspunkt för kommunikativa övningar i matematik, kunde man även i matematiska problemlösningsuppgifter följa Krashens (1985) inflödeshypotes. Krashen har beskrivit att inflödet som en andraspråksinlärare får borde nå svårighetsgraden i+1, vilket betyder att inflödet ställer sådana krav på sin mottagare som är något högre än den aktuella kunskapsnivån. Om man för hypotesen över till matematisk problemlösning, betyder det att när problemet är både språkligt och matematiskt på en nivå som kräver att eleven kämpar lite, blir också diskussionen rikare och flera elever är involverade både då de matematiska begreppen definieras och då själva problemet löses. Då uppgiften innehåller flera matematiska begrepp och rikligt med uttryck som har matematiskt innehåll, blir elevdiskussionerna rika och tangerar oftare den matematiska diskursen än i uppgifter med få matematiska uttryck. Eleverna förklarar, definierar och strukturerar de matematiska begreppen i sina samtal på sina båda språk. Liknande mönster hittas vid diskussioner som gäller begrepp, till exempel *area* och *kvadratmeter* och vid diskussioner som gäller symbolspråk, till exempel m^2. Det att begrepp definieras och diskuteras på både elevernas förstaspråk och deras andraspråk, förstärker befästandet av begreppen. För att hålla fokus på begrepp, i matematiska uttryck eller i det räknesättet som är aktuellt i problemlösningen, ställer eleverna varandra preciserande frågor eller instämmer och upprepar det som den ena har sagt.

3.2 Att kunna välja den väsentliga informationen

Då språkbadseleverna löser matematiska problem på sitt andraspråk, stöter de tidvis på ord och uttryck som de inte nödvändigtvis genast förstår. I vissa fall handlar det om sådana ord som inte är betydelsefulla för själva problemlösningen. För att kunna lösa det matematiska problemet, måste eleverna ha färdigheter i hur de kan sålla den väsentliga informationen ur det som icke är väsentligt. Eleverna måste alltså kunna avgöra om de kan låta bli att beakta en del av informationen eller om det är betydelsefullt att förstå varje ord och hur de i så fall ska gå till väga.

Detta är något eleverna har tacklats med sedan de började i språkbad, eftersom undervisningsspråket i början av språkbadet har varit nästan uteslutande deras andraspråk, och eleverna har lärt sig att till exempel följa anvisningar och att ta till sig inflöde på sitt andraspråk även om de inte förstår varje ord och begrepp. Eleverna har på så sätt också utvecklat olika strategier som hjälper dem att komma vidare och agera så som det förväntas av dem. Ett exempel på detta är stödet av elevgruppen. Eftersom eleverna har samma modersmål, kan det fungera som en resurs som möjliggör flera elevers deltagande (t.ex. Savijärvi 2015). Även de elever som har svagare kunskaper i språkbadsspråket kan delta i diskussionen vilket möjliggör rikare utbyte av tankar och resonemang.

I exempel 6 diskuterar eleverna problemet *Hamstern*. Grupp C består av tre elever som badar i svenska och har finska som förstaspråk.

Exempel 6. Hamstern, grupp C, språkbadspråket svenska

Calvin 1:	mikä on snöre *vad är snöre*
Chris 1:	joku kaulapanta joku semmone nau *någon slags halsband eller sådan där ba*
Calvin 2:	tai joku nauha *eller något band*
Chris 2:	nii iha sama *ja ingen skillnad*
Cleo 1:	den bet av snöret på fem st
Chris 3:	[ritar] neljä sju. Sju ställen *fyra*
Cleo 2:	ai oks se *aj är det*
Chris 4:	sju bitar.
Cleo 3:	sju bitar. Kvar.
Chris 5:	hu
Calvin 3:	sju bitar
Chris 6:	hur många bitar har hamstern nu. Sju av den där största [mumlar] åtta
Cleo 4:	ai åtta
Chris 7:	nii åtta
Calvin 4:	onks se seittemän vai kaheksan *är det sju eller åtta*
Cleo 5:	ai åtta
Chris 8:	nii seittemän pientä ja yks pitkä *ja sju små och en längre*
Cleo 6:	- -ja yks pitkä *och en längre*
Calvin 5:	joo

I början av diskussionen i sin första replik (Calvin 1 i exempel 6) tar Calvin initiativet och signalerar genom en fråga att hen inte vet vad ett ord i uppgiften betyder, det vill säga substantivet *snöre*. Chris svarar med att säga *kaulapanta* (halsband) på sitt förstaspråk. Chris svar är inte den träffsäkraste finska motsvarigheten, men hen fortsätter med att säga att *snöre* är något liknande (Chris 1 i exempel 6). Därefter föreslår Calvin att *snöre* kunde vara *joku nauha* (någon slags band) vilket är mera exakt vad det är fråga om. Chris konstaterande (Chris 2 i exempel 6), att det inte är någon skillnad hurdant band det är fråga om, är ett tydligt tecken på att hen kan sålla det som är matematiskt väsentligt ur det som är mindre viktigt. Med hjälp av att resonera på sitt förstaspråk har eleverna i grupp C kunnat avgöra vad som är väsentlig information.

Exempel 6 visar också hur viktigt det kan vara att elever har en chans att kommunicera och ställa frågor. I sitt yttrande (Chris 6 i exempel 6) säger Chris *sju av den största* och fortsätter *åtta*. Till detta reagerar Cleo med att fråga *ai åtta* (Cleo 4 i exempel 6) och senare vill Calvin precisera svaret i sin fjärde replik med att på förstaspråket fråga om det rätta svaret är sju eller åtta (Calvin 4 i exempel 6). Cleo upprepar sin fråga (*ai åtta*) vilket sedan besvaras av Chris och ännu bekräftas av de andra gruppmedlemmarna (Chris 8 i exempel 6). Eleverna använder alltså de båda språken både då de definierar begrepp och då de uppskattar om en lösning är korrekt. Att eleven har en möjlighet att fråga lärarna och andra elever om ord och begrepp som hen inte förstår är en av språkbadets byggstenar. Möjligheten att använda förstaspråket fungerar som en resurs som eleverna har till sin användning snarare än något negativt som ett misslyckande i användningen av andraspråket. Detta har även Savijärvi (2015) poängterat i sin studie av interaktionen i ett språkbadsdaghem. Att eleverna delar ett gemensamt förstaspråk bidrar till gemensamma försök i att strukturera både språkliga och innehållsliga komponenter. Det att också läraren i tidigt fullständigt språkbad förstår vad eleven säger på sitt förstaspråk är väsentligt både med tanke på hur läraren kan stötta eleven i dennes inlärning och hurdan information läraren kan få till exempel om elevens färdigheter inom ett skolämne.

Då det gäller vardagliga ord vars betydelse inte är viktig med tanke på problemlösningen, klarar en del av grupperna av att välja ut det som är väsentligt i det matematiska sammanhanget och kan nonchalera ord och uttryck som inte har en avgörande betydelse för problemlösningen. Det finns också grupper som fastnar vid ord och uttryck som inte är nödvändiga att förstå med tanke på problemlösningen. I en del grupper finns det någon elev som antingen vet betydelsen av dessa ord och uttryck, eller som hade kunnat fortsätta med problemlösningen utan att stanna och fundera på ordet i fråga, men av andra, eventuellt gruppdynamiska orsaker inte litar på sina kunskaper och ännu söker bekräftelse av andra elever eller läraren. Alternativt kan elevens initiativ till att fortsätta med problemlösningen ignoreras av andra gruppmedlemmar. Gruppmedlemmarna kan på så sätt antingen sporra och stöda varandra både språkligt och innehållsligt eller bromsa diskussionens gång.

I exempel 7 har Grupp D har precis börjat arbeta kring problemet Ormen, men elevgruppens diskussion fastnar på ett obekant ord.

Exempel 7. Ormen, grupp D, språkbadsspråk finska

David 1:	näkee - - näkee Emma *ser —ser Emma*
Dennis 1:	ja veit int
David 2:	okej men näärk näkee *ser*
Dennis 2:	så nacka
Dea 1:	alltså ser
David 3:	va e
Dea 2:	näkee e ser *ser*
Dennis 3:	ja okej
David 4:	va men
Dea 3:	alltså
Dennis 4:	alltså
Dea 4:	alltså kivenkolossa alltså den där kiven grejen e tre ormar mer än *alltså stenhåla - -*
David 5:	kivenkolo *stenhåla*
Dea 5:	ja on tre ormar mer än va Emma ser

David 6: vaah

Dolly 1: va e kivenkolossa för nånting
vad är stenhåla

I sin första replik i exempel 7 antyder Dennis att hen inte vet vad det finska verbet *näkee* (ser) betyder och försöker först med något fonetisk liknande, *nacka* (David 2 i exempel 7) men Dea berättar att *näkee* betyder *ser* (Dea1 & 2 i exempel 7). Deas yttrande i hens fjärde replik visar att hen redan har identifierat det matematiska innehållet i texten (*tre ormar mer än vad Emma ser*). Hen gör ett försök att passera ordet *kivenkolo* med att ersätta det med *grej* (*den där kiven grejen*, Dea 4 i exempel 7). Det att Dea använder ordet *grej* visar att hen har förstått att det inte är väsentligt för den matematiska problemlösningen att få en exakt betydelse för ordet *kolo* (håla). De andra eleverna i gruppen kan dock inte avgöra om det är viktigt att förstå det vilket Dolly visar genom att ställa en direkt fråga (Dolly 1 i exempel 7) om vad *kivenkolo* (stenhåla) är för något, och diskussionen fastnar länge i ordet.

3.3 Båda språken som resurs

Flerspråkiga elever, som till exempel språkbadselever är vana med att byta språk (Bergroth 2015: 60). Språkbyten kan ske inom en mening eller ett yttrande, och kallas för kodväxling. Dessa språkbyten sker i förhållande både till de andra individer som deltar i diskussionen och situationen där interaktionen sker. (Cromdal 2000: 113) I exempel 8 kan man se hur eleverna i grupp A använder sina två språk med att byta mellan förstaspråket och språkbadsspråket.

Exempel 8. Ormen, grupp A, språkbadsspråket svenska

Amos 1: jos me saadaan tietää eiku jos me saadaan tietää kuinka lång e ormen, ni sit me saadaan tietää et puolet siitä on Elonin jalka

	om vi får veta nej alltså om vi får veta hur lång är ormen, då får vi veta att hälften av det är Elons fot
Aino 1:	hei kato kato kakskyt öö kakskyt senttimetriä koska Ebbas fot är kaheksantoista ja Elonin fot on kaks senttii isompi *hej titta titta tjugo öö tjugo centimeter för att Ebbas fot är aderton och Elons fot är två cent större*
Alex 1:	joten - - paljonko se oli *så – hur mycket var det*
Aino 2:	kakskyt *tjugo*
Alex 2:	hur lång är ormen
Aino 3:	ormen är dubbelt så lång som Elons fot. Joten nelkyt senttimetriä *alltså förti centimeter*

Amos yttrande i hens första replik, *jos me saadaan tietää kuinka lång e ormen* (om vi få veta hur lång ormen är) visar hur Amos har sina båda språk aktivt i parallell användning (Amos 1 i exempel 8). Alla elever i grupp A använder sina bägge språk i diskussionen. Exempel på detta är Ainos yttrande i hens första replik *koska Ebbas fot är kaheksantoista ja Elonin fot on kaks senttii isompi* (för att Ebbas fot är 18 och Elons for är två cm större) och i Alex två repliker (Alex 1 & 2 i exempel 8) där hen först frågar på förstaspråket *paljonko se oli* (Hur mycket var det?) och senare på andraspråket *hur lång e ormen.* Diskussionen visar att språkbyten blir inget hinder för elevernas gemensamma resonemang. Hela diskussionen präglas av obesvärat tankeutbyte där eleverna byter språk smidigt utan att ha behov att förklara uttrycken som yttras på två språk. Då man närmare betraktar elevernas språkbyten, kan man konstatera att eleverna använder språkbadsspråket då när de upprepar något som står skrivet i uppgiften medan i de uttryck som håller diskussionen samman använder eleverna sitt förstaspråk. Detta kan man se till exempel i Amos första replik (Amos 1 i exempel 8) där Amos börjar med att tala direkt till de andra i gruppen på sitt förstaspråk *jos me saadaan tietää* - - (om vi får veta), och byter sedan till språkbadsspråket då det är fråga om information ur uppgiftstexten, *kuinka lång e ormen* (hur lång är ormen). Även Aino tar till sitt förstaspråk då hen vill ha andras uppmärksamhet i sin första replik (Aino 1 i exempel 8) *hei kato kato* (hej titta titta), och byter till språkbadsspråket vid uttryck som är direkt ur uppgiften, till exempel *Ebbas fot*.

I exempel 9 diskuterar Ella och Emil i grupp E problemet *Kråkan*. Eleverna visar inga svårigheter i att förstå uppgiftstexten som är på deras andraspråk (finska) och klarar också av att resonera fram rätt lösning även om problemet *Kråkan* är matematiskt ett av de svårare problemen som elevgrupperna löste.

Exempel 9. Kråkan, grupp E, språkbadsspråket finska

Emil 1:	eeh viereissä kuusessa on.. istui myös jokai jok ja så att det e två två träd. å då sitter ee kråkor i *i granen bredvid är..satt också någr någ*
Ella 1:	några
Emil 2:	i båda träden. yksi varista joka istui männyssä så det där första träden männyssä huusi kuusessa istuvalle - -ja så då satt så ropar den som sitter i männyssä till kuuseen Så betyder det att ana e ena e männyss en männy o ana e *[...] En av kråkorna som satt i tallen så det där första träden tallen ropade till de som satt i granen [...] som sitter i tallen till granen [...]ena e i tall en är tall*
Ella 2:	gran
Emil 3:	en gran ja
Emil 4:	[läser tyst] huusi kuusessa jos yksi teistä lentää tänne on *ropade i granen om en av er flyger hit är*
Ella 3:	ja då e dom lika många i båda träden
Emil 5:	yhtä monta molem pai puissa. så det betyder att det e i i den där i granen e det en mer än i *lika många i båda tra träden*

Emil börjar sitt första yttrande (Emil 1 i exempel 9) med att läsa högt uppgiften på språkbadspråket. En tydlig markering på språkbyte sker då Emil säger *så att det e* och senare i samma yttrande *å då* vilka båda följs av att hen förklarar texten på sitt förstaspråk

(Emil 2 i exempel 9). Emil upprepar samma mönster flera gånger, vilket kan ses till exempel i hens andra yttrande *så det där* och *så då* samt *så betyder det att* (Emil 1, 2 & 5 i exempel 9). Emil gör sitt resonemang synligt med att beskriva på förstaspråket det som hen har förstått av texten, och signalerar övergången från uppgiftstexten till det friare resonemanget med de ovannämnda korta diskursmarkörer. Ellas tre olika repliker (*några*, *gran* och *ja då e dom lika många i båda träden* i Ella 1, 2 & 3 i exempel 9) visar att hen fungerar i samarbete med Emil. På så sätt kompletterar Ellas yttranden Emils yttranden.

Diskussionen mellan Emil och Ella i exempel 9 visar att eleverna har ett behov av att föra det matematiska resonemanget på sitt förstaspråk. Detta gör eleverna framgångsrikt tillsammans och visar inga tecken på att de skulle ha svårigheter i att förstå informationen som ges på språkbadsspråket eller att ta till sig det matematiska innehållet i problemlösningsuppgiften. Istället kan man konstatera att eleverna använder förstaspråket som ett redskap för resonemanget, och är väl medvetna om övergången mellan förstaspråket och andraspråket vilket också signaleras tydligt.

Analysen visar att samtliga grupper som deltog i materialinsamlingen använder förstaspråket och språkbadsspråket parallellt i sina diskussioner. Ingen av grupperna använder endast förstaspråket eller endast andraspråket. Då man närmare betraktar språkbyten, kan man konstatera att språkbadseleverna gärna använder förstaspråket i kommunikationen med varandra, men uppgiften kan också sporra eleverna till att använda språkbadsspråket.

De flesta gruppdiskussioner bevittnar om att elevernas språkbyten sker obesvärat. Eleverna växlar mellan sina två språk och kan byta språk mitt i meningen. Analysen visar också att språkbadseleverna kan ha behov av att på sitt förstaspråk förklara uppgiftsinnehållet. Förstaspråket fungerar som ett verktyg då eleverna klargör begrepp och för matematiskt resonemang.

3.4 Att förtydliga olika begrepp

Som Bergroth betonar är det att viktigt i språkbadet att elevens inlärning stöds mångsidigt med att till exempel visualisera, konkretisera och förklara (Bergroth 2015: 64). Språkbadseleverna har på så sätt blivit vana med att söka förklaringar för det som är oklart och beskriva det som de inte kan uttrycka med ett specifikt ord. (Nevasaari 2015: 214) I exempel 10 diskuterar eleverna ordet *tasapainorata* (balansbana). Ordet är inte direkt bekant för eleverna men de gör ett försök i att förklara det med att analysera de delar som ordet består av och också med hjälp av illustrationen som finns vid problemet.

Exempel 10. Gården, grupp F, språkbadspråket finska

```
Frida 1:         va e tasapainorata - - tasapaino men
                 tasapaino e att det väger lika mycket. Men e
                 det det här för det e ju månne som ett röd
                 sträck, så går han som så där [visar bilden]
                 Jag vet int.
                 Vad är balansbana – balans men balans är [...]

Frej 1:          eller så e det det där
 --
Felix 1:         Eetu vetää narun koko tasapainoradan ympäri
                 Eetu drar bandet runt hela balansbanan

Frida 2:         va få ja se på din

Frej 2:          tasapaino e gå balansgång
                 balans är gå balansgång

Frida 3:         Jaa - - öö
--
Frans 1:         öö tasapainorata on yhtä pitkä kuin puolet
                 Eetun narusta. Nå hur långt e narusta. Hur
                 långt e hans naru?
                 öö balansbanan är lika lång som hälften av Eetus
                 snöre. Nå hur långt är bandet. [...]hans band

Frej 3:          Eetun naru on ee hundra meter
                 Eetus band är [...]

Frans 2:         okej då e den där tasapainorata två hundra
                 meter
                                       balansbanan

Frida 4:         Hur mycki var ditt

Frej 4:          hur så
```

Frans 3: öö om. Nää. Nä, den e femti meter

Frida 5: femti meter

Frans 4: för det sto att den var lika lång som halva
Eetun naru. O den va hundra meter
Eetus band

Frida fäster gruppens uppmärksamhet på ordet *tasapainorata* (balansbana) i sin första replik och ger själv också en förklaring, att *tasapaino* (balans) är det att två ting väger lika mycket (Frida 1 i exempel 10). Frida tar också illustrationen till hjälp, och funderar om *tasapainorata* syns på bilden. I andra replik säger Frej att *tasapaino e gå balansgång* (balans är gå balansgång), och elevgruppen verkar nöja sig med det svaret.

Diskussionen visar att eleverna inte ändå har kommit fram till en användbar motsvarighet på sitt förstaspråk, eftersom ordet *tasapainorata* förekommer i diskussionen ännu i ett senare skede (Frans 2 i exempel 10). För att kunna fortsätta med den matematiska uppgiften måste eleverna ändå kunna avgöra hur viktigt det är att förstå informationen ordagrant. Frans yttrande *den där tasapainorata* visar att elevgruppen har kunnat avgöra om det är väsentligt att förstå ordet. Med att säga *den där* visar Frans att gruppen är ense om att *tasapainorata* är något som finns på bilden eller något som de inte mera behöver grubbla på. Däremot handlar resten av diskussionen om det matematiska uttrycket *puolet jostakin* (hälften av något). Jag nämner i kapitel 3.1.1 att begrepp som *hälften* och *dubbelt* kan vara speciellt tvetydiga eftersom de ofta används diffust i vardagsspråket. I exempel 10 kommer eleverna relativt snabbt till den rätta lösningen trots att Frans tankebanor först tar fel riktning (Frans 2 i exempel 10). Även detta exempel visar hur diskussionen hjälper eleverna att befästa begrepp och uttryck. Frans misstag sporrar Frej att ifrågasätta lösningen vilket får Frans att tänka om och förklara den nya lösningen med att säga *den var lika lång som halva Eetun naru* (Eetus band).

I exempel 11 diskuterar grupp F begreppet area. Diskussionen börjar med att Frida inte kommer ihåg innebörden av begreppet *pinta-ala* (area) då hen läser uppgiften på språkbadsspråket (finska).

Exempel 11. Fotis, grupp F, språkbadsspråket finska

Frida 1:	- - så kuinka suuri on hiekkakentän pinta-ala. Det där fatta int jag riktigt men. Ser ni nånting om - - pinta-ala *--så hur stor är grusplanens area.- - area*
Frej 1:	öö jag har treenien aluksi *i början av träningar*
Frida 2:	pinta-ala, pinta-ala. Va då pinta-ala *area, area. Va då area*
Frans 1:	hur stor den e
Frida 3:	öö vad heter hon. Ope! [går efter läraren]
Frans 2:	men det e hur stor den e.

Frida fokuserar i sitt första yttrande (Frida 1 i exempel 11) begreppet *pinta-ala* (area). Hen frågar de andra om de ser någonting och syftar med detta antagligen på ledtrådarna som kommer med i uppgiften. I slutet av sitt yttrande fokuserar hen igen ordet *pinta-ala* (area) genom att upprepa det. Frejs svarar i sin första replik (Frej 1 i exempel 10) med att berätta vad som står på den ledtråden som hen har fått. Frida upprepar igen begreppet *pinta-ala* (area) och visar på nytt med sin fråga att hen inte känner till betydelsen av begreppet. Frans svarar i sin första replik (Frans 1 i exempel 11) med att säga att *pinta-ala* (area) betyder *hur stor den [grusplanen] är*. Istället för att lyssna på Frans förklaring bestämmer Frida sig för att gå efter läraren. Frans upprepar ännu sin förklaring med att säga *men det e hur stor den e* (Frans 2 i exempel 11).

I exempel 12 diskuterar grupp F begreppet omkrets. I början av diskussionen är det oklart för elevgruppen hur de kan räkna omkretsen på en kvadrat. Eleverna vet redan arean på kvadraten.

Exempel 12. Gården, Grupp F, språkbadspråket finska

Frida 1:	Nå det e neliössä kaikki sivut ovat yhtä pitkiä. Sen e det ju det här vi måst. Men va e nie kvadratmeter motsvarande i meter?

	Alltså det är i en kvadrat är alla sidor lika långa.
Frej 1:	men det e väl
Frida 2:	nie
Frej 2:	men det e väl. Om man tänker en fyrkant. Så ska vi då del opp det i nie delar. Då delar vi den så här. Som ett schackspel.
Frans 1:	det ska va fyra delar bara
Frej 3:	så då e det som. Då e det här en meter.
Frida 3:	ja. då e det då e det tre
Frej 4:	en två tre
Frida 4:	tre meter

Grupp F har redan löst arean på ett rutmönster som består av kvadrater och ska i exempel 12 räkna omkrets på samma mönster. Med att använda sitt förstaspråk formulerar Frida frågan som gruppen väntas hitta en lösning till (Frida 1 i exempel 12). I sin första replik börjar Frej resonera fram en lösning. Hen fortsätter och förklarar sitt tankesätt till de andra gruppmedlemmarna med att samtidigt visualisera det som hen tänker (Frej 2 i exempel 12). Frej bjuder de andra med i sitt resonemang med att säga *om man tänker en fyrkant*. Hen fortsätter med att använda det personliga pronomenets pluralisform *vi*. Frej riktar sitt resonemang på så sätt till hela gruppen och inbjuder således alla att ta del av problemlösningen.

Diskussionerna (exempel 10, 11 och 12) visar att språkbadseleverna kan ge förklaringar till olika begrepp och uttryck. Detta är något de har antagligen blivit vana med under sin skolgång. Nevasaari (2015) diskuterar i sin avhandling hur språkbadselever beskriver naturvetenskapliga fenomen och begrepp. Enligt Nevasaari är det möjligt att andraspråkselever inte behärskar alla termer som hör till ämnesinnehållet och måste uttrycka begreppen på ett beskrivande sätt. Nevasaari betonar vikten av att eleverna får mångsidiga exempel på hur man använder ämnesspecifika ord för att undvika missförstånd. (Nevasaari 2015: 214)

Då läraren i språkbad talar endast ett språk, måste hen hitta olika sätt att stödja elevers språkinlärning och elevers förståelse av nya ord och begrepp (Savijärvi 2015; Bergroth 2015). Ett sätt att beskriva de nya orden mångsidigt är att både berätta vad det är fråga om och vad det inte är fråga om. Eleverna lär sig att detta är ett fungerande sätt om man stöter på nya ord. Istället för att försöka ge det motsvariga begreppet på sitt förstaspråk beskriver eleverna innehållet av begreppet. Detta gör till exempel Frida i grupp F då hen säger att *tasapaino* (balans) är *att det väger lika mycket* (Frida 1 i exempel 10) och Frans i samma grupp då hen på beskriver *pinta-ala* (area) med att säga *det e hur stor den e* (Frans 2 i exempel 11).

3.5 Diskussion som stöd i matematikinlärning

I avsnitten 2.3 och 2.5 har jag beskrivit hur diskussioner mellan eleverna kan bidra till befästandet av begrepp samt erbjuda eleverna olika modeller för hur man löser matematiska uppgifter. I de föregående avsnitten har jag också analyserat hur elevgrupperna kan resonera tillsammans och definiera olika begrepp. De olika exemplen som jag har presenterat ovan visar på vilket sätt eleverna samarbetar kring den matematiska problemuppgiften. På så sätt kan man argumentera för diskussionens och kommunikativa övningars positiva inverkan på matematikinlärning även om denna avhandling mäter inte elevernas resultat. Materialet för denna avhandling visar att det finns många faktorer som påverkar hur de kommunikativa övningarna lyckas och hur eleverna samarbetar. Dessa faktorer kan vara till exempel elevernas olika roller i klassen, elevernas sociala kunskaper och förhållanden, elevernas ämnesinnehållsliga och språkliga kunskaper samt uppgiftens instruktioner. I det följande diskuterar jag hur diskussioner mellan eleverna kan stöda inlärningen av matematik.

I exempel 13 löser grupp E problemet Hamstern. Hela gruppen deltar i diskussionen. Diskussionen visar hur eleverna kan stöda varandra då de förklarar hur de räknar, här med hjälp av att visualisera problemet med att rita.

Exempel 13. Hamstern, grupp E, språkbadsspråket finska

Emil 1:	Okej. Vi kan ju, vi kan ju ta ett band o nån sax o så klippa det [skratt] så kan vi räkna
Ella 1:	Ja har ingen band - men aa. Ja undrar [otydligt]. Seriöst men
Eskil 1:	Vi har ett papper
Emil 2:	[tyst, otydligt] Penna. Se puraisi narun poikki viisi kohdasta. Rita ett sträck o på pappret - -O sen så gör du det -Så drar du fem streck. Så att dom e - lika långt från. En två tre fyr så måst du dra en – Lite längre. O fem. Så. *Den bet av bandet på fem ställen*
Eskil 2:	va det fem bitar?
Emil 3:	nej fem. Den to av den fem gånger. Alltså fem gånger bet den av den. Där där där där - där.
Eskil 3:	mmm
Ebba 1:	alltså sex gånger
Emil 4:	och ee. Sitten se otti *Sedan tog den*
Ella 2:	det blir sex bitar

I exempel 13 framkommer även en enkel fälla som eleverna kunde falla i. Informationen om att hamstern biter snöret på fem ställen kan orsaka att en räknare som är till exempel oerfaren eller vill göra uppgiften hastigt, tänker att det blir fem bitar av snöret. Då Emil i sin andra replik ger anvisningar till Ebba som ritar (Emil 2 i exempel 13), frågar Eskil i sin andra replik *vad det fem bitar* (Eskil 2 i exempel 13). Det som inte kommer fram i den transkriberade diskussionen, är att eleverna har ritat ett mönster där fem streck skär vertikalt ett längre horisontalt streck. Med mönstret visar Emil varför det inte blir fem bitar och förklarar ytterligare sitt resonemang (Emil 3 i exempel 13). Detta tydliggör för alla i gruppen att bitarna blir sex. Också Eskil instämmer då hen ser vad Emil menar och Ella bekräftar att antalet bitar blir sex i sin andra replik (Ella 2 i exempel 13).

I exempel 14 diskuterar två elever i grupp E volym. I problemet ska man lösa hur många liter läsk uppgiftens elever köper till en klassfest. För att slutligen lösa problemet behöver eleverna först klura ut några faser. I exemplet 14 har eleverna redan kommit fram till att i uppgiften behövs åtta stycken 1,5 liters läskflaskor.

Exempel 14. Festen, Grupp E, språkbadspråket finska

Ella 1:	Det blir
Emil 1:	En och en halv. Så blir det ju eeh sex o sju åtta nie liter. Tror ja
Ella 2:	Vänta å
Emil 2:	Tie liter sku ja säg.
Ella 3:	Vänta åtta - -
Emil 3:	Åtta gånger en o en halv. – Nej det blir int als. det
Ella 4:	Vänta åtta o
Emil 4:	Om det
Ella 5:	Det blir tolv. Deciliter. Tror ja. Eller tolv liter.
Emil 5:	En o en halv. Två
Ella 6:	Ja tänkt så här. Alltså om det e
Emil 6:	Liter ee fyra o en halv fem liter
Ella 7:	Men alltså det e ju en liter i varje o det e som åtta flaskor
Emil 7:	Fyra liter
Ella 8:	O sen så en halv, plus en halv liter och en hel och då blir det tolv
Emil 8:	Så åtta nio tio
Ella 9:	Tolv
Emil 9:	Elva tolv
Ella 10:	Tolv

Diskussionen mellan Emil och Ella visar att det inte alltid är enkelt att samarbeta. De båda eleverna har tillräckliga matematikkunskaper för att lösa problemet men de går tillväga på olika sätt. Ella löser problemet snabbt och försöker i sin sjätte och sjunde replik förklara sitt sätt att resonera till Emil (Ella 6 & 7 i exempel 14), men denne fortsätter att mekaniskt räkna mängden liter för liter. Man kan säga att eleverna löser problemet parallellt och inte tillsammans.

Intressant i Emils tankesätt är att hen håller så intensivt på att räkna på sitt sätt att hen inte ser den hjälp Ella erbjuder. Emil klarar inte av att släppa det mekaniska sättet att lösa problemet för att lyssna på Ellas initiativ att göra det mer ekonomiskt genom att använda slutledningsförmågan. Ella kan ta till sig den formella matematiska informationen i uppgiftsgivningen och anpassa det till det som är konkret och vardagligt vilket gör att hen kan komma snabbare till rätt svar. Emil fortsätter att alltid addera 1,5 till det tidigare talet trots Ellas försök att få Emil lyssna på sitt resonemang.

Även om de båda eleverna lyckas lösa problemet och dessutom arbetar målmedvetet med varje uppgift, kan man fråga sig om det finns något som grupparbete kan erbjuda alla elever. Kunde inte både Ella och Emil ha kommit till rätt svar likaledes om de skulle ha arbetat skilt? Man kan fråga sig om det finns någon poäng i att lösa problem i grupper, om eleverna inte lyckas kommunicera med varandra utan varje elev i gruppen för en egen, individuell dialog med ingen egentlig respons? Att man uttrycker det som man tänker högt även om man inte får respons eller reaktioner av andra, kan hjälpa i försöket att organisera och bearbeta ens egna tankar. Om eleverna räknar ensamma i sina egna pulpeter, uttrycker de knappast sina tankar högt. De olika exemplen visar dock också hur viktig roll läraren fortfarande har. Även om forskning (bland annat Olteanu 2017, Malmberg 2008, Häggblom 2013, Reinholz 2016) och grunderna till läroplanen betonar lärande i interaktion med andra inlärare, det vill säga elever, behövs läraren som en stark vägledare som kan samla de korn av kunskap och aha-upplevelser som skapas i klassrummet.

Efterarbete är lika viktigt som förberedelserna och instruktionerna. Läraren kan till exempel be de olika eleverna berätta om deras sätt att komma fram till lösningen. Detta skapar en möjlighet där läraren kan lyfta fram viktiga iakttagelser som eleverna har gjort och även få reda på de kritiska punkterna i elevernas matematiska kunskaper. Det är viktigt att vara medveten om att detta inte bara gäller de innehållsliga kunskaperna och innehållsliga lärandemålen utan även i de språkliga aspekterna. Läraren kan med noggranna förberedelser och reflekterande efterarbete ställa språkliga mål för elevers lärande. Om eleverna i sin diskussion har använt mestadels deras förstaspråk, kan läraren hjälpa dem att koppla samman begreppen på språkbadsspråket.

4 SLUTDISKUSSION

Syftet med min avhandling var att studera språkbadselevers språkanvändning i samband med matematisk problemlösning i grupp. Jag ville få en klarare bild om på vilket sätt språkbadseleverna verbaliserar sina matematiska tankar och sinsemellan samtalar om matematik.

Då man använder verbalisering som ett sätt för att stöda eleven och hens utveckling inom matematik stöder man också elevens kunskaper i att uttrycka sig och att föra en diskussion (Myndigheten för skolutveckling 2008: 13). Verbaliseringen ger också möjligheter i att öva på textuppgifter som ofta uppfattas krävande inom matematik. Kommunikativa övningar i matematik skapar tillfällen där eleven kan tillsammans med läraren och andra elever öva på sin förmåga att resonera och berätta, men också att lyssna till andras sätt att uttrycka sig själva. Dessutom med hjälp av både kommunikativa övningar och verbalisering av matematik får läraren information om eleven har förstått det matematiska innehållet eller om eleven har misslyckats.

Utgående från materialet jag samlade för denna avhandling kan jag dra några slutsatser. Man måste dock komma ihåg att även om materialet innehåller rikligt med diskussioner, är det ändå fråga om en rätt så begränsad grupp av elever. Resultaten kan ändå fungera som inriktning för vidare forskning.

Resultaten visar tecken på att då det matematiska problemet erbjuder en passlig utmaning både språkligt och matematiskt, blir elevernas diskussioner rikare och mera abstrakta. Problemuppgifter som består till en stor del av uttryck som har formellt matematiskt innehåll, sporrar till diskussioner där eleverna definierar matematiska begrepp och diskussionen rör sig mera inom den matematiska diskursen än då när eleverna löser problemuppgifter där texten består av vardagligt språk. Även om lärarens agerande i elevers gruppdiskussioner inte var en utgångspunkt för min avhandling, tyder resultaten på att läraren kan med ett vägledande grepp lyfta fram språkliga aspekter och hjälpa eleverna att hålla fokus vid det formella matematiska språket samt stödja eleverna i att bli medvetna om att de övergår från den vardagliga diskursen till den matematiska diskursen. På det sättet kan lärarens vägledande deltagande ge mervärde för elevdiskussionerna.

Resultaten visar även att språkbadselever använder både sitt förstaspråk och sitt andraspråk då de löser matematiska problem tillsammans. Eleverna byter språket flera gånger under en och samma diskussion. Språkbadsspråket används mest då eleverna samtalar direkt om problemuppgiften och uppgiftsbeskrivningen. I de flesta diskussioner byter eleverna mellan de två språken smidigt. I en del av diskussionerna markerar eleverna språkbyten med diskursmarkörer, vilket tyder på att eleverna är väl medvetna om övergången mellan de olika språken och även övergången mellan den vardagliga diskursen och den matematiska diskursen. Förstaspråket fungerar som en resurs som hjälper eleverna att förklara sina matematiska resonemang och definiera de matematiska begreppen. Diskussionerna visar också att elevers vardagsupplevelser kan fungera som en resurs för matematisk problemlösning. Dessa vardagsupplevelser kopplas till elevers förstaspråk.

Eleverna övar också på att sålla oväsentlig information från det väsentliga. Resultaten tyder på att språkbadselever har kunskaper i att avgöra vad som är väsentligt för problemlösningen. Detta kan delvis bero på att språkbadselever har under sina år som andraspråksinlärare blivit vana i att de eventuellt inte förstår varje ord, men kan ändå klara av de olika skoluppgifterna.

Språkbadselever är en speciell grupp med tanke på sin språkliga bakgrund och sitt utbildningsprogram. Språkbadelevernas språkliga bakgrund gör att gruppen är språkligt tämligen homogen. Som lärande individer är de ändå på samma sätt en heterogen grupp som de elever som får undervisning på sitt förstaspråk. Man kan ändå anta att elever i språkbad har förvärvat sig strategier och vanor i hur de som grupp kan hantera olika språkliga problem. Elever som deltar i tidigt fullständigt språkbad har börjat i programmet redan innan skoląldern och har blivit vana vid att stödja varandra i de språkliga utmaningarna (Savijärvi 2015). Detta syns även i avhandlingens resultat. Eleverna hjälper varandra att förstå de obekanta orden och uttrycken som de möter. Eleverna frågar också varandra både språkliga och innehållsliga frågor då de samtalar om de matematiska problemen. Då de gör detta i grupp, kan de ta del av varandras resonemang och på så sätt betrakta det matematiska innehållet från olika perspektiv. Det hjälper eleverna i att strukturera sina matematiska tankar och att klargöra de matematiska begreppen.

För att kunna ha ett kommunikativt grepp i matematikundervisningen, kräver det att läraren planerar de språkliga aspekterna på samma sätt som ämnesinnehållet i sin matematikundervisning. Det är väsentligt att läraren skapar en uppmuntrande och tillåtande atmosfär i klassrummet, där både lärare och elever är intresserade av alla olika slags svar och resonemang som rör matematiskt tänkande. Då atmosfären lockar till samtal, får läraren dyrbar information om vad eleverna har förstått och vad de har svårigheter med. Dessutom är det viktigt att läraren även är intresserad av *på vilket sätt* eleven förstår eller inte förstår innehållet. På så sätt kan läraren hitta olika sätt att stöda de olika eleverna i deras individuella förmågor eller oförmågor.

Problemlösning i grupp är ett sätt att öva på de språkliga och kommunikativa kunskaperna i samband med matematikinlärning. Resultaten i min studie visar att då elever får samtala om matematiska problem i grupp, deltar de aktivt och strukturerar olika begrepp tillsammans. Detta gör de med att beskriva innehållet av begreppen. Eleverna bjuder in andra gruppmedlemmar i diskussionen både med att ställa direkta frågor och med att inkludera andra i sitt resonemang. Då elever verbaliserar det de tänker när de löser matematiska uppgifter, har de möjlighet att inte bara reflektera och bearbeta sina egna tankar och sina egna uppfattningar, men även att erbjuda andra elever en chans att ta del av dessa tankar. Eleverna kan då till exempel resonera tillsammans eller parallellt (som exemplet 14 i avsnitt 3.5 visar).

Av allt detta kunde man dra den enkla slutsatsen att problemlösning i grupp gynnar alla elever i deras inlärning. I denna avhandling har jag analyserat diskussionen som sker mellan de elever som muntligt uttrycker sina tankar. Det som ändå inte kommer fram i min avhandling är vilken nytta de mera tystlåtna eleverna har av problemlösning som sker i grupp. Har de mera passiva eleverna kunnat ta till sig andras resonemang eller har de varit som fripassagerare i grupparbetet? Hurdana tankeprocesser går de eleverna igenom som inte deltar aktivt i diskussionerna? Även om dessa frågor inte får något svar i min avhandling, är det viktigt de tas i beaktande i undervisningen av matematik och möjligen i framtida forskning.

Ofta ser vi aktivt deltagande som önskvärt beteende i klassrumsövningar. De till synes passiva och mera tystlåtna elevernas tankar och inre dialoger som möjligen har pågått under problemlösningen kan ändå vara värdefulla och berätta om effektiv inlärning. Min avhandling visar inte om varje gruppmedlem har haft möjlighet att bidra med sitt resonemang eller om de snabba och socialt starka eleverna tar mera plats i diskussionerna. Resultaten ger ändå en antydan om att även de mer tystlåtna elever deltar i diskussionen och både ställer frågor och instämmer då eleverna diskuterar vilket kommer fram till exempel i avsnitt 3.5. För att få närmare information om detta, borde man föra undersökningen på ett sätt som mera fokuserar på individens inlärning. Mitt förslag är att eleverna till exempel förklarar sitt resonemang individuellt antingen med att anteckna och skriva sina tankar eller med att spela in sina tankar efter att har löst matematiska uppgifter i interaktion med andra elever.

En longitudinell undersökning som gäller språkbadelevers kunskaper i matematiskt resonemang och övergångar mellan den vardagliga diskursen och matematiska diskursen kunde vara på sin plats. Det behövs mer information om hur språkbadelevernas språkkunskaper inom matematik utvecklas från vardagliga uttryck på deras förstaspråk till en mer exakt och träffsäker användning av matematiska begrepp i det fria pratet på andraspråket. En till fråga som min avhandling väcker men inte ger svar på, är lärarens roll i elevers gruppdiskussioner. På vilket sätt kan läraren stödja och vägleda eleverna i att bli medvetna om till exempel övergången mellan de olika diskurserna? Språkbadslärare som arbetar som klasslärare är vana att integrera språk och innehåll, medan ämneslärare på årskurser 7–9 inte har liknande rutiner i att ställa språkliga mål för undervisningen. För att få reda på hurdan fortbildning och hurdana verktyg för undervisningen lärare som integrerar språk och ämne i de högre årskurserna skulle behöva, borde man också forska i hurdana utmaningar och inställningar ämneslärare har.

LITTERATUR

Bergroth, Mari (2015). *Kotimaisten kielten kielikylpy.* Vasa: Vasa Universitet.

Bergström, Marina (2002). *Individuell andraspråksinlärning hos språkbadselever med skrivsvårigheter.* Vasa: Universitas Wasensis

Boréus, Kristina (2011) *Diskursanalys.* I verket: Ahrne, Göran & Peter Svensson (red). *Handbok i kvalitativa metoder* Malmö: Liber

Broner, M.A. & D. J. Tedick (2011). *Talking in the Fift-Grade Classroom: Language Use in an Early, Total Spanish Immersion Program.* I verket: Tedick, Diane J, Donna Christian & Tara Williams Fortune (red). *Immersion Educatione. Practices, Policies, Possibilities.* Bristol/Buffalo/Toronto: Multilingual Matters

Cromdal, Jakob (2000). *Code-switching for all practical purposes. Bilingual organization of children's play.* Linköping: Linköpings universitet.

Gibbons, Pauline (2009). *Lyft språket lyft tänkandet. Språk och lärande.* Stockholm: Hallgren & Fallgren.

Grevholm, Barbro (2012). (red.) *Lära och undervisa matematik från förskoleklass till åk 6.* Nordstedts.

Haapasalo, Lenni (2004). *Ongelmanratkaisukulttuuri konstruktivismin peruselementtinä*. I verket: Räsänen, Pekka, Pekka Kupari & Malinen Paavo (red.) *Matematiikka –näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki-Instituutti.

Halliday M. A. K. (1978). *Language as social semiotic. The social interpretation of language and meaning.* London: Edward Arnold

Hodson, Derek (2009). *Teaching and learning about science. Language, theories, methods, history, traditions and values*. Rotterdam: Sense Publishers.

Häggblom, Lisen (2013). *Med matematiska förmågor som kompass*. Lund: Studentlitteratur.

Johnsen Høines, Marit (2008). *Matematik som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv*. Stockholm: Liber AB.

Joutsenlahti, Jorma & Jorma Vainionpää (2007). *Minkälaiseen matemaattiseen osaamiseen peruskoulussa käytetty oppimateriaali ohjaa?* I verket: Merenluoto K, A. Virta & P. Carpelan (red.) *Opettajankoulutuksen muuttuvat rakenteet. Ainedidaktinen symposium 9.2.2007*. Åbo: Turun yliopisto.

Joutsenlahti, Jorma (2003). *Matemaattinen ajattelu ja kieli*. Teoksessa: *Projekteja ja prosesseja –opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä.* Tammerfors: Tampereen yliopisto.

Joutsenlahti, Jorma (2009). *Kielentäminen matematiikan opiskelussa.* [Citerat 11.1.2018] Tillgängligt: http://www.joutsenlahti.net/Languaging.pdf

Kims matematik. [Citerat 2.11.2017] Tillgängligt: https://www.kimsmatematik.com/

Krashen, Stephen D. (1985). *The Input Hypothesis: Issues and implications.* London / New York. Longman.

Larsson, Eva & Ingrid Linde (2013). *Nya Ledtrådsmatte 2*. Lund. Studentlitteratur

Lee, Clare (2006). *Language for Learning Mathematics. Assessment for learning in Practice.* Berkshire: Open University Press.

Lingefjärd, Thomas (2011). *What jusitfies as a solution in a mathematics classroom?* I verket: Emanuelsson, Jonas, L. Fainsilber, J.Häggström, A.Kullbereg, B. Lindström & M. Löwing (red). *Voices on learning and instruction in mathematics.* Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.

Ljungblad, Ann-Louise & Håkan Lennerstad (2012). *Matematik och respekt – matematikens mångfald och lyssnandets konst.* Stockholm: Liber Ab.

Lo, Mun Ling (2014). *Variationsteori –för bättre undervisning och lärande.* Lund: Studentlitteratur AB.

Malmberg, Ulrihca (2008). *Det var enklare att slå ihop 4 hjärnor än att tänka själv. En fallstudie om gruppdiskussionens betydelse för elevlösningar av rika matematiks problem hos elever i årskurs 8*. Göteborgs Universitet. [Citerat: 12.1.2018] Tillgängligt: https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/20309

Marton, Ferrence & Ming Fai Pang (2013): *Meanings are acquired from experiencing differences against a background of sameness, rather than from experiencing sameness against a background of difference: Putting a conjecture to the test by embedding it in a pedagogical tool.* Frontline Learning Research. [Citerat: 20.11.2017] Tillgängligt: https://journals.sfu.ca/flr/index.php/journal/article/view/16/34

Matikainen, Tuula (2009). *Opetamme ajattelemaan, opetamme oppimaan, opetamme elämään.* I verket: Kuukka, Ilona & Katariina Rapatti (red). *Yhteistä kieltä luomassa. Suomea opetteleva opetusryhmässäni.* Utbildningsstyrelsen.

Meaney, Tamsin. (2005) *Mathematics as a text.* I publikationen: *Challenging perspectives on mathematics classroom communication.* [Citerat: 15.12.2017] Tillgänglig: http://www.academia.edu/602669/Mathematics_as_text

Myndigheten för skolutveckling (2008). *Mer än matematik –om språkliga dimensioner i matematikuppgifter.* Stockholm: Liber Ab.

Nevasaari, Elina (2015). *Bakom orden: Språkbadselevers kontextuella begreppsstrukturering.* Vasa: Vasa universitet

Norén, Eva (2010). *Flerspråkiga matematikklassrum. Diskurser i grundskolans matematikundervisning.* Stockholm: Stockholms universitet.

Norrby, Catrin (2014). *Samtalsanalys. Så gör vi när vi pratar med varandra.* Lund: Studentlitteratur AB

Nämnaren 4/2015. *Dubbelt och hälften.* [Citerat 27.2.2018] Tillgängligt: http://ncm.gu.se/media/namnaren/pdf/2015/nr_4/3233_uppslaget_196.pdf

Oker-Blom, Gun (2010). *Det vidgade textbegreppet i läroplanen*. I publikationen: Anna Slotte-Lüttge (red). *Plastkassar och andra texter. Perspektiv på ett vidgat textbegrepp.* Vasa: Pedagogiska fakulteten vid Åbo Akademi.

Olteanu, Lucian (2016). *Framgångsrik kommunikation i matematikklassrummet.* Växjö: Linneaus Universty Press.

Paalanen, Tiina (2017). *E det nån som kan berätta för snart ska hon räkna? Verbalisering av matematik i språkbadsklass*. Opublicerad kandidatavhandling i svenska. Vasa universitet.

Palmér, Hanna & Jorryt van Bommel (2016). *Problemlösning som utgångspunkt. Matematikundervisning i förskoleklass.* Stockholm: Liber Ab

Reinholz, Daniel Lee (2016). *Improving calculus explanations through peer review*. I publikationen *The Journal of Mathematical Behavior*. Volume 44. Elsevier.

Reuter, Mikael (1996). *Dubbelt så dyra samtal*. I *Reuters ruta* 16/10/1996. [Citerat 28.2.2018] Tillgängligt: https://www.sprakinstitutet.fi/sv/publikationer/sprakspalter/reuters_rutor_1986_2013/1996/dubbelt_sa_dyra_samtal

Riesbeck, Eva (2000). *Interaktion och problemlösning -att kommunicera om och med matematik*. Linköping: LiUTryck

Riesbeck, Eva (2008). *På tal om matematik. Matematiken, vardagen och den matematdidaktiska diskursen.* Linköping: LiUTryck

Sahlström Fritjof & Sverker Lindblad (1998). *Subtexts in the science classroom— an exploration of the social construction of science lessons and school careers*.

Sahlström, Fritjof (2012). *Lärande vardag på olika villkor.* I verket: Aarsand, L. & P. Aarsand (red). *Familjeliv och lärande.* Lund: Studentlitteratur AB

Savijärvi, Marjo (2011). *Yhteisestä toiminnasta yhteiseen kieleen: keskusteluanalyyttinen tutkimus toisen kielen oppimisesta kielikylpypäiväkodin arkitilanteissa*. Helsingfors: Helsingfors universitet

Sfard, Anna (2001). *There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning.* I publikationen *Educational Studies in Mathematics* 46:13-57. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Säljö, Roger, Eva Riesbeck & Jan Wyndhamn (2003). *Samtal, samarbete och samsyn. En studie av koordination av perspektiv i klassrumskommunikation*. I verket: Dysthe Olga (red). *Dialog, samspel och lärande.* Lund: Studentlitteratur

Taflin, Eva (2007). *Matematikproblem i skolan -för att skapa tillfällen till lärande.* Umeå: Umeå University

Tanner, Marie & Fritjof Sahlström (2017). *Same and different: Epistemic Topicalizations as resources for cohesion and change in classroom learning trajectories. Discourse Processes.* Tillgänglig: http://www-tandfonline-com.proxy.uwasa.fi/doi/full/10.1080/0163853X.2017.1319168?scroll=top&needAccess=true

Tietoarkisto. *Aineistonhallinnan käsikirja.* [Citerat 12.3.2018.] Tillgänglig: http://www.fsd.uta.fi/aineistonhallinta/fi/kvalitatiivisen-datan-kasittely.html

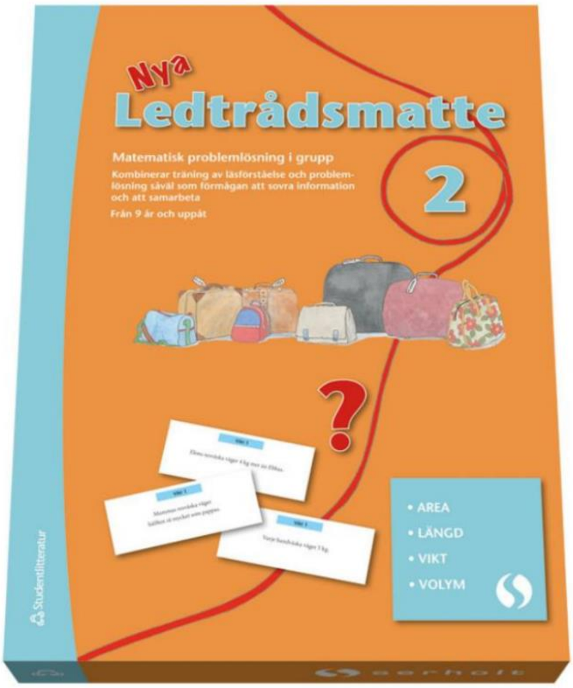
Utbildningsstyrelsen (2014). *Grunderna för läroplanen för den grundläggande utbildningen 2014* [online]. [Citerad 1.3.2018]. Tillgänglig: http://www.oph.fi/download/166434_grunderna_for_laroplanen_verkkojulkaisu.pdf

Vygotski, Lev Semjonovitš (1982). Ajattelu ja kieli. Esbo: Weilin &Göös

BILAGA

Ledtrådsmatte

De andra problemen som eleverna löste kan hittas i paketet *Nya Ledtrådsmatte 2* som är gjort av Eva Larsson och Ingrid Linde och publicerades av Studentlitteratur 2013. I Finland kan man köpa paketet hos Lärum.



http://www.larum.fi/

https://www.studentlitteratur.se/

TRANSKRIPTIONSNYCKEL

`Elevnamn 1:`	elevens första replik i exemplet
`text`	normalt tal
`te-`	avbrott i talet
`- -`	paus i talet
`[text]`	skribentens kommentar
.	betoning på slutet