VAASAN YLIOPISTO

KAUPPATIETEELLINEN TIEDEKUNTA

LASKENTATOIMEN JA RAHOITUKSEN LAITOS

Jani Kantola

VERTAILEVA TUTKIMUS HINNOITTELUMALLIEN TARKKUUDESTA AMERIKKALAISEN MYYNTIOPTION HINNOITTELUSSA KÄYTTÄEN MARKKINADATAA

Laskentatoimen ja rahoituksen
pro gradu -tutkielma

Yleinen linja

VAASA 2008

SISÄLLYSLUETTELO **sivu**

VAASAN YLIOPISTO
Kauppatieteellinen tiedekunta
Tekijä: Jani Kantola
Tutkielman nimi: Vertaileva tutkimus hinnoittelumallien tarkkuudesta amerikkalaisen myyntioption hinnoittelussa käyttäen markkinadataa
Ohjaaja: Prof. Jussi Nikkinen
Tutkinto: Kauppatieteiden maisteri
Laitos: Laskentatoimen ja rahoituksen laitos
Oppiaine: Laskentatoimi ja rahoitus
Linja: Laskentatoimen ja rahoituksen yleinen linja
Aloitusvuosi: 2003
Valmistumisvuosi: 2008 **Sivumäärä:** 105

TIIVISTELMÄ

Amerikkalainen myyntioptio on johdannaisinstrumentti, joka eroaa eurooppalaisesta vastineestaan siinä, että sen voi toteuttaa milloin tahansa option maturiteetin aikana. Tämä ominaisuus luo erityisen haasteen hinnoittelumalleille, koska ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuudella on usein korottava vaikutus hintaan. Tämän tutkielman tarkoituksena on tutkia kolmen eri hinnoittelumallin hintaestimaattien tarkkuutta ja käyttäytymistä amerikkalaisen myyntioption hinnoittelussa. Tutkittavat hinnoittelumallit ovat Black-Scholes -malli, Johnsonin / Blomeyerin malli sekä binomimalli. Aineisto sisältää yhteensä 4071 kahden eri osakemyyntioption markkinahintaa Lontoon johdannaispörssistä, kahden vuoden ajanjaksolta.

Tutkielman teoriaosassa käydään läpi amerikkalaisen myyntioption ominaisuuksia sekä erityisesti hintaan vaikuttavia eri tekijöitä. Hinnan määräytymiselle esitetään useita arbitraasittomuuteen perustuvia raja-arvoja, joiden oletetaan toteutuvan tehokkailla markkinoilla. Ennenaikaisen toteuttamisen arvoon vaikuttavia tekijöitä analysoidaan sekä esitellään osakkeen kriittinen hinta, jonka mukaan optio kannattaa toteuttaa. Markkinoiden tehokkuus esitellään tulosten tulkinnassa huomioon otettavana seikkana. Hinnoittelumallien ominaisuuksia ja toimintaperiaatteita arvioidaan kunkin mallin kohdalla erikseen ja kootaan lopuksi yhteen.

Empiriaosassa testataan kolmea hypoteesia liittyen mallien ennustamistarkkuuteen ja hinnoitteluvirheiden käyttäytymiseen. Tulokset osoittavat, että keskimäärin kaikki mallit aliarvioivat myyntioptioiden hintoja kuitenkin siten, että amerikkalaiset mallit, jotka ottavat ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuuden huomioon, ovat johdonmukaisesti tarkempia kuin B-S -malli. Rahaisuusasteen kasvu pienentää kaikkien mallien hinnoitteluvirheitä, kun taas pidemmällä maturiteetilla on päinvastainen vaikutus. Edelleen todetaan, että amerikkalaisten mallien suhteellinen paremmuus korostuu option rahaisuuden kasvaessa ja maturiteetin pidentyessä sekä vähenee, jos maturiteetin aikana maksetaan käteisosinko.

AVAINSANAT: amerikkalainen, myyntioptio, hinnoittelumalli, tarkkuus.

1. JOHDANTO

Optiot ovat osa laajempaa, johdannaisiksi kutsuttua arvopaperimarkkinoiden osa-aluetta. Nimensä mukaisesti optio antaa omistajalleen oikeuden, muttei velvoitetta, ostaa tai myydä option kohteena oleva kohde-etuus toteutushintaan, määrättynä ajankohtana tulevaisuudessa. Optioita voidaan hyödyntää useilla eri tavoilla ja ne ovatkin olennainen osa nykypäivän johdannaismarkkinoita sekä arvopaperimarkkinoita yleensä. Optioita voidaan käyttää mm. spekulointiin, riskeiltä suojautumiseen ja arbitraasituoton tavoitteluun.

Optioiden historian voidaan katsoa alkaneen jo viime vuosisadan alusta, mutta niiden laajamittainen käyttö sai alkunsa vasta vuonna 1973. Optioiden suhteellisen myöhäiseen käyttöönottoon on olemassa kaksi selitystä. Ensiksikin vasta 1970-luvun alkupuolella onnistuttiin kehittää pätevä hinnoittelumalli, joka mahdollisti optioiden luotettavan hinnanmäärityksen ja täten kaupankäynnin. Tämän läpimurron pääarkkitehteja olivat tutkijat Black ja Scholes, joiden nimeä kantava hinnoittelumalli on edelleen jokapäiväisessä käytössä ympäri maailman. Toiseksi optioille ei ollut olemassa kunnollista jälkimarkkinapaikkaa ennen vuotta 1973, jolloin Chicago Board Options Exchange (CBOE) aloitti toimintansa. CBOE:n perustaminen helpotti oleellisesti optiosijoitusten edelleen myymistä, mikä monipuolisti optiomarkkinoita huomattavasti, koska siihen asti ainut vaihtoehto sijoituksen realisointiin oli monesti ollut option toteuttaminen.

Optiot voidaan jakaa osto- ja myyntioptioihin, mutta myös amerikkalaisiin ja eurooppalaisiin optioihin. Osto-optio antaa oikeuden ostaa kohde-etuus määrättyyn hintaan, määrättynä ajankohtana tulevaisuudessa. Myyntioptio taas on oikeus myydä kohde-etuus määrättyyn hintaan, määrättynä ajankohtana. Amerikkalainen ja eurooppalainen optio eroavat toisistaan siinä, että eurooppalaisen option voi toteuttaa ainoastaan ennalta määrättynä toteutuspäivänä, kun amerikkalaisen option voi toteuttaa milloin tahansa option voimassaoloajan eli maturiteetin aikana. Eurooppalaiset optiot ovat tämän luonteensa vuoksi helpommin analysoitavissa, koska niiden kohdalla ei tarvitse ottaa huomioon ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuutta.

Amerikkalaiset optiot, etenkin myyntioptio, luovatkin erityisen haasteen hinnoittelumalleille, koska ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuudella on yleensä korottava vaikutus amerikkalaisen option hintaan. Myyntioption luotettavaa hinnoittelua hankaloittaa edelleen se, että ennenaikainen toteuttaminen voi olla edullista milloin tahansa maturiteetin aikana, kun osto-option tapauksessa ennenaikaisen toteuttamisen voidaan osoittaa olevan edullista vain juuri ennen osingonjakoa. Ollakseen tarkka hinnoittelumallin täytyisi siis joka tapauksessa ottaa tämä lisäarvo jotenkin huomioon.

Amerikkalaisen myyntioption hinnoitteluongelmaa on tutkittu jo neljänkymmenen vuoden ajan, mutta silti tutkittavaa riittää edelleen. Toistaiseksi amerikkalaisen myyntioption hinnalle ei ole löydetty yksikäsitteistä analyyttistä ratkaisumallia, analyyttisiä approksimaatioita on kuitenkin useampikin (ks. Johnson 1984; Geske & Johnson 1984; Blomeyer 1986). Numeerisia proseduureja on myös kehitetty useita, kuten mm. binomimalli ja äärellisiin differensseihin perustuvat menetelmät (ks. Cox, Ross & Rubinstein 1979; Brennan & Schwartz 1977). Numeerinen ratkaisu on, ongelman laatu huomioon ottaen, huomattavasti helpompi kehittää, mutta toisaalta se ei ole yhtä yksiselitteinen ja nopea kuin analyyttinen ratkaisu.

1.1. Tutkielman ongelma ja lähestymistapa

Tutkielmassa vertaillaan eri hinnoittelumallien hinnoitteluvirheiden suuruutta ja niihin vaikuttavia tekijöitä amerikkalaisen myyntioption hinnoittelussa. Tutkielman tarkoituksena on osoittaa, että keskimäärin hinnoittelumalleilla on taipumus aliarvioida amerikkalaisen myyntioption hintaa, mutta ennenaikaisen toteuttamisen huomioon ottavat ns. amerikkalaiset mallit tuottavat johdonmukaisesti tarkempia estimaatteja markkinahinnalle. Lisäksi tutkitaan eri tekijöiden vaikutusta mallien hinnoitteluvirheisiin sekä hinnoitteluvirheiden eroihin, mikä antaa lisätietoa ennenaikaisen toteuttamisen arvon käyttäytymisestä. Tutkittaviksi hinnoittelumalleiksi on valittu jatkuvaan lognormaalijakaumaan perustuva Black-Scholes -malli (myöh. B-S -malli), samoilla pohjaoletuksilla toimiva Johnsonin approksimaatio sekä diskreettiin binomijakaumaan perustuva binomimalli. Kukin malli lähestyy hinnoitteluongelmaa hieman eri näkökulmasta. B-S -malli on analyyttinen ratkaisu, joka ei kuitenkaan ota huomioon amerikkalaisen option ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuutta. Johnsonin approksimaatio perustuu painotettuun summaan eurooppalaisen option hinnasta, ja se on kehitetty nimenomaan amerikkalaisen option hinnoitteluun. Binomimalli taas on puhtaasti numeerinen ratkaisu, joka on laskennallisesti hyvin raskas, mutta myös tarkka ja joustava.

Teoriaosassa käydään läpi amerikkalaisen myyntioption ominaisuuksia sekä hinnoittelumallien rakennetta, mikä luo pohjan empiiriselle tarkastelulle. Empiriaosassa mallien hintaestimaatteja testataan kolmen eri hypoteesin avulla. Lähtökohta on mallien antamien hintojen vertaamisessa markkinahintoihin ja hintaestimaattien keskinäisessä vertailussa. Työkaluina käytetään perinteistä deskriptiivistä tilastotiedettä mm. keskilukujen muodossa sekä regressioanalyysiä. Regressioanalyysillä tullaan mallintamaan toteutushinnan ja osakkeen hinnan välisen suhteen (rahaisuus), maturiteetin ja osinkojen vaikutusta kunkin mallin hinnoitteluvirheisiin sekä B-S -mallin ja amerikkalaisten mallien hinnoitteluvirheiden keskinäiseen suhteeseen. Havaintoaineisto koostuu Vodafone Plc:n ja HSBC Plc:n osakkeiden myyntioptioiden hintanoteerauksista vuosilta 2004 ja 2005. Hintanoteeraukset ovat peräisin Lontoon johdannaispörssistä (LIFFE).

Mallien valinnan taustalla on ensinnäkin se, että ne edustavat erilaisia lähestymistapoja hinnoitteluongelman ratkaisemiseksi, mikä mahdollistaa erilaisten ratkaisujen keskinäisen vertailun. Lisäksi kukin malli on vakiinnuttanut asemansa hinnoittelumallien hierarkiassa ja niistä on tehty runsaasti teoreettista tutkimusta. Kustakin mallista on olemassa erilaisia versioita, joista useimmat laajentavat ja / tai korvaavat alkuperäisiä malleja. Tämän tutkielman testeissä B-S -mallista käytetään Black & Scholesin (1973) alkuperäistä versiota Mertonin (1973) osinkokorjauksella laajennettuna. Johnsonin approksimaatiosta käytetään myös alkuperäistä (1983) versiota Blomeyerin (1986) osinkolaajennuksella täydennettynä. Binomimallin kohdalla käytetään Cox, Ross & Rubinsteinin (1979) mallia. B-S -mallin alkuperäinen versio on suunniteltu pelkästään eurooppalaisten optioiden hinnoittelua varten, minkä vuoksi se ei sinällään teoreettisesti suoraan sovellu amerikkalaisten optioiden arvonmääritykseen. Teoria ei kuitenkaan välttämättä aina vastaa käytäntöä.

Hinnoittelumallien testaaminen empiirisestä näkökulmasta ei ole ihan ongelmaton tehtävä. Testattaessa hinnoittelumallien toimintaa käytännön hinnoittelutilanteissa, testataan yleensä yhteensä kolmea eri näkökohtaa (Hull 1993: 445):

1) Hinnoittelumallin teoreettista oikeellisuutta,
2) Malleissa tarvittavien muuttujien oikeellisuutta,
3) Markkinoiden tehokkuutta.

Ensimmäinen kohta viittaa siihen, että hinnoittelumalli perustuu teoreettisesti järkeviin ja perusteltavissa oleviin suhteisiin kohde-etuuden ja option hinnan käyttäytymisestä. Toinen kohta sisältää mm. volatiliteetin mittaamisen, joka on tärkein yksittäinen muuttuja missä tahansa pätevässä hinnoittelumallissa, kuten myöhemmin käy ilmi. Kolmannessa kohdassa on kyse siitä, hinnoitellaanko optiot markkinoilla käyttäen kaikkea käytettävissä olevaa tietoa. Hinnoittelumallit olettavat yleensä, että hinnoittelu markkinoilla tapahtuu vähintään heikon tehokkuuden puitteissa, jolloin hinta sisältää tiedon historiallisesta kehityksestä.

Koska näiden kaikkien näkökohtien huomioonottaminen ei ole tutkielman laajuuden rajoitusten vuoksi mahdollista, niin markkinat oletetaan tehokkaiksi, jolloin huomio kiinnittyy kahteen ensimmäiseen näkökulmaan. Markkinoiden tehokkuusolettamat otetaan kuitenkin huomioon tulosten tulkinnassa, koska niiden vaikutusta ei voi täysin sivuuttaa. Muuttujien oikeellisuuteen ei sinänsä puututa, mutta esim. volatiliteetti ja korkotaso pyritään valitsemaan siten, että ne vastaisivat mahdollisimman hyvin todellisuutta.

Osakkeen riskisyyden eli volatiliteetin mittana käytetään yksinkertaista historiallista volatiliteettia, jolla tarkoitetaan osakkeen päivittäisten suhteellisten hinnanmuutosten keskihajontaa. Saatu arvo annualisoidaan pörssipäivien lukumäärän mukaan, kuten yleensä on tapana. Historiallinen volatiliteetti on jossain määrin ongelmallinen estimaatti, koska historia ei välttämättä aina anna oikeaa kuvaa tarkasteluhetken tilanteesta. Lisäksi historiallista volatiliteettia käytettäessä joudutaan ottamaan kantaa siihen, miltä ajalta sitä tulisi arvioida. Yksi vaihtoehto olisi arvioida riskisyyttä historiallisen kehityksen pohjalta esim. Parkinsonin (1980) menetelmällä, jossa otetaan huomioon osakkeen ylimmät ja alimmat hintanoteeraukset kultakin päivältä. Tutkielman tarkoitusperät huomioon ottaen, on kuitenkin perusteltua tyytyä yksinkertaisen historiallisen volatiliteetin tarjoamaan tarkkuuteen. Implisiittisen volatiliteetin käyttö on poissuljettu vaihtoehto, koska sen käyttö tarkoittaisi tässä tapauksessa mallin tulosmuuttujan käyttöä uudelleen syöttömuuttujana, mikä antaisi väärän kuvan hintaestimaattien tarkkuudesta.

Kunkin mallin käytöstä amerikkalaisen myyntioption hinnoittelussa on tehty lukuisia tutkimuksia. Suoraan vertailevia, markkinapainotteisia tutkimuksia löytyy kuitenkin, etenkin binomimallin kohdalla, verrattain vähän; varsinkin tuoreempia tutkimuksia ja sellaisia, joissa havaintoaineisto olisi kerätty Euroopan markkinoilta. Tämä on sinänsä erikoista, koska hinnoittelumallin olemassa olon oikeutus tulisi olla kiinteässä yhteydessä sen käyttökelpoisuuteen käytännön hinnoittelutilanteissa. Lisäksi regressioanalyysi on melko vähän käytetty työkalu hinnoitteluerojen tutkimisessa. Esikuvatutkimuksena toimii Blomeyer & Johnsonin (1988) tutkimus amerikkalaisen myyntioption hinnoittelusta, jossa on vertailtu malleja Black-Scholes ja Geske-Johnson. Tutkimus tarjoaa yhden oivan teoreettisen viitekehyksen tälle työlle.

1.2. Tutkielman hypoteesit

Tutkielmassa on tarkoitus testata kolmea eri hypoteesia liittyen hinnoittelumallien ennustamistarkkuuteen. Ensimmäinen testattava hypoteesi on, että binomimalli ja Johnsonin / Blomeyerin malli antavat johdonmukaisesti tarkempia hintaestimaatteja suhteessa markkinahintaan kuin B-S -malli kuitenkin siten, että kaikki mallit aliarvioivat myyntioptioiden hintoja. Tämä hypoteesi on riippumaton option hintaan vaikuttavista tekijöistä, ts. sen mukaan amerikkalaiset mallit antavat suvereenisti tarkempia estimaatteja.

Toisen testattavan hypoteesin mukaan myyntioption rahaisuuden kasvaminen pienentää kaikkien mallien hinnoitteluvirhettä. Päinvastainen eli hinnoitteluvirhettä suurentava vaikutus tulisi olla maturiteetin pidentymisellä sekä käteisosingoilla.

Kolmas hypoteesi liittyy samoihin tekijöihin kuin edellinen hypoteesi eli rahaisuusasteeseen, maturiteettiin ja osinkoihin. Kolmannen hypoteesin mukaan mallien keskinäinen ero kasvaa amerikkalaisten mallien eli Johnsonin / Blomeyerin ja binomimallin hyväksi plus-optioilla ja maturiteetin pidentyessä sekä pienenee, jos maturiteetin aikana maksetaan osinkoja. Amerikkalaisten mallien tulisi antaa tilastollisesti samansuuntaisia tuloksia.

1.3. Aikaisempi tutkimus

Tämän tutkielman kannalta oleellinen hinnoittelumallien tutkimus alkaa vuodesta 1973, jolloin Black ja Scholes kehittivät nimeään kantavan eurooppalaisten optioiden hinnoittelumallin. Heidän mallissaan osakkeen hinta seuraa geometriseksi Brownin liikkeeksi kutsuttua stokastista prosessia, jonka pohjalta he muodostavat tiettyjen oletuksien avulla analyyttisen kaavan option arvolle. Merton (1973) täydensi tätä mallia ottamalla käsittelyyn käteisosingot. Malli oli läpimurto optioiden hinnoittelussa yksiselitteisyytensä vuoksi. Jo ennen B-S -mallia optioiden arvon laskemiseen oli kehitetty erilaisia ratkaisuja, mutta niiden heikkoutena oli, että ne sisälsivät usein tuntemattomia parametreja, joille oli vaikeaa osoittaa järkevää arvoa (ks. esim. Sprenkle 1961).

Merton (1973) on osoittanut, ettei B-S -malli sovellu amerikkalaisen myyntioption hinnan laskemiseen, koska ennenaikaisesta toteuttamisesta johtuen amerikkalainen myyntioptio on vähintään yhtä arvokas kuin eurooppalainen vastineensa, mutta se voi olla myös arvokkaampi. Tämä seikka on todettu useissa mallia koskevissa empiirisissä tutkimuksissa, joista esimerkkinä Blomeyerin ym. (1988) vertaileva tutkimus, jossa B-S -mallin sisältämä harha amerikkalaisen myyntioption hinnoittelussa on ilmeinen.

Ensimmäiset määritelmät amerikkalaisen myyntioption hinnoitteluongelmasta löytyvät tutkijoiden Samuelson (1967), McKean (1967) ja Van Moerbeke (1974) töistä. Samuelson (1967) ja McKean (1967) pääsivät lähelle hinnoitteluongelman täydellistä määrittämistä, mutta vasta Blackin ym. (1973) esittelemä riskineutraalisuus, yhdessä edellisten töiden kanssa, johti täsmälliseen lausekkeeseen amerikkalaisen myyntioption hinnoitteluongelmalle, johon palataan myöhemmin luvussa 2.

1.3.1. Analyyttiset approksimaatiot

Johnson (1983) on kehittänyt analyyttisen approksimaation, jolla amerikkalaisen myyntioption hinta voidaan ratkaista silloin, kun optio ei maksa käteisosinkoja. Ratkaisun pohjana on painotettu summa kahden eurooppalaisen option hinnasta, missä käytetään hyväksi tietoa siitä, että eurooppalainen myyntioptio vastaa amerikkalaista myyntioptiota toteutushinnan kasvaessa riskittömän koron suhteessa. Painoina toimivat tuntematon termi α, joka estimoidaan regression avulla, ja $1-\alpha$. Tämän ratkaisun heikkoutena on, ettei se toimi käteisosinkojen kanssa ja että sen tarkkuus kärsii, kun riskittömän koron ja maturiteetin tulo kasvaa. Malli antaa kuitenkin selvästi suurempia arvoja myyntioption hinnoille kuin B-S -malli, mikä on osoitus ennenaikaisen toteuttamisen arvosta, vaikkei osinkoja käsitelläkään. Lisäksi malli on erittäin yksinkertainen ja nopea käyttää.

Johnsonin (1983) approksimaatiolle on myöhemmin esitetty korjaus, jonka avulla käteisosingot voidaan ottaa analyysissa huomioon. Korjauksen esitti Blomeyer (1986), jonka laajennuksen avulla mallia voidaan käyttää sellaisten optioiden kanssa, joiden voimassaoloaikana jaetaan yksi käteisosinko. Blomeyer johtaa tutkimuksessaan ala- ja ylärajan option arvolle sillä oletuksella, että maturiteetin aikana on maksimissaan yksi osingonjakopäivä. Hän arvioi raja-arvoja B-S -mallilla sekä Johnsonin approksimaatiolla, mikä johtaa lopulta lineaariseen interpolaatioon amerikkalaisen myyntioption arvolle. Blomeyer vertaa mallinsa antamia arvoja B-S -mallin ja Geske-Johnsonin antamiin arvoihin ja toteaa, että approksimaatio antaa arvoja, jotka ovat hyvin lähellä analyyttisen ratkaisun arvoja; suurimmat erot syntyvät plus-optioilla. Blomeyerin tutkimuksessa todetaan myös, että B-S -mallin antamat arvot poikkeavat merkittävästi Geske-Johnson -mallin arvoista ja ero on suurin juuri plus-optioilla.

Geske ym. (1984) ovat löytäneet amerikkalaiselle myyntioptiolle analyyttisen ratkaisun, joka ei varsinaisesti ole yksikäsitteinen, mutta toimii hyvin. Heidän ratkaisunsa perustuu äärettömään sarjaan optioita, joiden kohde-etuutena on optioita (compound options). Äärettömän sarjan ratkaisu on kierretty sillä, että sarjasta ratkaistaan diskreetein aikavälein muutaman option arvo, joiden avulla ekstrapoloidaan sarjan kaikkien muiden optioiden arvo. Gesken ym. mukaan tämä menetelmä tuottaa lähestulkoon tarkan arvon, koska heidän lausekkeensa raja-arvo lähestyy tarkkaa arvoa. Malli antaa plus-optioille merkitsevästi suurempia arvoja kuin B-S -malli ja lähestulkoon identtisiä arvoja binomimallin kanssa kaikilla parametreilla. Osingot vaikuttaisivat tutkimuksen mukaan hieman pienentävän eurooppalaisen ja amerikkalaisen optiohinnan eroa.

Barone-Adesi & Whaley (1987) ovat käyttäneet lähestymistapaa, jossa approksimoidaan ensin option hintayhtälön osittaisdifferentiaalia, minkä jälkeen tälle approksimaatiolle kehitetään eksakti ratkaisu. Heidän ratkaisunsa on mielekäs, koska sitä voi käyttää hyvin erilaisille optioille ja koska se on laskennallisesti huomattavasti tehokkaampi kuin esim. Geske-Johnsonin ratkaisu ja numeeriset ratkaisut. Haittapuolena mallissa on, ettei se ole tarkkuudessa aivan samalla tasolla edellä mainittujen kanssa. Mallin estimointivirhe kasvaa hieman plus-optioilla, joskin virhe ei ole merkittävän suuri (Barone-Adesi ym. 1987: 316). Samanlaista ratkaisua esitti myös MacMillan (1986), johon Barone-Adesin ym. (1987) ratkaisukin perustuu. Barone-Adesin ym. (1987) malli on kuitenkin monikäyttöisempi, koska sillä voidaan hinnoitella myös erilaisia hyödykeoptioita.

1.3.2. Numeeriset ratkaisut

Ensimmäisiä nimenomaan amerikkalaisen myyntioption hinnoitteluun tarkoitettuja malleja on Brennan & Schwartzin (1977) B-S -mallin pohjalta kehittämä. Heidän lähestymistapansa perustuu B-S -mallista tuttuun differentiaaliyhtälöön, jonka ratkaisussa käytetään hyväksi äärellisiä differenssejä, joiden avulla differentiaaliyhtälön osittaisderivaattoja voidaan approksimoida diskreetisti. Ennenaikainen toteuttaminen otetaan huomioon differentiaaliyhtälön rajaehtoja muodostettaessa. Brennanin ym. (1977) testeissä heidän mallinsa antaa myyntioptioille hieman suurempia arvoja kuin B-S -malli, mutta erot ovat pieniä. Merkille pantavaa tutkimuksessa on kummankin mallin taipumus antaa optioille selvästi liian pieniä arvoja suhteessa markkinahintaan.

Hieman erilaista numeerista ratkaisua edustaa Coxin ym. (1979) binomimalli. He olettavat, että osakkeen hintaprosessi koostuu ylös- ja alaspäin suuntautuvista muutoksista, jotka seuraavat binomijakaumaa. Riskineutraalisuuden pohjalta voidaan muodostaa osakkeen hintoja eri kohdin maturiteettia kuvaava binomipuu, jossa maturiteetti on jaettu diskreetteihin aikaväleihin. Osakkeen hinnan päätearvojen avulla lasketaan vastaavat päätearvot optiolle. Option arvo halutulla hetkellä saadaan selville takautuvilla sijoituksilla. Binomimallin, kuten monen muunkin numeerisen ratkaisun, heikkoutena on menetelmän hitaus. Lisäksi binomimallissa absoluuttisen käteisosingon käsittely tekee puusta melko monimutkaisen.

Breen (1991) on muokannut alkuperäisestä binomimallista laskennallisesti nopeamman version, jossa käytetään hyväksi samaa ekstrapolaatiota kuin Geske-Johnson -mallissa. Tämän menetelmän avulla binomipuun kaikkia arvoja ei tarvitse laskea, mikä aikaansaa huomattavan nopeusedun. Breenin (1991: 157) tutkimuksen mukaan malli on tarkkuudessa lähestulkoon samalla tasolla binomimallin ja Geske-Johnsonin kanssa.

1.3.3. Muita tutkimuksia

Parkinson (1977) on verrannut kehittämänsä numeerisen ratkaisun antamia arvoja OTC-markkinoilla kaupankäynnin kohteena olevien myyntioptioiden hintanoteerauksiin. Tulosten mukaan hinnoittelumallin arvot ovat muutaman prosentin alempia kuin markkinahinnat. Luotettavan datan saatavuus on tutkimuksen aikaan ollut kuitenkin ongelmallista, joten tulosten luotettavuus on kyseenalainen.

Whaley (1982), Sterk (1983) ja Geske & Roll (1984) ovat tahoillaan todenneet, että optioiden hinnoittelumallit, jotka ottavat ennenaikaisen toteuttamisen huomioon eli ns. amerikkalaiset mallit, tuottavat tilastollisesti tarkempia estimaatteja todellisille markkinahinnoille kuin ns. eurooppalainen malli. Kaikissa tutkimuksissa vertailumallina on käytetty B-S -mallia, jonka on katsottu soveltuvan huonosti amerikkalaisten optioiden hinnoitteluun.

Zivney (1991) on tutkinut ennenaikaisen toteuttamisen arvoa indeksioptioilla käyttäen hyväksi osto-myynti -pariteettia, jolla vältetään hinnoittelumalleista johtuvat ongelmat. Testien mukaan myyntioption ennenaikaisen toteuttamisen ns. preemion arvo on keskimäärin 10 prosenttia option markkinahinnasta. Tutkimuksessa todetaan lisäksi, että maturiteetti, riskitön korko, osakkeen hinta ja toteutushinta vaikuttavat merkitsevästi preemion suuruuteen.

McMurray & Yadav (2000) ovat tutkineet ennenaikaista toteuttamista Iso-Britannian optiomarkkinoilla, missä käydään kauppaa sekä eurooppalaisilla että amerikkalaisilla

FTSE 100 osakeindeksiin sidotuilla indeksioptioilla. Tämä mahdollistaa ennenaikaisen toteuttamisen arvon suoran estimoinnin. Tutkimuksessa löydetään todisteita siitä, että sekä osto- että myyntioptioissa on merkittävä arvonlisä ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuudesta johtuen. Tässä tutkimuksessa arvonlisä vaikuttaisi lisäksi olevan vielä suurempi kuin Zivneyn (1991) pariteettitutkimuksessa.

Johnson ym. (1988) vertailevat B-S -mallia ja Geske-Johnson -mallia. Molemmat aliarvioivat myyntioptioiden markkinahintoja, mutta Geske-Johnsonin arvot ovat kuitenkin huomattavasti tarkempia. Erot ovat suurimmat plus-optioilla, joilla on pitkä maturiteetti. Käteisosingot pienentävät mallien keskinäistä suhteellista virhettä. Osingot kuitenkin kasvattavat kummankin mallin absoluuttista virhettä. Amerikkalainen malli toimii parhaiten plus-optioilla, joiden hintojen täytyy olla suhteellisen lähellä perusarvoa.

1.4. Tutkielman rakenne

Tutkimuksessa lähdetään liikkeelle amerikkalaisen myyntioption ominaisuuksista. Toisessa luvussa tarkastellaan myyntioption arvoon vaikuttavia tekijöitä sekä analysoidaan niiden vaikutusta. Tämä on merkityksellistä, koska nämä tekijät ovat myöhemmin tärkeässä osassa, kun siirrytään hinnoittelumallien käsittelyyn. Edelleen samassa luvussa osoitetaan myyntioption arvolle arbitraasittomuuteen perustuvia rajoja, jotka luovat puitteet, joita hinnoittelumallien on noudatettava. Viimeisenä käsitellään hieman tarkemmin amerikkalaisen myyntioption ennenaikaista toteuttamista ja osakkeen kriittistä hintaa. Tarkoitus on eritellä niitä tekijöitä, jotka vaikuttavat ennenaikaisen toteuttamisen todennäköisyyteen ja sitä, millainen vaikutus niillä on option arvoon. Tämä on erittäin tärkeä näkökohta empiriaa ajatellen, kuten myöhemmin tulee esille.

Kolmas luku alkaa katsauksella markkinoiden tehokkuuteen, jolla on merkitystä tutkimustuloksia tulkittaessa. Markkinoiden tehokkuudesta jatketaan riskineutraalisuuden käsitteeseen ja siihen mitä tämä merkitsee hinnoittelumallien suhteen. Tällä käsitteellä on keskeinen rooli mallien parametreja johdettaessa, joten se on oleellista käydä läpi ennen siirtymistä itse malleihin. Riskineutraalisuus liittyy kuitenkin hyvin kiinteästi itse malleihin, joten tässä käsite käydään läpi vain pintapuolisesti ja siihen palataan myöhemmin mallien ominaisuuksia käsiteltäessä. Näiden kahden käsitteen jälkeen siirrytään itse hinnoittelumalleihin, joita käsitellään kutakin erikseen ja lopuksi keskeisimmät ominaisuudet kootaan yhteen luvussa neljä, mikä toimii pohjustuksena mallien testaamiselle.

Viidennessä luvussa esitellään tutkimusaineisto ja käydään läpi mallien testaamisessa käytettävät menetelmät ja työkalut. Kuudes luku koostuu mallien testaamisesta ja testien pohjalta tehtävästä yhteenvedosta. Viimeinen varsinainen eli seitsemäs luku on varattu johtopäätöksille.

Terminologian yksinkertaistamiseksi optio-sanalla ja sen johdannaisilla viitataan amerikkalaisiin optioihin, ellei toisin mainita. Kohde-etuuden sijasta puhutaan osakkeista, koska tarkastelu koskee ainoastaan osakeoptioita. Amerikkalaisilla hinnoittelumalleilla viitataan Johnsonin / Blomeyerin malliin ja binomimalliin tai yleensä amerikkalaisia myyntioptioita hinnoittelevaan malliin, riippuen asiayhteydestä. Matemaattisten lausekkeiden esityksessä on pyritty yhdenmukaisuuteen, joten käytetyt merkinnät eivät kaikilta osin vastaa lähdemateriaalia.

2. AMERIKKALAISEN MYYNTIOPTION OMINAISUUKSISTA

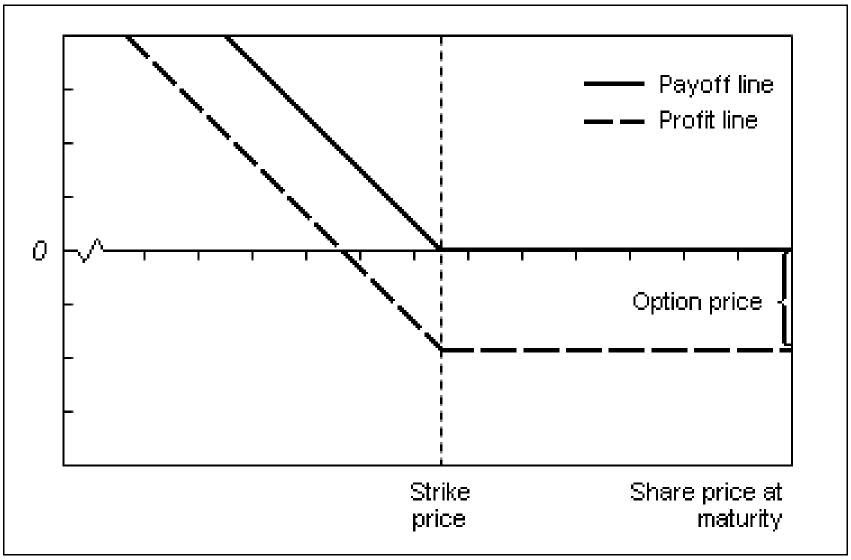
Tässä tutkielmassa myyntioptio määritellään sopimukseksi, joka antaa omistajalleen oikeuden myydä määrätyn määrän, määrättyjä osakkeita, määrättyyn hintaan, määrättynä ajankohtana. Määrättyä hintaa sanotaan toteutushinnaksi ja ajankohtaa päättymispäiväksi. Optioita on sekä amerikkalaisia että eurooppalaisia, jotka eroavat toisistaan siinä, milloin ne voi toteuttaa. Amerikkalaisen option voi toteuttaa milloin tahansa option voimassaoloajan eli maturiteetin aikana, kun eurooppalaisen option voi toteuttaa ainoastaan sopimuksen päättymispäivänä. (Ross, Westerfield & Jordan 1995: 732.)

Option ostaja maksaa oikeudestaan option myyjälle hinnan, jota sanotaan option preemioksi. Ostaja ei saa preemiota takaisin, vaikka optiota ei toteutettaisi. Preemio voidaan määritellä koostuvaksi perusarvosta ja aika-arvosta. Perusarvo saadaan lausekkeesta

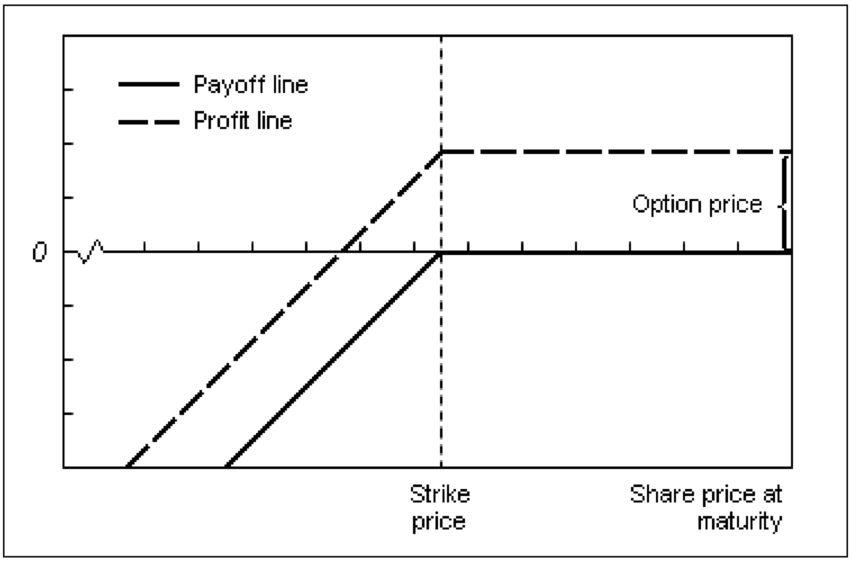
(1) $$Perusarvo = Max[0,\ X - S_t],$$

missä S_t on osakkeen hinta tarkasteluhetkellä ja X on toteutushinta. Perusarvo on siis joko nolla tai toteutushinnan ja osakkeen hinnan erotus ajanhetkellä t riippuen siitä, kumpi on suurempi. Aika-arvo on perusarvon ylittävä osa preemiosta, ja sitä ei pystytä laskemaan suoraan option ominaisuuksista, vaan siihen tarvitaan erityistä hinnoittelumallia. Optiolla on aika-arvoa toteutushetkeensä saakka, ja mikäli option perusarvo on nolla ennen päättymispäivää, niin option preemio koostuu kokonaan aika-arvosta. Perusarvo ja aika-arvo ovat riippuvaisia toisistaan siten, että mitä kauempana toteutushinta on vallitsevasta käteishinnasta, sitä pienempi on option aika-arvo. (Ritchken 1987: 22; Howells & Bain 1998: 282–283.)

Option tuotto siis riippuu toteutushinnan ja osakkeen hinnan välisestä suhteesta toteuttamisajankohtana. Myyntioption sanotaan olevan plus-optio, jos toteutushinta on suurempi kuin osakkeen hinta ja miinus-optio, mikäli toteutushinta on pienempi kuin osakkeen hinta. Mikäli toteutushinta ja osakkeen hinta ovat samansuuruiset, sanotaan option olevan tasa-optio. Myyntioption ostajan tuotto on maksimissaan toteutushinnan suuruinen, jolloin voitto on toteutushinnan ja maksetun preemion välinen erotus. Minimissään tuotto on tasan nolla, jolloin ostaja kärsii preemion suuruisen tappion. Myyntioption ostajan tuotto- ja voittomahdollisuudet on esitetty kuviossa 1. Myyntioption myyjän tuotto on maksimissaan nolla, jolloin voittoa kertyy saadun preemion verran. Minimissään tuotto on toteutushinnan vastaluvun suuruinen, jolloin tappiota tulee saadun preemion ja toteutushinnan erotuksen verran. Myyntioption myyjän tuotto- ja voittomahdollisuudet on esitetty kuviossa 2. (Bodie, Kane & Marcus 2002: 650–651; Cox & Rubinstein 1985: 6–7; Hull 2000: 9–10.)



Kuvio 1. Ostetun myyntioption tuottokuvaaja (Wikipedia 2008a).



Kuvio 2. Myydyn myyntioption tuottokuvaaja (Wikipedia 2008a).

2.1. Myyntioption arvoon vaikuttavat tekijät

Vakiintuneen käsityksen mukaan suoran osakeoption arvoon vaikuttavia tekijöitä identifioidaan yleensä kuusi kappaletta (Cox ym. 1985: 37). Nämä tekijät ovat (1) osakkeen hinta tarkasteluhetkellä, (2) option toteutushinta, (3) maturiteetti, (4) osakkeen volatiliteetti, (5) korkotaso ja (6) käteisosingot. Kaksi ensimmäistä muuttujaa vaikuttavat option perusarvoon ja aika-arvoon sekä neljä jälkimmäistä aika-arvoon (Howells ym. 1998: 282–283). Taulukossa 1 on havainnollistettu näiden tekijöiden vaikutuksen suuntaa myyntioption arvoon.

Taulukko 1. Amerikkalaisen myyntioption arvoon vaikuttavat tekijät.

Muuttuja	Muuttujan kasvun vaikutus myynti-option arvoon
Osakkeen hinta (S)	Negatiivinen
Toteutushinta (X)	Positiivinen
Volatiliteetti (σ)	Positiivinen
Maturiteetti (T)	Positiivinen
Riskitön korko (r)	Negatiivinen
Osinko (D)	Positiivinen

Osakkeen hinnan ja option toteutushinnan vaikutus option arvoon on suora ja yksiselitteinen, koska plus-myyntioption arvo on vähintään toteutushinnan ja osakkeen hinnan välinen erotus. Tätä arvoa sanotaan perusarvoksi tai pariteettiarvoksi, koska se ei ota huomioon optiolla mahdollisesti olevaa aika-arvoa. (Cox ym. 1985: 34.)

Osakkeen volatiliteetin yhteys option arvoon on myös melko yksiselitteisesti arvioitavissa. Volatiliteetti on riskin määre eli mitä suurempi volatiliteetti sitä riskisemmästä osakkeesta on kyse. Riski sinänsä on symmetrinen, ts. se lisää sekä erittäin hyvien että erittäin huonojen tulemien todennäköisyyttä. Optioiden tapauksessa riski ei kuitenkaan ole symmetrinen, koska se on alhaalta rajoitettu. Tämä johtuu siitä, että option haltija voi aina jättää omistamansa option toteuttamatta, jolloin se raukeaa arvottomana. Ylöspäin tämä ei kuitenkaan päde, jolloin option omistaja saa täyden hyödyn osakkeen hinnan positiivisista muutoksista. Tämän seikan vuoksi volatiliteetin vaikutus option arvoon on aina positiivinen. (Cox ym. 1985: 34.)

Maturiteetti vaikuttaa option arvoon hyvin samankaltaisesti volatiliteetin kanssa. Mitä pidemmästä maturiteetista on kyse, sitä todennäköisempää on, että osakkeen arvossa tapahtuu muutoksia, vaikka volatiliteetti olisikin hyvin pieni. Onkin selvää, että maturiteetin kasvattaminen vaikuttaa positiivisesti option arvoon. On kuitenkin huomattava, että maturiteetti vaikuttaa myyntioption arvoon myös negatiivisesti, koska se pienentää toteutushinnan nykyarvoa ja siten option perusarvoa. Maturiteetilla on siis myyntioption tapauksessa kaksijakoinen vaikutus. Ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuudesta johtuen voidaan kuitenkin todeta, että maturiteetin kasvattamisella ei ole koskaan negatiivista vaikutusta myyntioption arvoon. (Cox ym. 1985: 34–35.)

Korkotaso vaikuttaa option arvoon toteutushinnan kautta. Myyntioption tapauksessa tämä vaikutus on negatiivinen, koska korkotason nousu pienentää efektiivistä toteutushintaa. Tämä johtuu siitä, että myyntioption omistaja saa toteutushinnan vasta, kun optio jossain kohtaa tulevaisuutta toteutetaan ja tällöin suurempi korkotaso pienentää toteutushinnan nykyarvoa. (Cox ym. 1985: 35.)

Osingot vaikuttavat option arvoon vain, mikäli kyse on käteisosingoista, ts. esim. ylimääräisinä osakkeina jaettavalla osingolla ei ole vastaavaa vaikutusta. Käteisosingoilla on taipumus laskea osakkeen arvoa, koska jaettavien osinkojen voidaan nähdä heikentävän osakkeen tulevaa arvonkehitystä. Tästä syystä voidaan päätellä, että myyntioption arvo on suurempi, mikäli maturiteetin aikana jaetaan käteisosinkoja. Maturiteetilla on osinkojen tapauksessa myös oma roolinsa, koska maturiteetin kasvaessa on todennäköisempää, että sen aikana jaetaan yksi tai useampi käteisosinko. (Cox ym. 1985: 35.)

2.2. Arvonmäärityksen lähtökohdat

Optioiden luotettava ja tarkka arvonmääritys on mahdotonta ilman hinnoittelumallin käyttöä. Ilman hinnoittelumallejakin option arvolle pystytään kuitenkin määrittämään tiettyjä ehtoja, jotka sen täytyy täyttää tehokkailla, arbitraasittomilla markkinoilla. Arbitraasilla tarkoitetaan tilannetta, jossa sijoittaja ansaitsee positiivista tuottoa sellaiselle investoinnille, jonka nettomääräinen pääomavaatimus on nolla (Hull 2000: 14). Tehokkailla markkinoilla tällaisia mahdollisuuksia ei ole tai jos on, niin ne katoavat hyvin nopeasti. Arbitraasiehtojen pohjalta muodostetut rajat option hinnalle luovat lähtökohdan hinnoittelumalleille.

Hinnoittelumalleja hyväksikäyttämättä myyntioption arvolle voidaan määritellä eksakti kuvaus ainoastaan sille hetkelle, kun optio toteutetaan, jolloin option arvo sisältää ainoastaan perusarvon. Tämä määriteltiin jo aiemmin lausekkeella 1. Mertonin (1973: 158) mukaan arbitraasittomuuden perusteella option arvon täytyy ennen toteuttamista olla

(2) $P \geq Max[0,\ X - S]$,

missä P on myyntioption arvo ja muut termit kuten edellä.

Johnson (1983: 141–142) tuo tutkimuksessaan esille seitsemän erikoistapausta, jolloin amerikkalaisen myyntioption hinta on yksiselitteisesti selvitettävissä. Nämä erikoistapaukset ovat seuraavat:

1. $rT = 0 \Rightarrow P = p$
2. $\sigma^2 T = 0 \Rightarrow P = \max[0,\ X - S]$
3. $X = 0 \Rightarrow P = 0$
4. $S = 0 \Rightarrow P = X$
5. $S = \infty \Rightarrow P = 0$
6. $X = \infty \Rightarrow P = \infty$
7. $T = \infty \Rightarrow$ Arvo saadaan lausekkeesta 3

Ensimmäisen erikoistapauksen mukaan amerikkalaisen myyntioption arvo P on sama kuin eurooppalaisen myyntioption p, mikäli riskittömän koron r ja maturiteetin T tulo on nolla. Tämä tarkoittaa tosiasiassa sitä, että riskitön korko on nolla, jolloin option toteuttamisen lykkäämisestä maturiteetin loppuun ei synny korkotulon menetystä. Tällöin myyntioption hinta ei ole suoraan tiedossa, mutta se pystytään helposti selvittämään eurooppalaisen option hinnoittelumallin avulla. Toinen tapaus koskee tilannetta, jossa varianssin σ^2 ja maturiteetin tulo on nolla. Tällöin myyntioption arvo on sen perusarvo.

Kolmas erikoistapaus on sellainen, jossa toteutushinta X on nolla. Tällöin myös myyntioption arvo on nolla, koska sillä ei ole perusarvoa eikä aika-arvoa. Neljännessä tapauksessa osakkeen hinta S on nolla, jolloin myyntioption arvo on toteutushinnan suuruinen. Viidennessä kohdassa osakkeen hinta kasvaa äärettömäksi, jolloin myyntioption arvoksi tulee luonnollisesti nolla. Kuudennessa kohdassa taas toteutushinta kasvaa äärettömäksi, jolloin vastaavasti myyntioption arvo kasvaa myös äärettömäksi.

Viimeisin eli seitsemäs tapaus perustuu Mertonin (1973: 174) amerikkalaisen myyntioption hinnalle johtamalle tulokselle, kun maturiteetti on ääretön. Hänen ajatuksensa voidaan tiivistää lausekkeen 3 muodossa

$$(3)\qquad P=\begin{cases}\dfrac{X}{1+\gamma}\left(\dfrac{S}{S_c}\right)^{\gamma} & ,kun\quad S\geq S_c=\dfrac{\gamma}{1+\gamma}X\ ,\quad \gamma=2r/\sigma^2\\[2ex] X-S & ,kun\quad S\leq S_c\end{cases},$$

missä P on myyntioption hinta, X on toteutushinta, S_c on osakkeen kriittinen hinta, r on riskitön korko ja σ^2 on osakkeen varianssi.

Osakkeen kriittiseen arvoon palataan vielä myöhemmin, mutta todettakoon, että mikäli osakkeen arvo laskee kriittisen arvon alapuolelle, niin myyntioptio on edullista toteuttaa heti. Huomioitavaa on, että lausekkeen 3 tulos pätee vain em. erikoistapauksessa, ja yleistettynä S_c on muuttujien X, γ ja $\sigma^2 t$ tuntematon funktio.

Osalla näistä erikoistapauksista on lähinnä teoreettista arvoa, koska esimerkiksi toteutushinta todellisuudessa harvoin lähestyy ääretöntä. Analyyttisten hinnoittelumallien kehittämisen suhteen niiden merkitys on kuitenkin tärkeä, koska mm. ääretöntä maturiteettia voidaan käyttää hyväksi johdettaessa mallia amerikkalaisen myyntioption hinnalle. Esimerkkinä äärettömän maturiteetin käytöstä on mm. Mertonin (1973: 174) sovellus B-S -mallista, jossa hän käytti hyväksi ääretöntä maturiteettia muuttaessaan osittaisdifferentiaaliyhtälöt tavanomaisiksi differentiaaliyhtälöiksi. Ääretöntä maturiteettia voidaan hyödyntää myös määritettäessä lähtöarvoa iteratiivisille menetelmille (Barone-Adesi ym. 1987: 309–310). Ääretön maturiteetti saa aikaan sen, ettei myyntioption hinta riipu eksplisiittisesti ajasta (Bunch & Johnson 2000: 2334).

2.2.1. Rajoituksia myyntioption arvolle

Myyntioption arvolle voidaan esittää useita rajoittavia ominaisuuksia, joista kaikki voidaan perustella arbitraasittomuusoletuksen pohjalta. Ensimmäinen rajoitus on, että myyntioption arvo ei voi koskaan olla pienempi kuin suurin seuraavista: (a) nolla, (b) toteutushinta vähennettynä osakkeen hinnalla, (c) toteutushinnan nykyarvon ja osinkojen nykyarvon summa vähennettynä osakkeen hinnalla. Lisäksi voidaan loogisesti todeta, että myyntioption arvo ei voi koskaan olla suurempi kuin toteutushinta, koska sen tuotto on suurimmillaan toteutushinnan suuruinen. Nämä rajoitteet voidaan esittää yhdistettynä lausekkeen 4 osoittamalla tavalla

(4) $$X \geq P_0 \geq \max\left[0, X - S_0, \frac{(D_1 + X)}{r^T} - S_0\right],$$

missä X on toteutushinta, P_0 on myyntioption arvo, D_1 on käteisosinkojen määrä, S_0 on osakkeen hinta, r on riskitön korko ja T on maturiteetti. (Ritchken 1987: 80.)

Ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuudesta johtuen amerikkalaisen myyntioption hinnan täytyy aina olla vähintään yhtä suuri kuin vastaavan eurooppalaisen eli

(5) $$P \geq p,$$

missä P on amerikkalaisen myyntioption arvo ja p on vastaavan eurooppalaisen arvo. Tämä johtuu siitä, että ennenaikaisen toteuttamisen arvo ei ole koskaan negatiivinen. (Merton 1973: 158.)

Toteutushinnan suhteen Cox ym. (1985: 145) esittävät myyntioption arvolle lausekkeiden 6–8 esittämät rajoitukset. Lauseke 6 esittää, että korkeamman toteutushinnan myyntioption arvo ei voi koskaan olla pienempi kuin muuten identtisen alemman toteutushinnan myyntioption. Lausekkeen 7 mukaan kahden, ainoastaan toteutushinnoiltaan eroavan, myyntioption arvojen erotus ei ole koskaan suurempi kuin toteutushintojen erotus. Lausekkeen 8 mukaan tarkasteltaessa kolmea, ainoastaan toteutushinnoiltaan eroavaa myyntioptiota on voimassa, että toteutushinnaltaan keskimmäisen arvo ei voi koskaan olla suurempi kuin painotettu keskiarvo alemmasta ja ylemmästä.

(6) $$P(X_2) \geq P(X_1), \qquad \text{missä } X_2 > X_1.$$

(7) $$X_2 - X_1 \geq P(X_2) - P(X_1), \qquad \text{missä } X_2 > X_1.$$

(8) $$P(X_2) \leq \left(\frac{X_3 - X_2}{X_3 - X_1}\right)P(X_1) + \left(\frac{X_2 - X_1}{X_3 - X_1}\right)P(X_3), \qquad \text{missä } X_1 < X_2 < X_3.$$

Maturiteettia koskien Cox ym. (1985: 146) esittävät ominaisuuden, jonka mukaan muuten paitsi maturiteetiltaan identtisistä myyntioptioista arvokkaampi on se, jolla on pidempi maturiteetti. Tämä voidaan ilmaista epäyhtälöllä

(9) $$P(t_2) \geq P(t_1), \qquad \text{missä } t_2 > t_1.$$

Myös toteutusajankohdalle voidaan määrittää kaksi ominaisuutta arbitraasittomuusoletuksen perusteella. Mikäli ajanjaksolla, joka päättyy ajassa t ennen myyntioption päättymispäivää, maksettavien osinkojen nykyarvo on aina suurempi kuin toteutushinnalle ansaittavan koron nykyarvo samalla ajanjaksolla, niin optiota ei ole koskaan edullista toteuttaa ennen kyseisen ajanjakson päättymistä. Toisen rajoituksen mukaan pätee, että mikäli jokin myyntioptio on edullista toteuttaa, niin ei ole koskaan edullista jättää toteuttamatta toista myyntioptiota, joka eroaa edellisestä vain korkeamman toteutushinnan tai lyhyemmän jäljellä olevan maturiteetin osalta. (Cox ym. 1985: 147.)

Myynti-osto -pariteetti

Amerikkalaisen myynti- ja osto-option välille voidaan myös osoittaa pariteetti, joka ei ole kuitenkaan yhtä sitova kuin eurooppalainen pariteetti. Kun osinkoja ei oteta huomioon, niin pariteetin mukaan myyntioption hinta on yhteydessä vastaavaan osto-option hintaan seuraavasti

(10) $$P_0 \geq C_0 + Xr^{-T} - S_0 \,,$$

missä C_0 on osto-option hinta ja muut termit kuten edellä. Alaindeksillä 0 viitataan siihen, että kyseessä on maturiteetin alku. Tämä ominaisuus voidaan johtaa suoraan eurooppalaisesta pariteetista. Lisäksi pariteetille voidaan osoittaa alhaalta rajoittava ominaisuus siten, että

(11) $$P_0 \leq C_0 - S_0 + X \,,$$

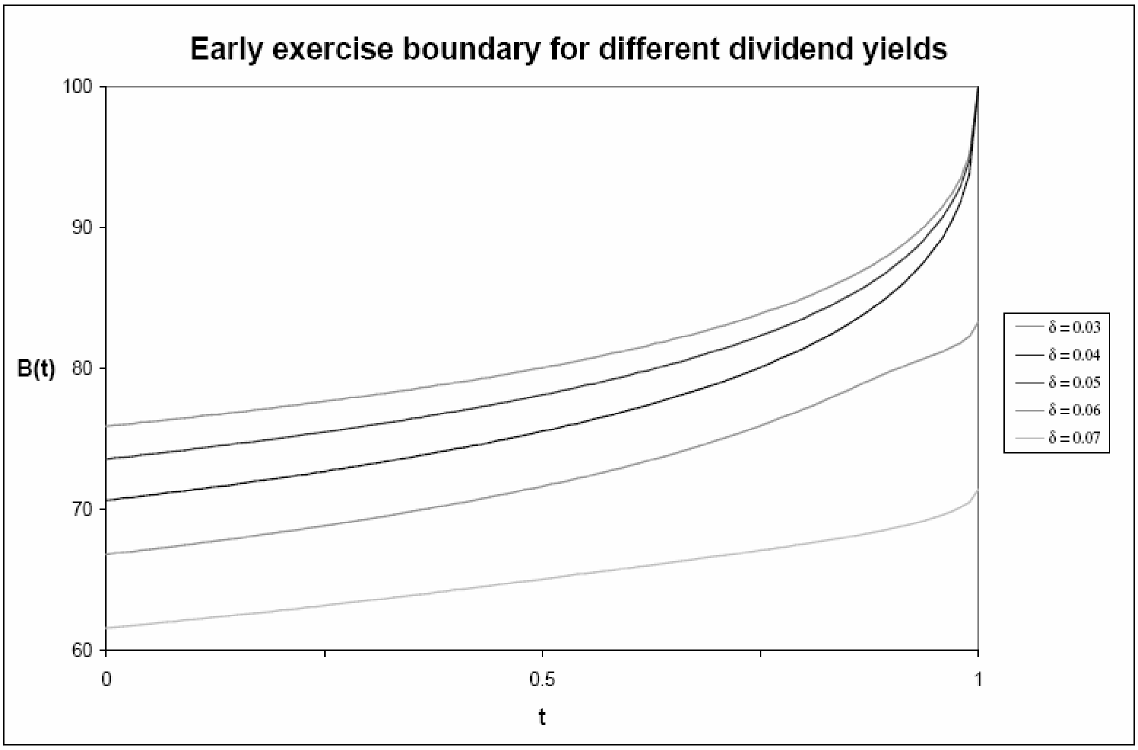
missä termit ovat samat kuin edellä. Tämä ominaisuus voidaan todistaa arbitraasittomuuden perusteella. (Ritchken 1987: 87.)

2.2.2. Ennenaikainen toteuttaminen

Yksinkertaisin esimerkki myyntioption ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuudesta on tilanne, jossa toteutushinta on jokin positiivinen luku ja osakkeen hinta on käytännöllisesti katsoen nolla (Hull 1993: 160). Tällöin voidaan loogisesti päätellä, että optio on edullista toteuttaa välittömästi. Tämä johtuu siitä, että toteuttamalla option heti omistaja saa suurimman mahdollisen tuoton, joka on toteutushinnan suuruinen, jolloin toteuttamisen lykkääminen voi ainoastaan pienentää tuottoa. Lisäksi välitöntä toteuttamista puoltaa myös rahan aika-arvo.

Yksi ensimmäisiä empiirisiä tutkimuksia amerikkalaisen myyntioption hinnoittelun tarkkuudesta on Brennanin ym. (1977). Tutkimuksessa on käytetty numeerista ratkaisua myyntioption hinnan määrittämiseen ja lopputuloksena on, että malli aliarvioi optioiden hintoja keskimäärin 25–40 prosenttia. Tutkimuksen ilmestymisen aikoihin luotettavan ja jatkuvan datan saaminen on ollut ongelma, mutta siitäkin huolimatta on selvää, että ennenaikaisella toteuttamisella on selvästi option arvoa nostava vaikutus.

Osingoilla on ennenaikaisen toteuttamisen edullisuuden suhteen merkittävä rooli. Blomeyer ym. (1988: 19–20) toteavat, että osingonjako laskee ennenaikaisen toteuttamisen arvoa, koska sillä on option toteuttamista viivästyttävä vaikutus. Geske ja Shastri (1985) ovat omassa tutkimuksessaan tulleet juuri samaan johtopäätökseen ja heidän havaintojensa perusteella käteisosingot laskevat merkittävästi ennenaikaisen toteuttamisen arvoa. Vaikutus on havainnollistettu kuviossa 3, jossa osakkeen kriittinen hinta on kuvattu ajan funktiona eri osinkoprosenteilla ($X = 100$; $T = 1$; $\sigma = 0{,}2$; $r = 0{,}05$). Osinkoprosentin kasvaessa osakkeen kriittinen hinta laskee, jolloin ennenaikaisen toteuttamisen todennäköisyys pienenee.



Kuvio 3. Osinkojen vaikutus ennenaikaiseen toteuttamiseen (Basso, Nardon & Pianca 2002: 9).

Siirryttäessä lähemmäksi myyntioption maturiteetin päättymistä ennenaikaisen toteuttamisen todennäköisyys pienenee (Blomeyer ym. 1988: 19). Tämä onkin toinen tärkeä tekijä tutkittaessa ennenaikaisen toteuttamisen edullisuutta. Mitä pidempi maturiteetti sitä suurempi on todennäköisyys, että jossain kohtaa maturiteettia optio on edullista toteuttaa, jolloin pidempi maturiteetti nostaa myyntioption ennenaikaisen toteuttamisen todennäköisyyttä ja näin ollen myös sen arvoa. Myös tämä voidaan nähdä kuviosta 3, koska kriittinen arvo laskee kohti maturiteetin loppua.

Kolmas tärkeä tekijä on option toteutushinnan ja kohde-etuuden hinnan suhde tarkasteluhetkellä, joiden absoluuttista erotusta voidaan kuvata lausekkeen 12 avulla

(12) $M = X - S$,

missä M on rahaisuusaste, X on toteutushinta ja S on osakkeen hinta. Termin M ollessa positiivinen, sanotaan option olevan plus-optio. Termin ollessa negatiivinen, on kyseessä miinus-optio. Tapauksissa, joissa M on nolla, puhutaan tasa-optiosta (Hull 2000: 154). Muun muassa Blomeyer ym. (1988: 19) ovat todenneet ennenaikaisen toteuttamisen arvon olevan suurin juuri plus-optioilla. Mitä suurempi lausekkeen 12 erotus on, sitä todennäköisemmin optio toteutetaan ennenaikaisesti; ceteris paribus -oletuksen voimassa ollessa.

Edellä mainittujen lisäksi myös korkotasolla ja volatiliteetilla on suora vaikutus ennenaikaisen toteuttamisen todennäköisyyteen. Molemmat vaikuttavat todennäköisyyteen samansuuntaisesti siten, että mitä suurempi korkotaso tai volatiliteetti, sitä todennäköisemmin optio toteutetaan ennenaikaisesti. Volatiliteetin vaikutus ei kuitenkaan ole merkittävän suuri normaalitasolla (n. 20 %). Korkotason vaikutus tulee vaihtoehtoiskustannuksen välityksellä, koska option toteuttamisen viivästyttäminen johtaa korkotulon menetykseen. (Zivney 1991: 135; Basso ym. 2002: 9.)

2.2.3. Osakkeen kriittinen arvo

Bunch ym. (2000: 2333) antavat tutkimuksessaan osakkeen kriittiselle arvolle kolme erilaista määritelmää. Ensimmäisen määritelmän mukaan se on osakkeen hinta, jonka voimassa ollessa option toteuttaminen ja toteuttamatta jättäminen ovat samanarvoisia. Toisen määritelmän mukaan kriittinen arvo on korkein osakkeen hinta, jolle pätee, että option arvo on toteutushinnan ja osakkeen hinnan erotus. Kolmas määritelmä antaa kriittiseksi arvoksi osakkeen sen korkeimman hinnan, jolle pätee, että option arvo ei riipu jäljellä olevasta maturiteetista.

Carr & Faguet (1996: 4) tuovat esille, että koska amerikkalaisen myyntioption hinta laskee ajan myötä ja toisaalta toteutushinnan ja osakkeen hinnan välinen erotus pysyy samana, niin osakkeen kriittinen hinta nousee ajan myötä. Näin ollen osakkeen kriittinen hinta on ajan suhteen tasaisesti kasvava funktio, jota voidaan nimittää toteutusrajaksi. Tällä tarkoitetaan yksinkertaisesti sitä, että osakkeen hinnan laskiessa jossain kohtaa maturiteettia tämän rajan alapuolelle, optio on edullista toteuttaa. Carr ym. (1996: 4) kutsuvat rajan yläpuolelle jäävää alaa jatkuvuusalueeksi ja alapuolelle jäävää toteutusalueeksi. Amerikkalaisen myyntioption hinnoitteluongelma onkin em. tutkimuksen mukaan selvittää, mikä on option hinta em. jatkuvuusalueella, kun $t = 0$.

Amerikkalainen myyntioptio on edullista toteuttaa heti, kun osakkeen hinta saavuttaa kriittisen arvonsa. Ongelmana on, että kriittisen arvon eksakti määrittäminen on vähintäänkin hankalaa. Bunch ym. (2000) ovat onnistuneet kehittämään kriittiselle arvolle approksimaation suhteellisen monimutkaisia differentiaaliyhtälöitä hyväksikäyttäen. Heidän approksimaatiossaan yksi suuri ongelma on heikkenevä luotettavuus maturiteetin kasvaessa. Jo ennemmin mm. Barone-Adesi ym. (1987) ovat käyttäneet kriittistä arvoa hyväkseen analyyttistä ratkaisumallia kehittäessään. Heidän mallissaan osakkeen kriittinen hinta ratkaistaan iteratiivisen prosessin avulla.

2.2.4. Hinnoitteluongelma analyyttisesti esitettynä

Ennen siirtymistä itse hinnoittelumallien käsittelyyn on paikallaan konkretisoida, mistä amerikkalaisen myyntioption hinnoitteluongelmassa on itse asiassa kyse. Amerikkalaisen myyntioption hinta P ratkeaa differentiaaliyhtälöstä

(13) $$1/2\sigma^2 S^2 P_{SS} + rSP_S + P_t - rP = 0,$$

kun siihen sovelletaan seuraavia rajoitteita

(14) $$P(S,T) = (X - S_T)^+,$$

(15) $$P(\infty, t) = 0,$$

(16) $$P(S^*, t) = X - S^*,$$

(17) $P_S\left(S_t^*, t\right) = -1$.

Yhtälöissä myyntioption hinnan P alaindekseillä viitataan osittaisderivaattoihin ko. termin suhteen, S^* on osakkeen kriittinen hinta ja lausekkeen 14 oikean puolen yläindeksillä viitataan siihen, että yhtälö koskee ainoastaan positiivisia arvoja. Muut termit on määritelty jo edellä. Ensimmäinen rajoite määrittelee option tuoton päättymispäivänä, toisen mukaan optio menettää arvonsa erittäin suurilla osakehinnoilla, kolmas määrittelee osakkeen kriittisen hinnan ja neljännen mukaan option derivaatta osakkeen hinnan suhteen on yhtä suuri kuin perusarvon derivaatta toteuttamisrajalla. Itse differentiaaliyhtälö ei muutu miksikään, oli kyseessä sitten eurooppalainen, amerikkalainen, osto- tai myyntioptio, mutta rajoitteet määräytyvät option tyypin mukaan. (Barone-Adesi 2005: 2911.)

Differentiaaliyhtälö voidaan jakaa myös kahteen eri osaan sen mukaan, onko osakkeen hinta jatkuvuus- vai toteutusalueella (Barone-Adesi 2005: 2912). Tätä muotoa on käytetty mm. MacMillanin (1986) ja Barone-Adesin ym. (1987) ratkaisuissa amerikkalaisen option hinnalle. Differentiaaliyhtälölle ei ole, kuten aiemmin on jo esitetty, olemassa yksiselitteistä analyyttista ratkaisua amerikkalaisen myyntioption tapauksessa, tai ainakaan sellaista ei ole vielä löydetty. Analyyttisilla approksimaatioilla ja erilaisilla numeerisilla ratkaisuilla voidaan kuitenkin päästä hyvin lähelle analyyttista tarkkuutta.

3. HINNOITTELUMALLIT

Hinnoittelumallien empiirinen testaaminen ei ole mikään ongelmaton tehtävä varsinkaan, jos mallien toimivuutta on tarkoitus testata todellisilla markkinahinnoilla. Malleissa on useita parametreja, jotka tulee olla oikein määritetty luotettavan lopputuloksen saavuttamiseksi. Amerikkalaisen myyntioption ominaisuudet vaikeuttavat tehtävää edelleen. Lisäksi täytyy ottaa huomioon mallin ulkopuolisia tekijöitä, esim. markkinoiden tehokkuus.

Tässä luvussa käsitellään itse hinnoittelumalleja ja niiden parametreja, mutta myös tulosten tulkintaan vaikuttavia tekijöitä, kuten markkinoiden tehokkuutta. Tarkoituksena on esitellä ne työkalut, joiden avulla teoreettiset hinnat lasketaan, ottaen samalla huomioon, että hinnoittelumallien tarkkuuden arviointiin vaikuttavat muutkin kuin malleja koskevat tekijät.

3.1. Markkinoiden tehokkuus

Markkinoiden tehokkuus on tärkeä käsite analysoitaessa mitä tahansa arvopaperimarkkinoiden osa-aluetta. Varsinkin hinnoittelumalleja testattaessa on oleellista ymmärtää, että testien tulokset eivät ole riippuvaisia pelkästään mallin teoreettisesta hyvyydestä vaan suuressa määrin myös siitä, hinnoitellaanko arvopaperit markkinoilla hinnoittelumallien fundamentaalisten olettamusten mukaisesti. Hinnoittelumallin antaman arvon ja markkina-arvon ero voi siis johtua joko itse malliin sisältyvästä virheestä tai siitä, että markkinahinta ei perustu rationaalisille odotuksille (ks. esim. Howells ym. 1998: 138). Mikäli markkinahinta ei perustu rationaalisille odotuksille, se ei voi mitenkään heijastaa kaikkea saatavilla olevaa informaatiota, ja tällöin markkinat eivät toimi tehokkaasti.

Jo pitkään vallalla olleen käsityksen mukaan arvopaperien hinnat seuraavat erityistä satunnaiskulkua (Bodie ym. 2002: 341). Faman (1965: 35) mukaan satunnaiskulun edellytyksenä on, että seuraavat kaksi hypoteesia ovat voimassa: (1) toisiaan seuraavat hinnanmuutokset ovat tilastollisesti riippumattomia toisistaan ja (2) hinnanmuutokset muodostavat jonkin tietyn todennäköisyysjakauman, joka on sama kaikille hinnanmuutoksille. Tämä voidaan nähdä luonnollisena seurauksena sille, että arvopaperien hinnat sisältävät kaiken relevantin informaation koskien seikkoja, jotka vaikuttavat hintoihin. Täydellisestä satunnaiskulusta on olemassa myös lievempi submartingaali-malli, jossa hintaprosessi seuraa satunnaiskulkua, mutta hintaprosessilla on positiivinen trendi (Fama

1970: 386). Submartingaali-malli tuntuisi sinänsä sopivan hintaprosessiin paremmin, koska etenkin pitkällä aikavälillä hinnoissa on havaittavissa positiivista trendiä.

Fama (1965: 40) tuo tutkimuksessaan esille, että toisiaan seuraavien hinnanmuutoksien riippumattomuus on itse asiassa seuraus muutamien ylivertaisten ”analyytikkojen” toimimisesta markkinoilla. Nämä ylivertaiset markkinatoimijat käyttävät uuden informaation tuoman edun nopeasti hyväkseen, jolloin markkinahinnat heijastavat aina todellisia hintoja, ts. markkinat toimivat tehokkaasti. Bodie ym. (2002: 342) tuovat esille saman asian esittäessään, että ankara kilpailu arvopaperimarkkinoilla varmistaa sen, että arvopaperien markkinahinnat sisältävät kaiken saatavilla olevan informaation ja hinnat ovat tämän vuoksi linjassa arvopaperien todellisen arvon kanssa.

3.1.1. Markkinoiden tehokkuuden eri muodot

Markkinoiden tehokkuudesta esitetään yleisesti kolme eri versiota, jotka eroavat toisistaan siinä, mitä käsitetään kaikella saatavissa olevalla informaatiolla, joka edellä tuli esille. Riippuen siitä, kuinka paljon informaatiota markkinahinnat sisältävät, markkinat voivat täyttää (1) heikon tehokkuuden, (2) keskivahvan tehokkuuden tai (3) vahvan tehokkuuden ehdot (Ross ym. 1995: 325–326).

Heikon tehokkuuden ehdot edellyttävät, että arvopaperin nykyhinnan täytyy sisältää vähintään kaikki tieto menneestä hintakehityksestä. Heikko tehokkuus implikoi, että mennyttä hintakehitystä tutkimalla ei ole mahdollista muodostaa toistuvia kaavoja, jotka johtaisivat väärin hinnoiteltujen arvopaperien tunnistamiseen. Matemaattisesti asia voidaan ilmaista siten, että

$$\text{(18)} \qquad \mathrm{E}\left(p_{j,t+1} \middle| \Phi_t\right) = p_{jt} \,,$$

missä E on odotusarvo-operaattori, $p_{j,t+1}$ on ensi periodin hinta, Φ_t on ajassa t saatavilla oleva informaatio ja p_{jt} on nykyisen periodin hinta (Fama 1970: 386). Toisin sanoen, odotusarvo seuraavan periodin hinnalle on sama kuin tämän periodin hinta, jolloin odotettu tuotto on nolla.

Heikon tehokkuuden ehdon tarkastelua voidaan myös laajentaa koskemaan muitakin muuttujia kuin pelkästään arvopaperin mennyttä hintaa. Tällaisia muuttujia ovat mm. D/P- ja E/P-luvut, joilla on selvä intuitiivinen yhteys arvopaperin hintaan (Fama 1991: 1577–1578). Erinäisten tutkimusten mukaan näillä muuttujilla olisi mahdollista ennustaa yllättävän hyvin etenkin pitkän aikavälin (2–5 v.) tuoton varianssia (ks. esim. Keim & Stambaugh 1986, Campbell & Shiller 1988).

Keskivahvan tehokkuuden ehtojen täyttyminen edellyttää, että arvopaperien hinnat sisältävät kaiken julkisesti saatavilla olevan tiedon, joka vaikuttaa arvopaperin hintaan. Menneen hintakehityksen lisäksi tämä tarkoittaa mm. yrityksen tilinpäätöksiä, analyytikkojen arvioita ja muuta julkisessa levityksessä olevaa tietoa, joka koskee esim. osakkeen splittausta tai sulautumisia ja jakautumisia.

Vahva tehokkuus edellyttää, että arvopaperien hinnat heijastavat kaikkea mahdollista hintoihin vaikuttavaa informaatiota. Näin ollen, tarkasteltiin arvopapereiden hintoja sitten millä hetkellä tahansa, ne sisältävät aina kaiken julkisessa levityksessä olevan sekä yksityisen informaation. Vahva tehokkuus on selvästi ristiriidassa sisäpiirin tiedon määritelmän kanssa, koska vahvan tehokkuuden vallitessa ei ole mahdollista omistaa tietoa, jota ei jo olisi otettu huomioon arvopaperien hinnoissa.

Markkinoiden tehokkuuden varsinaiselle testaamiselle on esitetty myös toisenlainen jako. Fama (1991) jakaa testit kolmeen ryhmään: tuoton ennustettavuutta koskevat testit, event-tutkimukset ja ei-julkista informaatiota koskevat testit. Tuoton ennustettavuudessa lähtökohtana on heikon tehokkuuden määritelmä, mutta siihen on lisätty tuoton ennustaminen muillakin muuttujilla kuin pelkästään menneellä hinnalla. Kaksi jälkimmäistä ryhmää vastaavat keskivahvan ja vahvan tehokkuuden sisältöjä.

Käytännössä tehokkuuden ehtojen toteutumiseksi riittää, että ne ovat voimassa informaation hyväksikäyttämisen kustannusten voimassa ollessa (Jensen 1978: 95–101). Tämä tarkoittaa sitä, että markkinatoimijoilla voi olla saatavilla tai hallussaan tietoa, joka on ristiriidassa tehokkuuden ehtojen kanssa, mutta sen käyttäminen ei ole taloudellisesti järkevää tiedon hankkimisen tai käyttämisen kustannusten vuoksi. Edelleen voidaan ajatella, että markkinatoimijan saama epänormaali tuotto on korvausta tiedon hankkimisesta (Fama 1991: 1605). Nämä tulkinnat ovat aavistuksen ristiriidassa satunnaiskulku-mallin kanssa, mutta ovat ”reilun pelin” näkökulmasta täysin hyväksyttäviä, koska jälkimmäisen vaatimukset eivät ole yhtä tiukkoja kuin satunnaiskulku-mallin (Fama 1970: 384–385).

3.1.2. Markkinoiden tehokkuutta koskevaa empiriaa

Fama (1965) on tehnyt löydöksen, että osakkeiden päivittäisten hinnanmuutosten ja tuottojen välillä olisi positiivinen riippuvuussuhde, jota voi käyttää tuottoisien kaupankäyntitaktiikoiden luomiseen osakkeen hintakehityksen perusteella. Samanlaisia löydöksiä ovat tehneet myös Alexander (1961) ja Fama & Blume (1966), jotka ovat testanneet hintafilttereiden käyttöä epänormaalin tuoton luomiseksi. Heidän tutkimuksensa perusteella tarpeeksi pienillä filttereillä olisi mahdollista ansaita osta ja pidä -taktiikkaa suurempaa tuottoa. Myöhemmin on myös havaittu, että pitkän aikavälin tuotot saattaisivat olla ennustettavissa menneistä tuotoista. Lisäksi muilla muuttujilla on pystytty ennustamaan sekä lyhyen että pitkän aikavälin tuottoja (ks. Fama 1991: 1609). Fama (1970: 414) kuitenkin huomauttaa, että kaupankäyntikustannusten huomioonottaminen vie monesti käytännön mahdollisuudet ylimääräisten tuottojen saamiseen. Näin ollen markkinoiden tehokkuuden voitaisiin katsoa toteutuvan heikkojen ehtojen voimassa ollessa, mikäli ehtoa ei tulkita absoluuttisen tiukasti.

Keskivahvan tehokkuuden ehtojen täyttymisestä on myös olemassa empiirisiä tuloksia. Fama, Fisher, Jensen & Roll (1969) ovat tutkineet osakkeiden jakamisen vaikutusta jaetun osakkeen hintaan. He toteavat, että osakkeiden jakamiseen liittyvä informaatio koskien tulevaisuuden osinkopolitiikkaa on otettu huomioon jaetun osakkeen hinnassa jakohetkellä. Edelleen Ball ja Brown (1968) sekä Scholes (1969) ovat löytäneet tukea keskivahvoille ehdoille omissa tutkimuksissaan, jotka ovat koskeneet tuloksenjulkistamisia ja osakeanteja. Tiedon julkistamisajankohdan ympärille liittyvä hintojen tehokkuuden vastainen käyttäytyminen on ollut aiheena monissa tutkimuksissa (ks. Asquith 1983, Roll 1986, Bernard & Thomas 1990, Franks, Harris & Titman 1991). Yksiselitteisiä todisteita markkinoiden tehottomuudesta ei ole kuitenkaan löydetty (Fama 1991: 1602).

Vahvan tehokkuuden ehtojen kohdalla, kuten odottaa saattaa, on löydetty tapauksia, joloin tehokkuus ei toteudu. Niederhoffer ja Osborne (1966) ovat tuoneet ilmi, että pörssissä kauppaa käyvillä spesialisteilla ts. markkinatakaajilla on monopolistinen asema vielä toteuttamatta olevien osto- ja myyntitarjousten suhteen. Näin ollen he voivat käyttää tätä tietoa hyödykseen voittojen saavuttamiseksi omissa kaupoissaan. Scholes (1969) on myös tutkinut vahvan tehokkuuden täyttymistä markkinoilla ja hänen mukaansa yrityksen ns. sisäpiiriin kuuluvilla henkilöillä on usein julkaisematonta tietoa yrityksestään, jonka avulla he voivat saavuttaa epänormaalia tuottoa. Ulkopuoliset markkinatoimijat eivät kuitenkaan Seyhunin (1986) mukaan pysty hyötymään, vaikka tieto sisäpiirin kaupoista olisi julkista. Silti Stickelin (1985) mukaan analyytikoilla saattaisi olla hallussaan ei-julkista tietoa, jonka merkitys ei kuitenkaan ole suuren suuri.

Edellä esitetyt tutkimukset ovat osin suhteellisen iäkkäitä, mutta Faman (1991) tutkimus osoittaa, että asiat eivät ole välttämättä kovin paljon muuttuneet vuosikymmenien kuluessa. Event-tutkimukset tuntuisivat puhuvan markkinoiden tehokkuuden puolesta hyvin selkeästi. Vahvan tehokkuuden ehdot eivät edelleenkään täyty, koska osalla markkinatoimijoista on tietoa, joka ei ole julkisesti saatavilla. Tuottojen ennustettavuudessa lyhyellä ja pitkällä aikavälillä on havaittu ristiriitaisuuksia markkinoiden tehokkuuden kanssa, mutta eri muuttujien ennustamiskyky ei välttämättä ole riittävä kaupankäyntikustannusten kattamiseen. Lisäksi tehokkuuden toteutumisen arviointia vaikeuttaa yhdistetyn hypoteesin ongelma (Fama 1991: 1575), joka saa aikaan sen, että tulokset ovat vahvasti riippuvaisia käytetystä markkinoiden tasapainomallista.

Yhteenvetona voidaan todeta, että markkinoiden tehokkuuden heikot ja keskivahvat ehdot tuntuisivat em. tutkimusten perusteella täyttyvän vähintäänkin tyydyttävästi. Vahvojen ehtojen tapauksessa on olemassa selkeitä todisteita siitä, etteivät ne täyttyisi. Tämä lopputulos riittää pohjaksi tälle tutkimukselle.

3.2. Riskineutraalisuus

Riskineutraalisuudella tarkoitetaan hinnoittelumallien yhteydessä sitä, että mallit eivät sisällä termejä, jotka riippuisivat jotenkin sijoittajien riskipreferensseistä. Riskipreferenssit viittaavat sijoittajien halukkuuteen kantaa riskiä ja siihen, millaisen korvauksen he tästä riskistä haluavat. Mitä enemmän sijoittajat kaihtavat riskiä, sitä suuremman tuoton he haluavat sijoitukselleen. Osakeoptioiden tapauksessa riskineutraalisuus tarkoittaa eritoten sitä, että osakkeen odotettu tuotto ei eksplisiittisesti vaikuta option hintaan, koska odotettu tuotto on suoraan riippuvainen riskipreferensseistä. Tämä mahdollistaa sen, ettei ole merkitystä mitä preferenssejä analyysissä käytetään, jolloin kaikki sijoittajat voidaan olettaa riskin suhteen neutraaleiksi. Tällöin kaikkien arvopaperien tuotto on riskittömän koron suuruinen ja tulevaisuuden kassavirrat voidaan diskontata riskittömällä korolla. (Hull 2000: 248–249.)

Sijoittajien riskipreferenssit voivat toki implisiittisesti, eli muiden tekijöiden kautta vaikuttaa option hintaan, kuten Cox ym. (1985: 174) tuovat ilmi. Huomionarvoista on, että riskineutraalisuuden oletus on ainoastaan keinotekoinen apuväline optioiden hinnoittelussa, joten sen avulla aikaansaadut ratkaisut ovat päteviä myös silloin, kun sijoittajat eivät tosiasiassa ole riskineutraaleja (Hull 2000: 249). Joka tapauksessa riskineutraalisuuden hyväksikäyttäminen yksinkertaistaa optioiden hinnoittelua huomattavasti, koska tällöin preferenssejä ei tarvitse erikseen mallintaa ja hankalien utiliteettifunktioiden määrittäminen voidaan unohtaa.

3.3. Black-Scholes -malli

Optioteoria koki suuren mullistuksen 1970-luvun alussa, kun Fischer Black, Myron Scholes ja Robert Merton esittelivät suuren läpimurtonsa osakeoptioiden hinnoittelussa. Heidän tutkimuksensa määrittelivät perusteet, joiden mukaan optioita nykyään hinnoitellaan. Vaikka mallin keskeisimmät tulokset perustuvat suhteellisen monimutkaisiin matemaattisiin käsitteisiin, niin malli saavutti aikanaan erittäin suuren suosion. Mallin vaikutus ei lisäksi rajoittunut pelkästään optioteoriaan, vaan se tarjosi uusia näkökulmia myös moniin muihin talousteorian osa-alueisiin. (Hull 2000: 237; Merton 1998: 323–324.)

Black-Scholes -malli kehitettiin pitkälti teoreettisen tutkimuksen pohjalta, eikä niinkään empiirisiin havaintoihin pohjautuen (Merton 1998: 323–324). Tästä huolimatta mallista kehittyi heti alusta alkaen hyvin käytännöllinen työkalu. Mallin käytöstä optioiden hinnoittelussa on tehty lukuisia tutkimuksia ja sen vahvuudet ja heikkoudet ovat nykyään laajalti tiedossa. Edellä jo esitetyistä heikkouksistaan huolimatta se on edelleen käyttökelpoinen työkalu, kunhan sen rajoitukset otetaan huomioon. Tässä tutkimuksessa mallin yksi heikkous pyritään näyttämään toteen, mutta sen kautta tutustutaan myös moniin optioteorian perusteisiin, joilla on suuri merkitys useimmissa muissakin hinnoittelumalleissa.

3.3.1. Osakkeen hintaprosessi

Osakkeen hinnan käyttäytymisellä on tärkeä merkitys minkä tahansa optioiden hinnoittelumallin suhteen. Osakeoption hinta riippuu eksplisiittisesti kohde-etuutena olevan osakkeen hinnasta. Tästä johtuen option hintaa on mahdotonta esittää minkäänlaisen lausekkeen muodossa, ellei tiedetä miten osakkeen hinta käyttäytyy ajan suhteen, ts. millaisen jakauman osakkeen hinnat muodostavat.

Muuttujan, jonka arvo muuttuu satunnaisesti ajan suhteen, sanotaan seuraavan stokastista prosessia. Itse stokastiset prosessit voidaan jakaa ajan suhteen diskreetteihin ja jatkuviin prosesseihin, minkä lisäksi muuttuja voi olla joko jatkuva tai diskreetti. Ajan suhteen diskreetissä prosessissa muuttujan arvo voi muuttua ainoastaan tiettyinä hetkinä ajassa, kun taas jatkuvassa prosessissa muutos voi tapahtua minä hetkenä tahansa. Mikäli muuttuja on diskreetti, se voi saada ainoastaan tiettyjä erikseen määrättyjä arvoja. Jatkuva muuttuja voi saada määrätyltä väliltä minkä tahansa arvon. (Hull 2000: 218)

Markovin prosessi on sellainen stokastinen prosessi, jossa muuttujan arvo riippuu vain ja ainoastaan sen nykyisestä arvosta (Kijima 1997: 3). Markovin prosessin mukaan osakkeen hinnan muodostama todennäköisyysjakauma on riippumaton hinnan menneestä kehityksestä. Prosessi voidaan kuvata yhtälöllä

(19) $$P\left[X_{n+1} = j \middle| X_0 = i_0, \ldots, X_n = i_n\right] = P\left[X_{n+1} = j \middle| X_n = i_n\right],$$

missä P on todennäköisyysoperaattori, X_n on stokastinen muuttuja, i_n kuvastaa menneitä arvoja ja j on määrätystä jakaumasta (esim. normaalijakaumasta) saatu arvo (Kijima 1997: 3). Markovin prosessi toteuttaa edellä määritetyn heikon tehokkuuden ehdon, jonka mukaan osakkeen nykyhinta sisältää kaiken tiedon menneestä kurssikehityksestä (Hull 2000: 219).

Wienerin prosessi

Yksi erikoistapaus Markovin prosessista on Wienerin prosessi, jossa muuttuja noudattaa standardoitua normaalijakaumaa $\Phi(0,1)$, jossa muuttujan odotusarvo on nolla ja varianssi yksi. Muuttujan arvo seuraa Wienerin prosessia, jos seuraavat kaksi ehtoa ovat voimassa (Hull 2000: 220–221):

Ehto 1.
Muuttujan arvon muutos Δz lyhyellä aikavälillä Δt saadaan lausekkeesta

(20) $$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}\,,$$

missä ε on satunnaisotos standardoidusta normaalijakaumasta $\Phi(0,1)$.

Ehto 2.

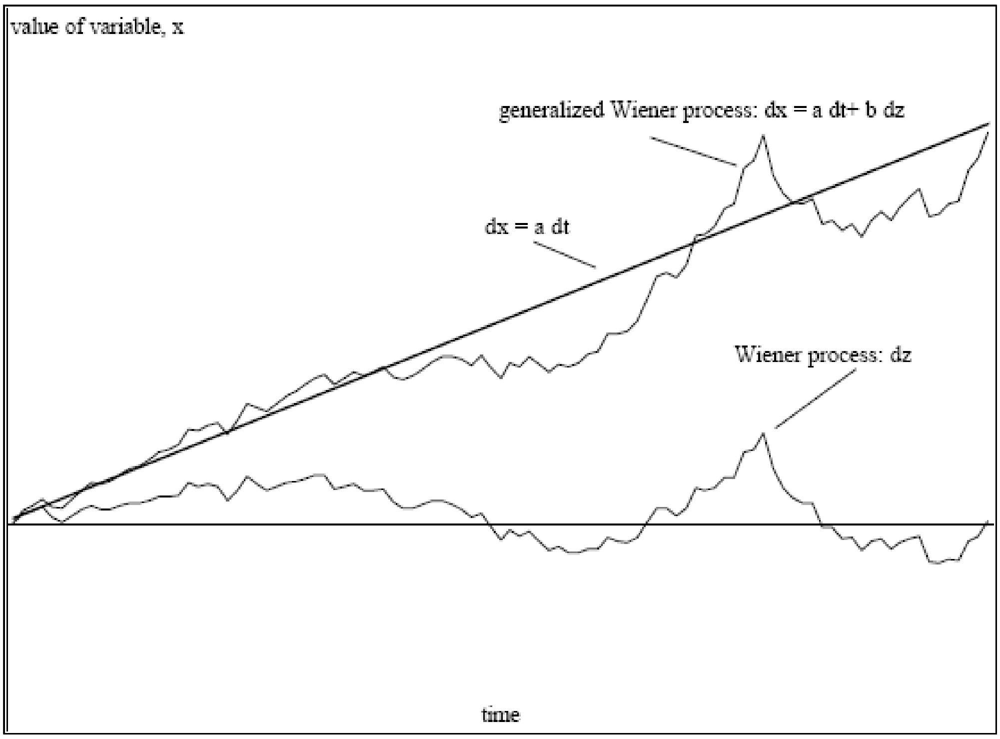
Muutoksen Δz arvot millä tahansa kahdella aikavälillä Δt ovat riippumattomia toisistaan.

Ensimmäisestä ehdosta seuraa, että Δz noudattaa normaalijakaumaa, jonka odotusarvo on nolla, varianssi on Δt ja keskihajonta on $\sqrt{\Delta t}$. Toinen ehto on välttämätön sille, että muuttuja seuraa Markovin prosessia. Riippumattomuudesta seuraa, että useamman aikavälin muutoksen jakauman varianssi saadaan summaamalla yksittäisten jakaumien varianssit. Wienerin prosessista käytetään jatkuvan muuttujan tapauksessa merkintää dz, joka kuvastaa muuttujan z muutosta, kun $\Delta t \rightarrow 0$. (Hull 2000: 220–221.)

Yleinen Wienerin prosessi voidaan määritellä jatkuvalle muuttujalle x lausekkeella:

(21) $$dx = a\,dt + b\,dz,$$

missä a ja b ovat vakioita. Termi $a\,dt$ viittaa siihen, että muuttujan odotusarvoinen vakiopoikkeama aikayksikköä kohden on a. Toinen termi $b\,dz$ voidaan nähdä häiriöterminä, jossa häiriön määrä on b kertaa Wienerin prosessi. Koska Wienerin prosessin keskihajonta on 1.0, niin yleisen Wienerin prosessin keskihajonta on b ja varianssi aikayksikköä kohden on b^2. (Hull 2000: 223.)



Kuvio 4. Wienerin prosessi (Hull 2000: 224).

Edellä olevat lausekkeet ovat voimassa millä tahansa aikavälillä T, koska Δz:n arvot ovat riippumattomia toisistaan, kuten edellä jo todettiin. Kuviossa 4 on kuvattu Wienerin prosessi ja yleinen Wienerin prosessi, kun $\Delta t \to 0$. Kuviosta nähdään, että yleisen Wienerin prosessin ensimmäinen termi $a\,dt$ muodostaa trendinomaisen suoran, koska odotusarvoinen vakiopoikkeama kasvaa kertoimella a. Toinen termi $b\,dz$ saa muuttujan arvot vaihtelemaan trendin ympärillä.

Iton prosessi

Mikäli Wienerin prosessin odotusarvoisen keskipoikkeaman ja varianssin sallitaan muuttuvan ajan kuluessa, niin tuloksena saadaan Iton prosessi, joka on yleistys yleisestä Wienerin prosessista. Iton prosessissa termit a ja b ovat funktioita mallinnettavan muuttujan ja ajan suhteen. Matemaattisesti prosessi saa lausekkeen 22 kaltaisen muodon

(22) $dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$. (Hull 2000: 224.)

Geometrinen Brownin liike

Osakkeen hinta ei voi seurata yleistä Wienerin prosessia, koska se ei ota huomioon erästä osakkeen hinnan hyvin tärkeää ominaisuutta, jonka mukaan sijoittajien vaatima tuotto ei ole riippuvainen osakkeen hinnasta. Sijoittajat siis vaativat samansuuruisen tuoton riippumatta osakkeen absoluuttisesta hinnasta. Näin ollen vakioisen odotusarvoisen keskipoikkeaman oletus täytyy korvata oletuksella vakioisesta odotetusta tuotosta. Oletetaan lisäksi, että odotetun tuoton varianssi on sama osakkeen hinnasta riippumatta. Tällöin päädytään seuraavaan malliin osakkeen hinnalle

(23) $dS = \mu S\,dt + \sigma S\,dz$,

joka voidaan ilmaista myös suhteellisena versiona

(24) $\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$,

missä μ on osakkeen odotettu tuotto ja σ on osakkeen volatiliteetti. Lausekkeiden 23–24 kuvaama, geometriseksi Brownin liikkeeksi kutsuttu prosessi on käytetyin malli osakkeen hinnan käyttäytymiselle ja B-S -mallin lisäksi se on oletuksena myös tämän tutkielman toisessa mallissa Johnsonin approksimaatiossa. (Hull 2000: 225–226.)

Iton lemma

Osakkeen hintaprosessin selvittäminen on ensimmäinen askel kohti hinnoittelumallin muodostamista, mutta sen lisäksi option arvo täytyisi saada ilmaistua samaisen hintaprosessin puitteissa. Tähän ongelmaan tarjoaa ratkaisun Iton lemma, joka saa seuraavanlaisen matemaattisen muodon (Hull 2000: 230)

(25) $$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \left(\frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \right) dz ,$$

missä f on option arvo, ∂ osittaisderivaattaoperaattori ja muut termit kuten edellä. Ensimmäinen suluissa oleva lauseke on prosessin keskiarvoinen odotuspoikkeama ja toinen sulkulauseke prosessin keskihajonta. Iton lemmalla on oleellinen merkitys B-S -mallin johtamisessa, koska sen mukaan sekä option että osakkeen arvo on riippuvainen samasta epävarmuustekijästä eli Wienerin prosessista dz.

3.3.2. Mallin oletukset

B-S -mallin yhtälöiden määrittämiseksi joudutaan ensinnäkin tekemään muutamia rajoittavia oletuksia, jotka Black ym. (1973: 640) ovat listanneet seuraavasti:

a) Lyhyen aikavälin riskitön korko on tiedossa ja se on vakio ajan suhteen.

b) Osakkeen hinta seuraa jatkuvaa satunnaiskulkua, siten että varianssin muutos on proportionaalinen suhteessa osakkeen hinnan neliöön. Toisin sanoen mahdollisten osakehintojen jakauma minkä tahansa äärellisen aikavälin lopussa on lognormaali. Lisäksi osakkeen tuoton varianssin muutoksen tulee olla vakio.

c) Osake ei jaa osinkoa eikä muita eriä.

d) Optio on tyypiltään eurooppalainen, jolloin sen voi toteuttaa vastaa maturiteetin lopussa.

e) Osakkeen tai option ostamisesta ja / tai myymisestä ei koidu kaupankäyntikustannuksia.

f) Arvopaperin hinnasta on mahdollista lainata, riskittömällä korolla, millainen osa tahansa myytäväksi tai pidettäväksi.

g) Lyhyeksi myynnistä ei koidu ylimääräisiä kustannuksia.

Näiden oletusten voimassa ollessa option arvo on riippuvainen pelkästään osakkeen hinnasta, ajasta sekä eräistä muista muuttujista, joiden voidaan katsoa olevan vakioita ajan suhteen. Näin ollen on mahdollista muodostaa suojattu portfolio lyhyeksi myymällä osake ja ostamalla ko. optio. Tämän suojatun portfolion arvo ei riipu osakkeen hinnasta vaan ainoastaan ajasta ja tiedossa olevista vakioista. Lyhyeksi myytävien optioiden lukumäärä yhtä ostettua osaketta kohden saadaan selville lausekkeella 26

$$(26) \qquad h = 1/\frac{\partial f}{\partial S},$$

missä nimittäjällä tarkoitetaan option arvon kertovan lausekkeen osittaisderivaattaa osakkeen arvon suhteen. Lausekkeen arvoa, h, nimitetään monesti suojauskertoimeksi ja sen arvo ei suinkaan ole vakio vaan vaihtelee osakkeen hinnan ja ajan mukana. Siksi onkin välttämätöntä mukauttaa suojattua portfoliota mahdollisimman usein, mikäli portfolio halutaan säilyttää täysin riskittömänä. B-S -mallin logiikan edellytyksenä onkin, että suojaus on jatkuvasti optimaalinen, jolloin option ja osakkeen suhde portfoliossa täytyy olla suojauskertoimen mukainen. (Black ym. 1973: 641.)

3.3.3. Mallin johtaminen ja hinnoitteluyhtälö

B-S -mallin johtamiseen on useitakin erilaisia tapoja, joiden kaikkien läpikäyminen ei ole tämän tutkielman näkökulmasta tarkoituksenmukaista. Siksi seuraavassa käytetäänkin yksinomaan Blackin ym. (1973) esittämää tapaa, joka perustuu juuri suojatun portfolion hyväksikäyttämiseen.

Mallin johtaminen aloitetaan määrittelemällä portfolio, jonka avulla lausekkeen 25 sisältämä Wienerin prosessi voidaan eliminoida. Tällöin portfolio on riskitön, jolloin sen tuotto ei ole millään tavoin riippuvainen arvopaperin riskistä. Tällainen portfolio voidaan luoda käyttämällä hyväksi edellä esitettyä suojauskerrointa. Riskittömän portfolion arvo, joka sisältää yhden ostetun osakkeen ja suojauskertoimen osoittaman määrän lyhyeksi myytyjä optioita on

$$(27) \qquad \Pi = S - f/\frac{\partial f}{\partial S},$$

missä f on option arvo. Tällöin portfolion arvon muutos lyhyellä aikavälillä Δt on

(28) $$\Delta\Pi = \Delta S - \Delta f / \frac{\partial f}{\partial S}.$$ (Black ym. 1973:642.)

Mikäli portfoliossa on jatkuvasti suojauskertoimen osoittama määrä optioita, voidaan lausekkeiden 23 ja 25 diskreetit vastineet sijoittaa edelliseen lausekkeeseen, jolloin lopputuloksena saadaan

(29) $$\Delta\Pi = -\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 + \frac{\partial f}{\partial t}\right)\Delta t / \frac{\partial f}{\partial S}$$ (Black ym. 1973: 642).

Koska portfolion tuotto on käytännössä riskitön, täytyy tuoton tällöin olla riskittömän koron suuruinen. Lyhyellä aikavälillä Δt tuoton täytyy siis olla yhtä suuri kuin $r\Delta t$. Mikäli tämä ehto ei olisi voimassa, markkinoilla toimivat spekuloijat yrittäisivät ansaita arbitraasivoittoa lainaamalla suuria määriä rahaa tällaisten portfolioiden luomiseen ja pakottaisivat samalla ko. portfolioiden tuoton riskittömän koron tasolle. Tämän ehdon nojalla saadaan yhtälö

(30) $$-\left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}\sigma^2 S^2 + \frac{\partial f}{\partial t}\right)\Delta t / \frac{\partial f}{\partial S} = \left(S - f / \frac{\partial f}{\partial S}\right) r\Delta t,$$

missä r on riskitön korko ja muut termit kuten edellä. Vähentämällä Δt molemmin puolin yhtälöä ja järjestelemällä tekijöitä uudelleen, päädytään seuraavaan differentiaalilausekkeeseen option arvolle

(31) $$\frac{\partial f}{\partial t} = rf - rS\frac{\partial f}{\partial S} - \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2}.$$ (Black ym. 1973: 643.)

Yhtälölle 31 voidaan esittää useampiakin ratkaisuja riippuen siitä, millaisia rajoituksia sille asetetaan. B-S -mallin mukainen hinnoitteluyhtälö saadaan, kun käytetään seuraavaa rajoitusta option arvolle

(32) $$\begin{cases} f_T = 0, & S_T \geq X \\ f_T = X - S_T, & S_T < X \end{cases},$$

missä alaindeksillä T viitataan siihen, että kyseessä on toteuttamishetken arvo (Black ym. 1973: 647). Rajoituksen soveltamisen jälkeen, myyntioption hinnoittelulauseke saa muodon

(33) $$p = Xe^{-rT}N(-d_2) - S_0 N(-d_1),$$

missä

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (34)$$

ja

$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma^2\sqrt{T} \quad (35)$$ (Hull 2000: 250).

Lausekkeissa 33–35 p on myyntioption arvo, X toteutushinta, r riskitön korko, T maturiteetti, $N(x)$ kumulatiivinen todennäköisyysjakaumafunktio standardoitua normaalijakaumaa seuraavalle muuttujalle, S_0 osakkeen hinta hetkellä 0 ja σ osakkeen hinnan keskihajonta sekä σ^2 osakkeen hinnan varianssi.

Osinkojen käsittely

Yksinkertaisin tapa osinkojen huomioimiseksi B-S -mallissa on vähentää lausekkeen 33 osakkeen hinnasta maturiteetin aikana maksettavien osinkojen nykyarvo. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että käteisosinkojen arvo diskontataan riskitöntä korkoa käyttäen osingon irtoamishetkestä nykyhetkeen. Tämä käsittelytapa pätee ainoastaan eurooppalaisilla optioilla, joita ei voi toteuttaa ennenaikaisesti. Toinen tapa osinkojen käsittelyyn on käyttää hyväksi osinkoprosenttia eli osingon ja osakkeen hinnan suuruuden välistä suhdetta. Tällöin osinko oletetaan jatkuvaksi ja myyntioption arvo saadaan seuraavasta lausekkeesta

$$p = Xe^{-rT}N(-d_2) - S_0e^{-\delta T}N(-d_1), \quad (36)$$

missä δ on osinkoprosentti ja muut termit kuten edellä. Mertonin (1973: 170–171) päätelmien mukaan jatkuvan osinkoprosentin käyttö on teoreettisesti hyväksyttävää, ja se pätee myös amerikkalaisiin osto-optioihin, joiden osake maksaa osinkoa. (Hull 2000: 258; Merton 1973: 170–171.)

3.4. Johnsonin approksimaatio

Johnsonin (1984) kehittämä approksimaatio amerikkalaisen myyntioption hinnalle toimii täysin samoilla pohjaoletuksilla kuin B-S -malli, joten tässä yhteydessä voidaan viitata pelkästään edellä esitettyyn käsittelyyn osakkeen hintaprosessista. Myös luvussa 3.3.2. esitetyt oletukset ovat voimassa lukuun ottamatta d-kohtaa, koska approksimaatio hinnoittelee nimenomaan amerikkalaisia myyntioptioita.

Johnsonin mallin johtamisen lähtökohtana on epäyhtälö

(37) $p(X) \leq P(X) \leq p\left(Xe^{rT}\right)$,

missä p on eurooppalaisen myyntioption hinta ja P vastaavan amerikkalaisen myyntioption. Epäyhtälön intuitio perustuu siihen, että sijoittaja olisi valmis vaihtamaan amerikkalaisen myyntioption, jonka toteutushinta on X ja maturiteetti T toiseen vastaavaan amerikkalaiseen myyntioptioon, jonka toteutushinta kerrotaan tekijällä $(e^{rT} - 1)$ maturiteetin lopussa. Jälkimmäisen option arvon voidaan osoittaa olevan sama kuin eurooppalaisen, jonka toteutushinta kasvaa riskittömän koron suhteessa, jolloin päädytään lausekkeen 37 epäyhtälöön. Epäyhtälön perusteella voidaan muodostaa painotettu summa

(38) $P(X) = \alpha p\left(Xe^{rT}\right) + (1-\alpha)p(X)$,

missä

(39) $0 \leq \alpha \leq 1$. (Johnson 1984: 142.)

Termi α ei ole vakio vaan monimutkainen funktio, jonka tekijöitä ovat S/X, rT ja $\sigma^2 T$. Johnson (1984: 142) käyttää apunaan Parkinsonin (1977: 30–34) taulukoita ja saa aikaan yhtälön

(40) $\alpha = \left(\dfrac{rT}{a_0 rT + a_1}\right)^l$,

missä

(41) $l = \dfrac{\ln S/S_c}{\ln X/S_c}$

ja S_c on osakkeen kriittinen hinta. Termit a_0 ja a_1 ovat vakioita, joille ei ole intuitiivista selitystä. Edelleen Parkinsonin taulukoita hyväksikäyttäen Johnson suorittaa regression, jossa selitettävänä muuttujana on rT/α ja selittäjinä rT sekä vakiotermi. Regression tuloksena lausekkeen 40 vakiot saavat arvot

(42) $a_0 = 3{,}9649$

ja

(43) $a_1 = 0{,}032325$ (Johnson 1984: 143).

Osakkeen kriittisen hinnan selvittäminen vaatii yleisesti yhtälön

(44) $X - S_c = P\left(X, S_c, rT, \sigma^2 T\right),$

missä sulkeissa olevat termit kuvaavat hinnan eri tekijöitä, ratkaisemista. Ongelmaa voidaan lähestyä useasta eri näkökulmasta, kuten kappaleessa 2.2.3. kävi ilmi. Johnson ratkaisee ongelman estimoinnin avulla ja päätyy approksimoimaan kriittistä hintaa yhtälöllä

(45) $S_c = X\left(\dfrac{\gamma}{1+\gamma}\right)^m,$

missä

(46) $m = \sigma^2 T / \left(b_0 \sigma^2 T + b_1\right)$

ja b_0 sekä b_1 ovat vakiotermejä. Vakiotermien selvittämiseksi Johnson turvautuu jälleen Parkinsonin taulukoihin ja regression lopputuloksena vakiot saavat seuraavat arvot

(47) $b_0 = 1{,}04083$

ja

(48) $b_1 = 0{,}00963$. (Johnson 1984: 143.)

Blomeyerin osinkokorjattu malli

Johnsonin approksimaatio on helppo ja nopea ratkaisu amerikkalaisen myyntioption hinnan ratkaisemiseksi. Mallin antamat arvot ovat hyvin lähellä raskaampien numeeristen ratkaisujen arvoja. Se on kuitenkin yksinään puutteellinen, koska se pätee vain myyntioptioilla, jotka eivät maksa maturiteetin aikana käteisosinkoja. Käsiteltäessä pidemmän maturiteetin optioita on hyvin todennäköistä, että maturiteetin ajalle mahtuu ainakin yksi käteisosinko. Yksinkertainen ratkaisu olisi tietenkin pienentää osakkeen hintaa osingon nykyarvolla, mutta tällöin malli yliarvioisi myyntioption hintaa, koska approksimaatio olettaisi, että käteisosinko on juuri irronnut. Blomeyerin (1986: 230) mukaan tämän yliarvioinnin määrä on osingon irtoamishetkeen jäljellä olevan ajan suhteen kasvava funktio.

Blomeyerin ratkaisu käteisosingon käsittelyyn perustuu myyntioption arvolle asetettaviin ylä- ja alarajoihin, jotka ovat voimassa silloin kun osakkeelle maksetaan osinkoa. Näitä rajaehtoja arvioidaan B-S -mallilla ja Johnsonin approksimaatiolla, jolloin lopputuloksena saadaan lineaarisen interpolaation avustuksella myyntioption arvo.

Amerikkalaista myyntioptiota, jonka kohde-etuutena olevasta osakkeesta irtoaa osinko option päättymispäivänä, ei ole edullista toteuttaa ennenaikaisesti mikäli käteisosinko, D', toteuttaa yhtälön

(49) $$D' = X\left(e^{rT} - 1\right),$$

missä kaikki termit vastaavat aiempia määritelmiä. Tällaisen amerikkalaisen myyntioption arvo on sama kuin vastaavan eurooppalaisen. Amerikkalainen myyntioptio, jonka osakkeesta on juuri irronnut osinko, on vähintään yhtä arvokas kuin vastaava optio, jonka osakkeesta irtoaa osinko vasta päättymispäivänä. Näin ollen voidaan lausua, että

(50) $$P(D',0) \geq P(D',T) = p(D',T),$$

missä P tarkoittaa amerikkalaista myyntioptiota ja p vastaavaa eurooppalaista. Kaarisulkeiden sisällä oleva toinen termi ilmaisee osingon irtoamiseen jäljellä olevan ajan. (Blomeyer 1986: 230.)

Edelleen, amerikkalainen myyntioptio, jonka osakkeesta irtoaa osinko hetkellä $t*$ ennen päättymispäivää, on vähintään yhtä arvokas kuin amerikkalainen myyntioptio, jonka osakkeesta irtoaa osinko vasta päättymispäivänä. Lisäksi, amerikkalainen myyntioptio, jonka osakkeesta on juuri irronnut osinko, on vähintään yhtä arvokas kuin amerikkalainen myyntioptio, josta irtoaa osinko jossain vaiheessa ennen päättymispäivää, jolloin saadaan epäyhtälö

(51) $$P(D',0) \geq P(D',t*) \geq p(D',T).$$ (Blomeyer 1986: 230.)

Lausekkeen 51 sisältämä eurooppalaisen myyntioption arvo saadaan B-S -mallista vähentämällä osingon nykyarvo ja ensimmäisen amerikkalaisen myyntioption arvo, $P(D',0)$, saadaan Johnsonin approksimaatiosta vähentämällä osingon arvo osakkeen hinnasta. Tällöin kiinnostuksen kohteena olevan amerikkalaisen myyntioption, $P(D',t*)$, arvo saadaan lineaarisella interpolaatiolla

(52) $$P(D',t*) = p(D',T) + \left[\frac{T-t*}{T}\right]\left[P(D',0) - p(D',T)\right],$$

missä kaikki termit ovat kuten edellä. (Blomeyer 1986: 230.)

Amerikkalaisen myyntioption arvo on osingon koon suhteen kasvava funktio. Mikäli lausekkeen 49 antama osinko on suurempi kuin osakkeelle maksettava käteisosinko D, lauseketta 52 ei tule käyttää myyntioption arvon selvittämiseen, vaan tällöin arvoa täytyy arvioida epäyhtälöllä

(53) $$P(D',t*) > P(D,t*) > P(0),$$

missä $P(0)$ on sellaisen amerikkalaisen myyntioption arvo, jonka osakkeelle ei makseta osinkoa. Sen arvo saadaan siis suoraan Johnsonin approksimaatiosta lausekkeella 38. Amerikkalaisen myyntioption, jonka osakkeelle maksettava osinko ei toteuta lausekkeen 49 yhtälöä, arvo saadaan lopulta yhtälöllä

(54) $$P(D,t*) = P(0) + [D/D'][P(D',t*) - P(0)].$$ (Blomeyer 1986: 231.)

Lauseke 54 johtaa kahden interpolaation käyttöön, koska sekä $P(0)$ että $P(D',t*)$ joudutaan selvittämään approksimaation avulla. Tämän seikan voi olettaa hieman huonontavan selvitettävän myyntioption arvon tarkkuutta, joten lauseketta 52 kannattaa käyttää aina, kun se vain on mahdollista.

Blomeyerin osinkokorjaus on intuitiivinen ja helposti laskettavissa, mutta sen heikkoutena on, ettei se pysty käsittelemään kuin yhtä käteisosinkoa. Mikäli myyntioption kohde-etuudelle maksetaan useampi kuin yksi käteisosinko maturiteetin aikana, menetelmä menettää tarkkuuttaan. Eri asia on, kuinka usein option maturiteetin ajalle sitten osuu useampi kuin yksi osingon irtoaminen – ei välttämättä kovin usein.

3.5. Binomimalli

Binomimalli on yksi ensimmäisistä hinnoittelumalleista, jotka soveltuvat amerikkalaisten optioiden hinnoitteluun. Binomimallin kehityksen taustalla oli lähinnä tarve matemaattisesti yksinkertaisemmalle ja intuitiiviselle mallille, joka olisi tarpeeksi joustava sovellettavaksi useiden erilaisten optioiden hinnoitteluun. Numeerisia menetelmiä oli sovellettu optioiden hinnoitteluun jo ennen binomimalliakin (ks. Brennan ym. 1977), mutta binomimalli oli yksinkertaisuudessaan ja tehokkuudessaan omaa luokkaansa. Useissa optioiden hinnoittelua koskevissa tutkimuksissa binomimallin antamia arvoja käytetään optioiden ”oikeina” arvoina, ja se on säilyttänyt asemansa uusien mallien ilmaantumisesta huolimatta. Tarkkuudella on toki monesti kääntöpuolensa ja niin myös binomimallin tapauksessa. Binomimallin kaltaisella numeerisella menetelmällä saavutetaan erinomainen tarkkuus, mutta siitä joutuu maksamaan nopeudessa, joka ei ole samalla tasolla analyyttisten mallien kanssa. Binomimallin nopeutta voidaan kuitenkin tehostaa erilaisilla arvojen konvergenssia nopeuttavilla menetelmillä, jotka uhraavat hieman tarkkuutta (ks. esim. Breen 1991). Perusmallinkin nopeuden ja tarkkuuden suhde on joustavasti valittavissa, kuten myöhemmin tulee ilmi. Tämän tutkielman esitys binomimallista perustuu mallin alkuperäiseen versioon, jota ovat kehitelleet mm. Cox ym. (1979) sekä Rendleman & Bartter (1979).

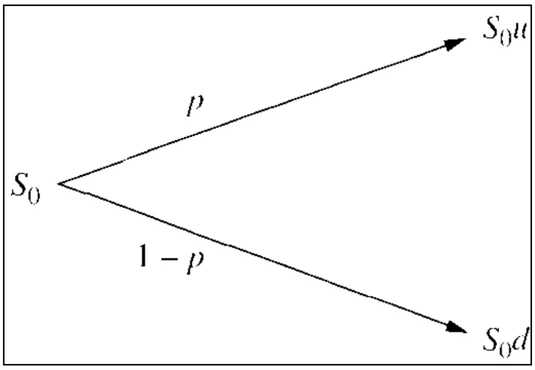
Binomimallin antama arvo optiolle perustuu osakkeen hinnan noudattaman stokastisen prosessin approksimointiin, mikä binomimallin tapauksessa tarkoittaa siis nimenomaan binomiaalisen satunnaisprosessin mallintamista (Ritchken 1987: 177). Toinen vaihtoehto olisi approksimoida edellä esitettyä, lausekkeen 31 osittaisdifferentiaalia.

3.5.1. Osakkeen hintaprosessi

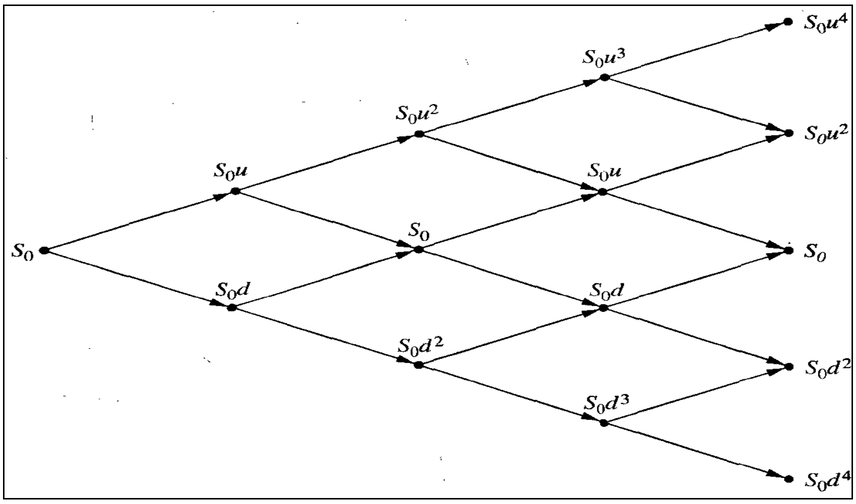
Binomimallissa osakkeen hintaprosessi koostuu suuresta määrästä binomiaalisia muutoksia. Lähtökohtaisesti option maturiteetti jaetaan suureen määrään lyhyitä aikaintervalleja, joista jokaisen pituus on Δt. Jokaisen intervallin päätepisteessä osakkeen hinta S joko nousee arvoon Su tai laskee arvoon Sd, jolloin $u > 1$ ja $d < 1$. Tämä prosessi voidaan esittää graafisesti kuvion 5 osoittamalla tavalla. Näillä muutoksilla on omat todennäköisyytensä siten, että nousun todennäköisyys on q ja laskun, symmetrisesti, $1-q$. Riskineutraalit vastineet ovat p ja $1-p$, kuten kuviossa 5. (Hull 2000: 388.)

Jokaisen intervallin päätepisteestä osakkeen arvo joko nousee tai laskee ja intervallien lukumäärä riippuu siitä, kuinka pieniin osiin tarkasteltava aikajakso halutaan jakaa. Mitä pienempiin osiin aika jaetaan, sitä tarkemmin osakkeen hinnanmuutoksia voidaan mallintaa, mutta samalla mahdollisten osakehintojen määrä kasvaa, mikä tekee mallinnuksesta hitaampaa. Binomipuu rakentuu osakkeen hinnoista diskreetteinä hetkinä ajassa seuraavasti

(55) $S_{n,j} = u^j d^{n-j} S_0$, missä $j = 0, 1, 2, 3, \ldots n$ (Ritchken 1987: 181).



Kuvio 5. Binomimallin osakehintaprosessi 1 (Hull 2000: 389).



Kuvio 6. Binomallin osakehintaprosessi 2 (Hull 2000: 391).

Osakkeiden hinnat muodostavat binomijakauman, joka voidaan esittää funktiolla

(56) $$\Phi(a;\, n,\, q) = \sum_{j=a}^{n} \left(\frac{n!}{j!(n-j)!} \right) q^j (1-q)^{n-j},$$

joka ilmoittaa todennäköisyyden sille, että $S_n \geq u^a d^{n-a}$ (Cox ym. 1985: 170). Termi j kertoo prosessin nousujen määrän ja termi n osoittaa aikaintervallien määrän. Kuviossa 6 on esitetty osakehintojen muodostama binomipuu, kun aika jaetaan neljään intervalliin. Mikäli intervallin pituus $\Delta t \to 0$, niin tällöin eri osakehintoja on ääretön määrä.

3.5.2. Termien u, d ja q valinta

Binomimallin keskeiset termit pyritään valitsemaan siten, että ne kuvastaisivat mahdollisimman hyvin kohde-etuuden tuoton odotusarvoa ja volatiliteettia. Binomimalli mahdollistaa erilaisten jatkuvien stokastisten prosessien approksimoinnin, kun maturiteetti jaetaan tarpeeksi pieniin aikaväleihin ja termit valitaan siten, että binomimallin tuoton odotusarvo ja volatiliteetti lähestyvät jatkuvan prosessin vastaavia (Ritchken 1987: 182).

Usein parametrit valitaan siten, että binomimalli approksimoi geometrista Brownin liikettä, joka on ehkä käytetyin olemassa olevista malleista osakkeen hinnan käyttäytymiselle. Binomimalli saadaan konvergoimaan geometrisen Brownin liikkeen kanssa useillakin eri parametrivalinnoilla, joista tunnetuimmat on esitetty ehdottajineen taulukossa 2. JR- ja RB-malleilla on sama odotusarvo ja varianssi kuin geometrisella Brownin liikkeellä millä tahansa aikaintervallien määrällä, mutta CRR-mallilla on sama varianssi ainoastaan, kun $\Delta t \to 0$ (Omberg 1987: 465). Kaikissa parametrivaihtoehdoissa $u = 1/d$, joten binomipuun arvot yhtyvät toisiinsa ja keskimmäinen arvo on aina osakkeen alkuhetken arvo S_0.

Taulukko 2. Eri vaihtoehtoja binomimallin parametreille (Omberg 1987: 465).

	$\ln u$	$\ln d$	q
Cox, Ross & Rubinstein (CRR)	$\sigma\sqrt{t}$	$-\sigma\sqrt{t}$	$\frac{1}{2}+\frac{\mu}{2\sigma}\sqrt{t}$
Jarrow & Rudd (JR)	$\mu\Delta t+\sigma\sqrt{t}$	$\mu\Delta t-\sigma\sqrt{t}$	$1/2$
Rendleman & Bartter (RB)	$\mu\Delta t+k\sigma\sqrt{t}$	$\mu\Delta t-k^{-1}\sigma\sqrt{t}$	$1/\left(1+k^2\right)$

3.5.3. Myyntioption arvon johtaminen

Tämän kappaleen tarkastelu perustuu tutkijoiden Cox ym. (1979: 1–35) tutkimukseen binomimallin hyödyntämisestä optioiden hinnoittelussa. Merkinnät on muutettu vastaamaan tutkielman yleistä linjaa ja osto-option sijaan hinnoittelua tarkastellaan myyntioption tapauksessa.

Binomimallin toimintaperiaatteen selvittämiseksi on tarkoituksenmukaista tarkastella kaikkein yksinkertaisinta binomimallia, jossa on ainoastaan yksi aikaperiodi. Tällöin osakkeen arvo joko nousee arvoon $S_0 u$ tai laskee arvoon $S_0 d$ periodin lopussa. Korkotason oletetaan olevan vakio ja rahan lainalle antamisessa tai ottamisessa ei ole määrällisiä rajoitteita. Lisäksi tarkastelussa jätetään huomioimatta verot, kaupankäyntikustannukset ja vakuudet. Toisin sanoen sijoittajat voivat myydä lyhyeksi minkä tahansa arvopaperin ja saada tuoton täysimääräisenä käyttöönsä. Edelleen vaaditaan, että

(59) $u > r > d$,

missä r on riskitön korko plus yksi. Mikäli tämä epäyhtälö ei olisi voimassa, niin osakkeella ja riskittömällä rahamarkkinainstrumentilla olisi mahdollista luoda arbitraasivoittoa.

Myyntioption arvon selvittämiseksi määritellään P_0 option nykyhetken arvoksi, P_u on option arvo periodin lopussa siinä tapauksessa, että osakkeen arvo nousee arvoon $S_0 u$ ja P_d option arvo periodin lopussa, jos osake laskee arvoon $S_0 d$. Option päätearvot ovat tiedossa, koska ne saadaan suoraan perusarvon avulla, jolloin

(60) $P_u = \max[X - S_0 u, 0]$

ja

(61) $P_d = \max[X - S_0 d, 0]$.

Muodostetaan portfolio, joka sisältää määrän Δ osakkeita ja rahamäärän B verran riskitöntä rahamarkkinainstrumenttia. Tämän portfolion hinnaksi tulee $\Delta S + B$ ja periodin lopussa portfolion arvo on joko

(62) $\Delta S_0 u + rB$

tai

(63) $\Delta S_0 d + rB$.

Koska määrät Δ ja B voidaan valita millä perusteella tahansa, niin valitaan ne siten, että portfolion ja option päätearvot ovat yhtä suuret kummassakin mahdollisessa tapauksessa, jolloin

(64) $$\begin{cases} \Delta S_0 u + rB = P_u \\ \Delta S_0 d + rB = P_d \end{cases}$$

ja yhtälöparin ratkaisuna saadaan

(65) $$\Delta = \frac{P_u - P_d}{(u-d)S_0}, \quad B = \frac{uP_d - DP_u}{(u-d)r}.$$

Portfoliota, joka sisältää osaketta ja rahamarkkinainstrumenttia edellä mainitussa suhteessa, kutsutaan suojausportfolioksi. Kunhan portfoliossa vain on joka hetki kertoimien osoittama määrä arvopapereita, niin sen tuotto on varma, minkä lisäksi portfolion arvon täytyy olla yhtä suuri kuin myyntioption. Ellei näin olisi, niin tiettyä strategiaa noudattamalla olisi mahdollista saavuttaa arbitraasivoittoa. Näin ollen myyntioption arvon täytyy olla

(66) $$P = \Delta S_0 + B = \frac{P_u - P_d}{u-d}, \quad B = \frac{uP_d - dP_u}{(u-d)r} = \left[\left(\frac{r-d}{u-d}\right)P_u + \left(\frac{u-r}{u-d}\right)P_d\right]/r,$$

mikäli lausekkeen arvo on suurempi kuin perusarvo. Lauseketta voidaan yksinkertaistaa määrittelemällä

(67) $$p = \frac{r-d}{u-d}, \quad 1-p = \frac{u-r}{u-d},$$

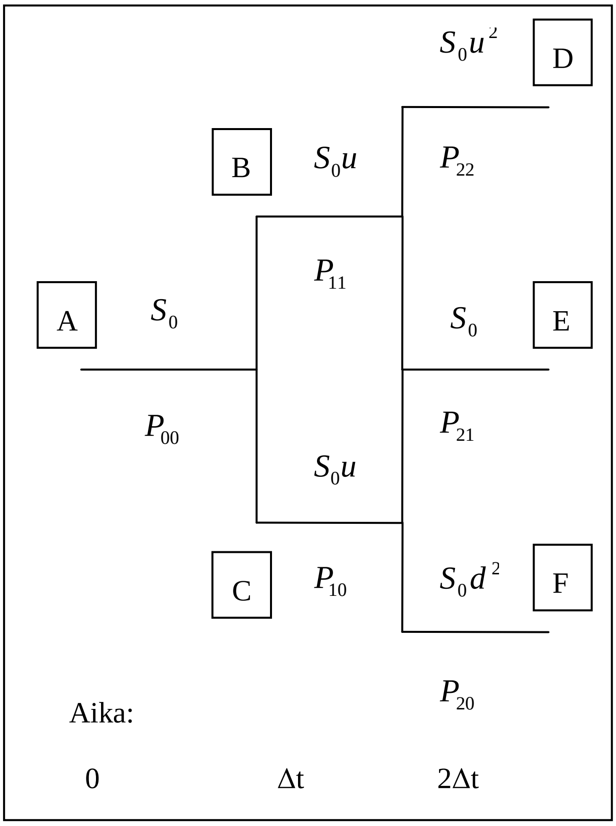
jolloin myyntioption arvo saa muodon

(68) $$P = \left[pP_u + (1-p)P_d\right]/r.$$

Käytännössä myyntioption arvo on siis riskittömällä korolla diskontattu ja todennäköisyyksillä painotettu summa option seuraavan periodin arvosta. Tarkastelu on yksinkertaista laajentaa koskemaan useampaa kuin yhtä periodia. Option tarkasteluhetken arvo saadaan selville toistuvilla sijoituksilla, jotka aloitetaan viimeisestä periodista. Jokaisen periodin jokaista mahdollista arvoa verrataan perusarvoon ja näistä suurempi on option arvo kyseisessä kohdassa. Vertailu perusarvon kanssa on tarpeellista, koska myyntioptio voi olla edullista toteuttaa ennenaikaisesti milloin tahansa maturiteetin aikana. Ja mikäli perusarvo on lausekkeen 68 ilmoittamaa arvoa suurempi, niin optio kannattaa toteuttaa heti. Näin ollen algoritmi voidaan kirjoittaa muotoon

(69) $$P_{n,j} = \max\left\{X - S_0 u^j d^{n-j}, \left[pP_{n+1,j+1} + (1-p)P_{n+1,j}\right]/r\right\},$$

missä $0 \le n \le N-1$ ja $0 \le j \le n$ (Hull 2000: 393). Termillä N viitataan viimeiseen aikaintervalliin eli maturiteetin loppuun ja muut termit ovat kuten edellä. Algoritmia sovelletaan binomipuun jokaiseen solmukohtaan, päätearvoja lukuun ottamatta, kunnes saavutaan alkuhetkeen ja option arvo on selvillä. Kuviossa 7 on esimerkki binomipuusta, joka sisältää sekä osakkeen että option arvot kussakin binomipuun solmukohdassa A–F. Jokaisessa solmukohdassa option arvo sisältää ennenaikaisen toteuttamisen arvon kyseisessä kohdassa, mutta myös myöhempien solmukohtien ennenaikaisen toteuttamisen arvon, koska algoritmia sovelletaan maturiteetin lopusta nollahetkeen (Hull 2000: 393). Täten ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuus on otettu kokonaisuudessaan huomioon tarkasteluhetken arvossa.



Kuvio 7. Binomipuun rakenne.

3.5.4. Osinkojen käsittely

Kuten jo B-S -mallin tapauksessa, käteisosinkoja voidaan binomimallissakin käsitellä usealla eri tavalla. Yksi mahdollisuus on käyttää rahamääräistä osinkoa ja pienentää osingon irtoamisen jälkeisiä binomipuun osakehintoja osingon absoluuttisella määrällä.

Tämän lähestymistavan heikkous on siinä, etteivät osingon irtoamisen jälkeiset binomipuun solmukohdat enää yhdenny, vaan niiden määrä kasvaa suorassa suhteessa aikaintervallien määrään nähden. Tällöin binomipuusta tulee ns. räjähtävää mallia ja selvitettävien osake- ja optiohintojen määrä kasvaa erittäin suureksi varsinkin, jos aikaintervalleja on suuri määrä ja käteisosinkoja useampi. Tämän ominaisuuden vuoksi sen käyttöä ei ole tutkimuksissa yleensä suosittu, koska monet muut hinnoittelumenetelmät ovat tällöin ylivoimaisia binomimalliin nähden (Cox ym. 1979: 26–28; Geske ym. 1985; Hull 2000: 398–400).

Toinen, huomattavasti käyttökelpoisempi menetelmä on käyttää samaa osinkoprosenttia kuin B-S -mallin yhteydessä. Tällöin osakkeen hinnat ennen osingon irtoamista rakentuvat edellä esitetyn lausekkeen 55 mukaisesti, mutta osingon irtoamisen jälkeen sovelletaan seuraavaa yhtälöä

(70) $$S_{n,j} = u^j d^{n-j} S_0 (1-\delta),$$

missä $j = 0, 1, 2, 3, \ldots, n$ ja δ on osinkoprosentti. Tässä tapauksessa oletetaan, että maturiteetin ajalle osuu ainoastaan yksi käteisosinko. Lukuun ottamatta tätä muutosta osakehintojen muodostamaan binomipuuhun, option tarkasteluhetken arvon laskeminen tapahtuu täsmälleen samalla tavalla kuin edellä esitettiin. Menetelmää voidaan soveltaa helposti myös siinä tapauksessa, että käteisosinkoja maksetaan maturiteetin aikana useampi. Useamman osingon tapauksessa ainoa muutos on kokonaisosinkoprosentin käyttäminen osinkoprosenttina toisen ja sitä seuraavien osinkojen irtoamisen jälkeen. Kokonaisosinkoprosentilla tarkoitetaan useiden osinkoprosenttien summaa. (Cox ym. 1979: 26–28; Hull 2000: 398–400)

4. YHTEENVETO HINNOITTELUMALLEISTA

Tuskin millään muulla optioiden hinnoittelumallilla on koskaan ollut yhtä merkittävää asemaa teoreettisessa ja käytännön tutkimuksessa sekä käytännön sovellutuksissa kuin alkuperäisellä B-S -mallilla ja sen johdannaisilla. Yhä nykyään Black & Scholesin (1973) alkuperäinen tutkimus löytyy usean optioiden hinnoittelua käsittelevän tutkimuksen lähdeluettelosta. Lisäksi mallin sisältämä dynamiikka on vaikuttanut ja tulee edelleen vaikuttamaan merkittävästi hinnoittelua koskevaan tutkimukseen ja käytännön hinnoittelutilanteisiin.

B-S -malli perustuu option hinnan differentiaaliyhtälön analyyttiseen ratkaisuun tiettyjen rajaehtojen puitteissa. Rajaehtoja muuttamalla mallilla saadaan ratkaistua useita erilaisia hinnoitteluongelmia. Tämä differentiaaliyhtälö esitettiin edellä luvussa 2.2.4. Malli olettaa osakkeiden hintojen seuraavan logaritmista normaalijakaumaa, jolloin osakkeen tuotot noudattavat tavallista normaalijakaumaa. Tämä tarkoittaa luonnollisesti sitä, että osakkeen hinnan muutokset ovat jatkuvia ajan suhteen.

B-S -mallin suurimpia etuja ovat sen analyyttinen muoto, joka tekee hinnoittelusta nopeaa ja tarkkaa (mallin puutteet huomioiden). Malli on myös melko joustava, mikä mahdollistaa sen käytön useiden eri hinnoitteluongelmien yhteydessä. Silti aika on monilta osin ajanut mallin ohitse ja kehittyneemmät mallit ovat monesti tarpeen tarkkojen hintojen selvittämiseksi. Mallilla on todettu olevan ongelmia eurooppalaisten optioiden hinnoittelussa, mikäli ne ovat selvästi plus- tai miinusoptioita. Lisäksi ns. volatiliteettihymy, joka tarkoittaa korkeampaa volatiliteettia plus- ja miinusoptioilla kuin tasaoptioilla, on yksi mallin ongelmista, joka on tosin monen muunkin mallin ongelma. Vakavin puute mallissa on kuitenkin, ettei se ota huomioon amerikkalaisille optioille ominaista ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuutta ja tästä johtuvaa nostetta hinnassa.

Johnsonin (1983) malli on oikeastaan B-S -mallin laajennus, joka mahdollistaa amerikkalaisten myyntioptioiden tarkemman hinnoittelun. Näin ollen, mallien perusoletukset ovat identtiset. Johnsonin malli on ns. analyyttinen approksimaatio, jossa mallin antama hinta saadaan kahden eurooppalaisen hinnan painotettuna summana. Painona toimii kerroin, joka estimoidaan regressiolla Parkinsonin (1977) hinnoittelutaulukkojen avulla.

Johnsonin mallin selkein valtti suhteessa muihin amerikkalaisiin malleihin on sen nopeus ja yksinkertaisuus. Nämä ovat tosin myös sen heikkouksia, koska mallia ei ole mahdollista saada mielivaltaisen tarkaksi. Silti, koska malli ottaa eksplisiittisesti huomioon ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuuden, niin se ainakin teoriassa dominoi B-S -mallia amerikkalaisen myyntioption hinnoittelussa. Blomeyerin (1986) laajennuksella mallin avulla voidaan hinnoitella myös käteisosinkoa maksavia optioita.

Binomimalli edustaa selkeästi erilaista koulukuntaa kuin kaksi edellistä mallia. Se on puhtaasti numeerinen ratkaisu, jossa option hinta saadaan selville laskemalla binomipuun arvoja maturiteetin lopusta alkaen. Osakkeen hintaprosessi koostuu binomijakaumaa noudattavista hinnanmuutoksista, jolloin muutokset muodostavat ajan suhteen diskreetin jakauman. Mallin erikoisuutena on se, että erilaisilla parametrivalinnoilla se saadaan konvergoitumaan useisiin eri jakaumiin, mm. normaalijakaumaan. Tässä tutkielmassa käytetään Coxin ym. (1976) parametreja, jotka saavat binomijakauman lähestymään juuri normaalijakaumaa.

Binomimallin numeerinen luonne takaa soveltuvuuden monenlaisiin eri ongelmiin, mutta joustavuuden hintana on ratkaisun hitaus. Binomimalli on varmasti yksi raskaimpia hinnoittelumalleja, mutta se on mahdollista saada mielivaltaisen tarkaksi riittävällä määrällä aikaintervalleja. Binomimallia käytetään useissa tutkimuksissa teoreettisen “oikean” hinnan selvittämiseen. Ennenaikainen toteuttaminen otetaan mallissa eksplisiittisesti huomioon ja osinkoja voidaan käsitellä kahdella eri tavalla.

Taulukko 3. Mallien yhteenveto.

	Black-Scholes (1973)	Johnson & Blomeyer (1983 & 1986)	Binomimalli (CRR 1976)
Ratkaisun tyyppi:	Analyyttinen.	Analyyttinen approksimaatio.	Numeerinen.
Osakkeen hintajakauma:	Log-normaali-/normaalijakauma.	Log-normaali-/normaalijakauma.	Binomijakauma.
Soveltuu amerikkalaiselle myyntioptiolle:	Ei.	Kyllä.	Kyllä.

Taulukossa 3 on koottu tutkielman mallien keskeisimmät ominaisuudet yhteen. Helposti voidaan nähdä, että B-S -malli ja binomimalli edustavat tietynlaisia ääripäitä ratkaisun laadun suhteen ja Johnsonin malli on eräänlainen sekoitus näistä kahdesta. Kaikille malleille on yhteistä se, että niiden keskeisimmät väittämät voidaan perustella arbitraasittomuusoletuksen pohjalta. Näistä lähtökohdista on mielenkiintoista siirtyä itse asiaan eli tutkielman hypoteesien koettelemiseen.

5. TUTKIMUSAINEISTON JA -MENETELMIEN ESITTELY

LIFFE / Euronext.liffe

Lontoon johdannaispörssi (LIFFE) aloitti toimintansa vuonna 1982, pian sen jälkeen kun Iso-Britanniassa oli luovuttu valuuttasäätelystä. Pörssin toiminnan esikuvina toimivat Chicago Board of Trade (CBOT) ja Chicago Mercantile Exchange (CME), ja toiminta koostui alun perin lyhyen koron futuurien ja optioiden vaihdannasta. Vuonna 1992 LIFFE fuusioitui London Traded Options Marketin (LTOM) kanssa, jolloin tuotevalikoima lisääntyi oman pääoman optioilla. Samaan aikaan pörssin nimeksi vaihdettiin London International Financial Futures and Options Exchange. Vuoden 1996 loppuun mennessä LIFFEstä tuli Euroopan suurin futuuripörssi. LIFFE:n kaupankäynti toteutettiin vuoteen 1998 asti huutokauppana, jolloin siirryttiin täysin elektroniseen LIFFE CONNECT –järjestelmään. Tammikuussa 2002 Euronext osti LIFFE:n ja yhdisti samalla Amsterdamin, Brysselin, Pariisin ja Lissabonin johdannaispörssit saman konsernin alaisuuteen, jolloin uusi ryhmittymä sai nimekseen Euronext.liffe. LIFFE säilytti kuitenkin hallinnollisen itsenäisyyden. (Wikipedia 2008b.)

Vodafone PLC

Analyysipalvelu Morningstarin mukaan Vodafonella on jopa 241 miljoonaa suhteellista asiakasta, ja tämä tekee siitä maailman toiseksi suurimman langattomien puhelimien ja palvelujen toimittajan. Edellä on ainoastaan China Mobile, josta Vodafone omistaa reilun kolmen prosentin osuuden. Verkkopalveluissa Vodafonen asema on vahva, sillä se tarjoaa verkkopalveluja useammassa maassa kuin yksikään sen kilpailijoista. Lisäksi Vodafone on maailman globaalein langattomia yhteyksiä tarjoava yhtiö maailmassa ja sillä on markkinajohtajan asema 18 eri maassa sekä lisäksi vähemmistöosuus tai kumppanuus 20 muussa maassa. (Morningstar 2008b.)

Vodafonen pääkonttori sijaitsee Iso-Britanniassa ja työntekijöitä sillä on n. 66 000 eri puolilla maailmaa. Vodafonen päämarkkina-alueet ovat Eurooppa, Lähi-itä, Afrikka, Kaakkois-Aasia ja Yhdysvallat. Yhtiö toimii pääasiassa omalla nimellään, mutta Yhdysvalloissa toimintaa johdetaan Verizon Wireless -nimen alla. Yhtiön tavalliset osakkeet on listattuna Lontoon pörssissä (London Stock xchange) ja heinäkuussa 2007 sen kokonaismarkkina-arvo oli 88 miljardia puntaa. (Vodafone 2008.)

HSBC Holdings PLC

HSBC on yksi maailman suurimmista pankeista ja sen historia ulottuu 1800-luvun puolivälin Hong Kongiin. Yhtiön pääkonttori sijaitsee Lontoossa, mutta pankilla on yli 10 000 toimistoa 83 eri maassa. Työntekijöitä pankilla on yhteensä n. 312 000 ja varoja yli 2,1 biljoonaa dollaria. Pankin toiminta on jaettu neljään eri päädivisioonaan, jotka ovat "corporate investment banking and markets", "personal financial services", "commercial banking" ja "private banking". Pankin toiminta kattaa siis sekä julkisen että yksityisen sektorin. (Morningstar 2008a.)

HSBC on listattu Lontoon, Hong Kongin, New Yorkin, Pariisin ja Bermudan pörsseissä ja sillä on n. 200 000 osakkeenomistajaa n. sadassa eri maassa. Pankki on saanut useita palkintoja ja tunnustuksia vuosien varrella, kuuluen lukuisten julkaisujen mukaan maailman arvostetuimpiin ja ihailluimpiin yhtiöihin. HSBC on tutkielman kirjoittamisen aikaan ostamassa Taiwanilaista The Chinese Bank –pankkia, ja se on vahvasti mukana myös Kiinan markkinoilla. (HSBC 2008.)

5.1. Syitä Vodafonen ja HSBC:n valintaan

Tässä tutkielmassa on päädytty testaamaan hinnoittelumallien pätevyyttä kahden yksittäisen yhtiön myyntioptioilla. Syy siihen, miksei tutkielmassa käytetä esim. jotain indeksioptiota, piilee siinä, että Lontoon johdannaispörssissä ei käydä kauppaa amerikkalaisilla indeksioptioilla vaan ainoastaan eurooppalaisilla. Muun muassa sata suurta yritystä sisältävä FTSE 100 indeksioptio on toteutustyypiltään eurooppalainen. Indeksioption käyttö olisi mielekkäämpää, koska niillä käydään yleensä kauppaa huomattavasti enemmän kuin yksittäisen yhtiön optioilla. Kuitenkin, yksittäisten yhtiöiden optioiden käyttäminen mahdollistaa ehkä hieman monipuolisemman analyysin, koska vertailua voidaan suorittaa myös yhtiökohtaisesti. Osinkojen vaikutusta on myös mielekkäämpää tutkia yksittäisillä yhtiöillä kuin indeksillä, koska indeksille ei makseta osinkoa samalla tavalla kuin yksittäiselle osakkeelle.

Analyysin luotettavuuden näkökulmasta voidaan sanoa, että yksittäisiä yhtiöitä saisi olla useampikin kuin kaksi. Tämä johtaisi kuitenkin helposti niin suureen havaintomäärään, ettei se olisi tutkielman laajuus ja taso huomioon ottaen enää mielekästä. Havaintomäärä asettuu esikäsittelyn jälkeenkin useaan tuhanteen jo näiden kahden yhtiön sopimuksilla, kun havaintoja kerätään kahden vuoden ajalta. Tämä on katsottu riittäväksi määräksi tutkielman tarpeisiin, vaikka data jaetaankin tutkimuksessa useaan eri luokkaan tutkittavien tekijöiden mukaan. Kahden vuoden tarkastelujakso takaa sen, että ajanjaksolle osuu useampi osingonjako, koska Vodafone maksaa osinkoa puolivuosittain ja HSBC neljä kertaa vuodessa.

Vodafonen ja HSBC:n valinnan keskeisin syy on kaupankäynnin volyymissä. Lontoon johdannaispörssissä ne ovat selvästi viiden vaihdetuimman sopimuksen joukossa. Tämä on erityisen tärkeää datan luotettavuuden kannalta, koska suuri kaupankäyntivolyymi takaa pitkälti hintanoteerausten luotettavuuden. Kummankin yhtiön myyntioptioilla on käyty kauppaa useamman vuoden ajan, joten ne ovat jo vakiinnuttaneet asemansa markkinainstrumentteina. Edelleen yhtiöt edustavat selkeästi eri toimialoja, jolloin toimialakohtaisten tekijöiden vaikutusta voidaan paremmin kontrolloida. Molemmat yhtiöt maksavat säännöllisesti osinkoa, mikä mahdollistaa osingonjaon hintavaikutuksen monipuolisen tutkimisen.

5.2. Aineiston muokkaus

Optioaineisto on kerätty Vaasan yliopiston tilaamasta Lontoon johdannaispörssin tietokannasta, joka sisältää Lontoon johdannaispörssin osake- ja indeksijohdannaisten päivädataa 1980-luvulta aina vuoden 2005 loppuun saakka. Tutkimuksen kohteena oleva otos aineistosta sisältää edellä mainittujen Vodafonen ja HSBC:n osakeoptioiden markkinadataa vuosilta 2004 ja 2005. Havaintoaineisto on luokiteltu sarakkeittain ja sisältää seuraavat muuttujat: Time Stamp, Call/Put, Strike, Open, High, Low, Close, Volume, Open Interest, Underlying, Volatility ja ATM Volatility. Time Stamp –muuttuja ilmoittaa havainnon päivämäärän, Call/Put option tyypin ja Strike toteutushinnan. Open, High, Low ja Close ilmoittavat järjestyksessä kyseisen kaupankäyntipäivän avaushinnan, korkeimman ja alimman noteerauksen sekä päivän päätöshinnan. Volume ilmoittaa sopimuksella käydyn kaupan määrän kappaleina ja Open Interest taas avoinna olevien vastuiden määrän. Underlying-muuttuja kertoo option kohde-etuuden, eli tässä tapauksessa yhtiön osakkeen, hinnan. Volatility ja ATM-Volatility –muuttujat ovat osakkeen implisiittisen volatiliteetin mittareita, jotka eroavat toisistaan hieman laskentaperiaatteiltaan. Volatility-muuttuja ilmoittaa Black76-mallilla lasketun yksinkertaisen implisiittisen volatiliteetin, kun taas ATM Volatility –muuttujan laskemisessa on käytetty kahta eri implisiittistä volatiliteettia, joiden avulla lasketaan eräänlainen painotettu volatiliteetti tasa-optiolle.

Lontoon johdannaispörssissä yksi optio antaa oikeuden 1000 alla olevaan osakkeeseen. HSBC:n ja Vodafonen optiot kuuluvat molemmat ns. maaliskuun sykliin, jolloin optioiden toteuttamiskuukausiin kuuluu kolme lähintä kuukautta syklistä, johon kuuluu maaliskuu, kesäkuu, syyskuu ja joulukuu. Optiot on toteutettava kellonaikaan 17:20 mennessä minä tahansa arkipäivänä, paitsi viimeisenä kaupankäyntipäivänä, jolloin optio on toteutettava kellonaikaan 18:30 mennessä. Optiolla voi käydä kauppaa toteuttamiskuukauden kolmanteen perjantaihin kello 16:30 saakka. Selvityspäivä on neljäs arkipäivä viimeisestä kaupankäyntipäivästä lukien. Optioiden hinnat noteerataan penneissä ja yksi penni on Englannin punnan sadasosa. Molemmilla optioilla hinnan pienin mahdollinen muutos on 0,5 penniä. (Euronext 2008.)

Aineistossa on käytetty myös muita muuttujia, jotka on hankittu eri lähteistä. Riskitön korko on 12 kuukauden Euribor, jonka arvot vuosilta 2004 ja 2005 on saatu suoraan Euroopan keskuspankin tietokannasta. Osakkeiden jakamia osinkoja koskevat tiedot on hankittu kunkin yrityksen omista tilastoista, joiden pohjalta on laskettu suhteelliset osingonjakoprosentit osakkeen hintanoteerauksia hyväksi käyttäen. Option maturiteetin pituus on laskettu Lontoon johdannaispörssin option toteutusta koskevien määräysten pohjalta. Black-Scholes – ja binomimallin arvot option hinnalle on laskettu Optdrv32-funktion avulla, joka on esitelty tarkemmin liitteessä 1. Johnsonin / Blomeyerin mallin arvot on laskettu Optdrv32-funktiota ja taulukkolaskentaohjelman omia funktioita apuna käyttäen, siten kuin malleja koskevissa tutkimuksissa on esitetty.

Historiallisen volatiliteetin laskemiseksi vaadittavat osakkeiden hintahistoriat on hankittu Yahoo! Finance –palvelusta (Yahoo! 2008). Hintahistoriassa on huomioitu osingonjaon ja osakkeiden jakamisen vaikutukset hintaan. Itse volatiliteetti on laskettu suhteellisten hinnanmuutosten keskihajontana kutakin tarkastelupäivää edeltäneiden 30 päivän ajalta, mikä on kompromissi lyhyen ja pitkän volatiliteetin välillä. Näin saatu arvo on lisäksi annualisoitu kertomalla se pörssipäivien neliöjuurella. Pidemmän aikajakson käyttö olisi perusteltua niiden optioiden kohdalla, joiden maturiteetti on useita kuukausia. Edelleen muutaman päivän maturiteettien yhteydessä paras ratkaisu olisi käyttää vastaavalta ajalta laskettua volatiliteettia. Volatiliteetin pituuden määräytyminen maturiteetin mukaan olisi kuitenkin työlästä toteuttaa taulukkolaskentaohjelmassa, minkä vuoksi 30 päivän arvoa käytetään kaikilla maturiteeteilla. Maturiteetin mukaan määräytyvän volatiliteetin pituuden käytössä on myös omat luotettavuusongelmansa, koska erittäin lyhyeltä ajalta laskettu arvo saattaa helposti olla joko erittäin suuri tai erittäin pieni.

Muokkaamaton havaintoaineisto sisältää vaikuttavan määrän havaintoja, kaiken kaikkiaan 180 980 kappaletta. Tämä luku sisältää kuitenkin lukuisia osto-optioiden noteerauksia, joita ei tässä tutkielmassa käsitellä. Lisäksi aineistossa on useita myyntioptiosopimuksia, joilla ei ole käyty kauppaa lainkaan, jolloin hintanoteerauksen luotettavuus on kyseenalainen. Havaintoaineiston laajuuden kohtuullistamiseksi ja luotettavuuden parantamiseksi sitä on esimuokattu useilla eri filttereillä. Ensimmäinen filtteri rajaa aineiston koskemaan ainoastaan myyntioptioita koskevia havaintoja. Toinen filtteri poistaa sellaiset havainnot, joissa option arvo on nolla. Kolmas filtteri määrää kaupankäynnin volyymin nollaa suuremmaksi, jolloin sopimukset, joilla ei ole käyty kauppaa, eivät aiheuta tilastollisia poikkeamia. Neljäs filtteri liittyy avoimien vastuiden määrään, jonka täytyy olla suurempi kuin nolla. Tälläkin pyritään minimoimaan tilastollisten poikkeamien esiintymistä. Viides filtteri rajaa option maturiteetin maksimissaan kalenterivuoden mittaiseksi. Kuudes filtteri poistaa havainnot, joiden maturiteetin ajalle osuu useampi kuin yksi osinko. Näiden muokkausten jälkeen havaintoaineiston koko kutistuu moninkertaisesti ja lopullinen otos sisältää 4071 havaintoa, joka on edelleen vähintäänkin riittävä määrä tutkielman tarkoitusperiä ajatellen. Näiden esimuokkausten lisäksi aineistoa on toki järjestelty uudestaan erilaisten testien vaatimaan muotoon, mutta havaintomäärä pysyy vakiona joka vaiheessa.

Tarkastelu on rajoitettu sellaisiin havaintoihin, joiden maturiteetin ajalle osuu maksimissaan yksi osinko. Tämä rajaus on tarpeellinen, koska Johnsonin / Blomeyerin malli ei pysty useampia osinkoja käsittelemään. Osinkojen koko ei kuitenkaan ole vakio, joten sinänsä rajaus ei vaikuta osinkojen vaikutuksen arviointiin.

5.3. Tilastollisista tunnusluvuista ja testeistä

Tilastolliset testit jakaantuvat kahteen eri osaan. Ensimmäisen hypoteesin testaamisessa käytetään perinteisen deskriptiivisen tilastotieteen menetelmiä, joista tärkeimpiä ovat otoksen mediaani, aritmeettinen keskiarvo ja keskihajonta. Kaikista käytettävistä tunnusluvuista käytetään otosversioita, jolloin ne suhteutetaan yhdellä yksiköllä vähennettyyn otosmäärään. Tunnuslukuja käytetään hinnoittelumallien hinnoitteluvirheen suuruuden ja hajonnan analysointiin. Lisäksi t-testillä selvitetään poikkeaako mallien hinnoitteluvirheen otoskeskiarvo tilastollisesti merkitsevästi nollasta.

Lukujonon aritmeettinen keskiarvo on jonon jäsenten summa jaettuna sen jäsenten lukumäärällä. Kun tarkastelun kohteena on otos jostain populaatiosta, puhutaan otoskeskiarvosta. Keskiarvo voidaan ilmaista matemaattisesti siten, että

(71) $$\bar{\chi} = (\chi_1 + \Lambda + \chi_n)/n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\chi_i \,,$$

missä $\bar{\chi}$ on otoskeskiarvo ja n havaintojen lukumäärä. Mediaani on keskiluku, joka on järjestetyn joukon keskimmäinen alkio. Joukon alkiot, tai tilastotieteellisessä kielenkäytössä havainnot, on mitattava vähintään ordinaaliasteikolla. Jos alkioiden määrä on parillinen, mediaaniksi lasketaan usein kahden keskimmäisen luvun keskiarvo tai ilmoitetaan molemmat alkiot. Hajontaluku on tilastotieteessä aineiston vaihtelun eli hajonnan mitta. Hajontaluku on reaaliluku, joka saa suuren arvon kun aineistossa on paljon vaihtelua. Jos aineistossa ei ole vaihtelua eli havainnot ovat samoja, saa se arvon nolla. Yleisimmät hajontaluvut ovat varianssi ja keskihajonta. Varianssi ilmaistaan matemaattisesti siten, että

(72) $$Var(\chi) = \sigma_{\chi}^{2} = \mathrm{E}\left[(\chi - \mu)^2\right],$$

missä χ on satunnaismuuttuja ja μ sen odotusarvo. Keskihajonta on yksinkertaisesti varianssin neliöjuuri, ja se kuvaa todennäköisintä poikkeamaa odotusarvosta. Otoksen $(\chi_1, \Lambda\ , \chi_n)$ keskihajonnan harhaton estimaatti on

(73) $$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\chi_i - \bar{\chi})^2}{n-1}}$$. (Aczel & Sounderpandian 2006: 31–42.)

Studentin t-testi on mikä tahansa tilastollinen testi, joka noudattaa Studentin t-jakaumaa nollahypoteesin voimassa ollessa. T-testi on yksi käytetyimmistä tilastollisista testeistä. Sillä testataan normaalijakautuneiden satunnaismuuttujien keskiarvoja. Testi suoritetaan laskemalla t-arvo, jota verrataan t-jakaumasta poimittuun raja-arvoon, jonka suuruus riippuu valitusta merkitsevyystasosta. Yleensä merkitsevyystasoksi valitaan 0,05, jolloin kaksisuuntaisen testin raja-arvo lähestyy lukua 1,96 otoskoon kasvaessa. Testisuure saa suuren arvon, kun muuttujan keskiarvo on kaukana nollahypoteesista ja muuttujan vaihtelu on pientä annetulla otoskoolla. Tässä tutkielmassa t-testiä käytetään lähinnä kolmeen eri tarkoitukseen:

1. Testataan nollahypoteesia, jonka mukaan kahden normaalijakautuneen muuttujan keskiarvot ovat samat. T-testistä on eri versiot riippuen siitä, ovatko ryhmät riippumattomat toisistaan tai parittaisia.

2. Testataan, onko normaalijakautuneen muuttujan keskiarvo sama kuin testattava nollahypoteesin arvo.

3. Testataan, onko regressiokerroin merkitsevästi nollasta poikkeava.

T-testi edellyttää, että testattavat muuttujat ovat normaalijakautuneita, ja mikäli muuttujia on useita, niin myös riippumattomia toisistaan. Mikäli näin ei ole, niin testi on harhainen, eikä sitä voida pitää luotettavana. Yhden otoksen (muuttujan) testissä testattava nollahypoteesi on

(74) $$H_0 = \mu_X = \mu_0,$$

missä μ_X on testattavan satunnaismuuttujan keskiarvo ja μ_0 on valittu nollahypoteesi. Testisuure on tällöin

(75) $$t = \frac{\bar{\chi} - \mu_0}{SE},$$

missä

(76) $$SE = \sqrt{Va\bar{r}(\chi)/n},$$

ja se noudattaa t-jakaumaa vapausasteella $n-1$. Kahden otoksen (muuttujan) testissä testattava nollahypoteesi on

(77) $$H_0 = \mu_X = \mu_\gamma,$$

ja testisuure on

(78) $$t = \frac{\bar{\chi} - \bar{\gamma}}{SE},$$

missä

(79) $$SE = \sqrt{Va\bar{r}(\chi)/n_\chi + Var(\gamma)/n_\gamma}.$$

Testisuure noudattaa t-jakaumaa vapausasteella $n_{\chi} + n_{\gamma} - 2$, mikäli jakaumien varianssit ovat samat. (Aczel ym. 2006: 278–323.)

5.4. Regressioanalyysi

Regressioanalyysillä tarkoitetaan tilastotieteellistä tekniikkaa, joka tutkii selitettävän muuttujan suhdetta yhteen tai useampaan selittävään muuttujaan. Regressioanalyysi mahdollistaa havaintoaineiston tutkimisen ilman, että havaintoaineiston synnyttäneistä prosesseista tarvitsee tehdä mitään oletuksia. Regressioanalyysin pääkäyttötarkoitus on kausaalisten riippuvuussuhteiden ennustamisessa ja mallintamisessa. Regressioanalyysia käytettäessä joudutaan yleensä tekemään tiettyjä oletuksia havaintoaineiston rakenteesta riippuen siitä, millaista tilastotieteellistä mallia analyysissa sovelletaan. (Aczel ym. 2006: 427–487.)

Regressioanalyysin sydän on regressioyhtälö, joka sisältää regressoitavat parametrit, joiden arvot estimoidaan havaintoaineistosta. Nämä estimoidut parametrit mittaavat selitettävän muuttujan riippuvuutta selittävistä muuttujista. Selitettävä muuttuja mallinnetaan satunnaismuuttujana, koska sen arvoon oletetaan liittyvän joko ulkoista tai sisäistä epävarmuutta. Havaintoaineisto oletetaan otokseksi kulloinkin kyseessä olevasta populaatiosta tai todennäköisyysjakaumasta, jonka yleensä oletetaan lisäksi olevan normaalisti jakautunut. (Aczel ym. 2006: 427–487.)

Yhden selittävän muuttujan lineaarinen regressioyhtälö saa seuraavan muodon

(80) $$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i ,$$

missä α on vakiotermi, β on regressiokerroin ja ε_i on virhetermi, joka kuvaa selitettävän muuttujan y_i sisältämää selittämätöntä vaihtelua. Virhetermi oletetaan yleensä normaalisti jakautuneeksi. Muuttujat x_i ja y_i sisältävät kaikki havaintoaineiston havainnot, α ja β ovat tuntemattomia parametreja, jotka estimoidaan havaintoaineistosta. Tuntemattomien parametrien estimaattien selvittämiseen on useitakin eri tapoja, joista yksi yleisimmistä lienee pienimmän neliösumman menetelmä. Menetelmän nimi juontaa juurensa siitä, että se etsii ne tuntemattomat parametrit, jotka minimoivat neliövirheen summan havaintoaineistossa. Tuntemattomien parametrien α ja β estimaatteja merkitään yleensä kirjaimin a ja b. Voidaan näyttää, että pienimmän neliösumman estimaatit saadaan seuraavien yhtälöiden avulla

(81) $$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

ja

(82) $$a = \bar{y} - b\bar{x},$$

missä $\bar{x}$ on arvojen x_i keskiarvo ja $\bar{y}$ vastaavasti arvojen y_i keskiarvo. Regressioyhtälöön on helposti lisättävissä useampia selittäviä muuttujia, jolloin puhutaan monen muuttujan regressiosta (Aczel ym. 2006: 427–487.).

Suoritettaessa regressioanalyysia pienimmän neliösumman menetelmällä, joudutaan tekemään muutamia rajoittavia oletuksia havaintoaineiston rakenteesta. Mikäli oletukset eivät täyty, on hyvin mahdollista, että regression estimaatit ovat harhaisia, jolloin analyysin tulokset eivät ole luotettavia. Yleensä tehdään seuraavat oletukset:

1. Virhetermit ovat satunnaisia ja normaalisti jakautuneita.
2. Virhetermit eivät korreloi keskenään.
3. Virhetermit ovat homoskedastisia eli niiden varianssi on vakio.
4. Selittävät muuttujat eivät korreloi virhetermin kanssa.
5. Selittävien muuttujien välillä ei ole täydellistä lineaarista riippuvuutta. (Aczel ym. 2006: 427–487.)

Regression tuloksia tulkittaessa tärkeässä roolissa ovat erilaiset tunnusluvut. Regressiomallin hyvyyttä arvioidaan yleensä selitysasteella R^2, joka kertoo kuinka suuren osan selitettävän muuttujan vaihtelusta selittävät muuttujat selittävät. Mallin hyvyyttä voidaan selvittää myös residuaalikuvioilla sekä ANOVA-taulukolla. Mallin tilastollista merkitsevyyttä voidaan testata F-testillä, joka testaa kaikkien regressiokertoimien merkitsevyyttä sekä t-testeillä, joilla arvioidaan yksittäisten kertoimien merkitsevyyttä. Nämä tunnusluvut ovat vahvasti riippuvaisia edellä esitetyistä oletuksista, joten oletuksien täyttyminen on välttämätön ehto tunnuslukujen luotettavuudelle. (Aczel ym. 2006: 427–487.)

6. HYPOTEESIEN TESTAAMINEN

Hypoteesien testaamisessa edetään ensimmäisessä kappaleessa esitettyjen hypoteesien mukaisessa järjestyksessä. Testaaminen aloitetaan ensimmäisestä hypoteesista, jonka mukaan amerikkalaisten mallien tulisi antaa johdonmukaisesti tarkempia estimaatteja option markkinahinnalle kuin B-S -mallin. Kuitenkin kaikkien mallien tulisi hypoteesin mukaan aliarvioida markkinahintoja. Tulokset esitetään ensin malleittain, minkä jälkeen malleja arvioidaan keskenään.

Regressioanalyysin avulla testataan toista hypoteesia, jonka mukaan kaikkien mallien hinnoitteluvirheet pienenevät rahaisuusasteen kasvaessa. Maturiteetin pidentymisellä ja käteisosingoilla tulisi olla päinvastainen vaikutus.

Edelleen regressioanalyysiä hyväksi käyttäen testataan kolmatta hypoteesia, jonka mukaan mallien keskinäinen ero kasvaa amerikkalaisten mallien hyväksi plus-optioilla ja maturiteetin pidentyessä sekä pienenee, jos maturiteetin aikana maksetaan osinkoja. Binomimallin ja Johnsonin approksimaation tulisi antaa tilastollisesti samansuuntaisia tuloksia.

6.1. Hinnoitteluvirheiden suunta ja mallien keskinäinen paremmuus

Mallien hinnoitteluvirheiden suuntaa arvioidaan laskemalla kunkin hintaestimaatin prosentuaalinen poikkeama markkinahinnasta. Poikkeama saa matemaattisen muodon

(83) $$Y = \left(P_{MAR} - P_{MAL}\right) / P_{MAR} * 100,$$

missä P_{MAR} on markkinahinta ja P_{MAL} mallin antama estimaatti. Markkinahintana käytetään kunkin päivän päätösnoteerausta. Liitteessä 2 on lisäksi esitetty mallien itseisarvoiset prosentuaaliset poikkeamat, joista saa paremman kuvan poikkeamien suuruudesta. Poikkeamat jaetaan lisäksi ryhmiin sen mukaan, onko kyseessä plus- vai miinus-optio, jolloin on mahdollista suorittaa monipuolisempaa vertailua. Nämä ryhmät muodostetaan siten, että

(84) $$Z = \left(\frac{X - S}{X}\right) * 100\%,$$

missä X on toteutushinta ja S osakkeen hinta. Tällöin optio on plus-optio, mikäli muuttuja Z saa arvon väliltä $]0\,;\infty[$ ja miinus-optio, mikäli muuttuja saa arvon väliltä $]-\infty\,;0[$. Tasa-optioita ei arvioida erikseen, koska niiden lukumäärä on huomattavan pieni, eikä mielivaltainen jaottelu rahaisuusasteen perusteella ole mielekästä. Hinnoitteluvirheitä olisi mahdollista arvioida myös valuuttamääräisesti, jolloin poikkeamat ilmoitettaisiin penneinä, mutta tällöin menetettäisiin eri osahavaintoaineistojen yhteismitallisuus, koska hintataso vaihtelee tarkasteluvuoden ja yrityksen mukaan. Tällöin valuuttamääräisessä arvioinnissa korkeamman hintatason poikkeamat saavat suuremman painon, koska niillä valuuttamääräiset poikkeamat ovat väistämättä suurempia kuin alemmalla hintatasolla.

Mallien keskinäistä paremmuutta testataan Wilcoxonin Z-testillä, jota ovat käyttäneet mm. French (1984), Sundkvist (2000) ja Vikström (2001). Testi on luonteeltaan ei-parametrinen ja sopii siksi hyvin hinnoittelumallien suhteellisen paremmuuden arviointiin. Testin toteuttamista varten aineistosta laskettiin ensiksi kunkin mallin itseisarvoiset suhteelliset poikkeamat siten, että

(85) $$|Y| = |(P_{MAR} - P_{MAL})/P_{MAR}| * 100\,.$$

Lisäksi laskettiin itseisarvoisten suhteellisten poikkeamien erotukset pareittain siten, että

(86) $$D = |Y|_{MAL1,\,i} - |Y|_{MAL2,\,i}\,, \qquad i = 1, 2, \ldots, 4071\,.$$

Erotuksella D testataan, kumpi malleista suoriutuu kokonaisuudessaan paremmin. Wilcoxonin Z-testi järjestää erotukset siten, että pienin erotus saa järjestysarvon 1 ja laskee positiivisten ja negatiivisten erotusten järjestysarvojen summat. Mikäli negatiivisten erotusten järjestysarvojen summa on suurempi, niin ensimmäinen malli on parempi ja päinvastaisessa tapauksessa jälkimmäinen malli on parempi.

Wilcoxonin Z-testi on kahden otoksen t-testiä parempi valinta hinnoitteluvirheiden arviointiin, koska se ei edellytä otoksen normaalisuutta. Wilcoxonin Z-testi olettaa ainoastaan, että erotukset ovat toisistaan riippumattomia ja noudattavat jotain jatkuvaa jakaumaa, joka on mediaanin suhteen symmetrinen. Testattava nollahypoteesi on

(87) $$H_0 : \theta = 0\,,$$

missä θ on erotusten mediaani.

B-S -mallin hintaestimaatit on laskettu käyttäen Microsoft Excel -funktiota Optdrv32. Maturiteetin aikana maksetut käteisosingot on käsitelty vähentämällä osinkojen diskontattu arvo osakkeen hinnasta. Johnsonin / Blomeyerin mallin (myöh. JB-malli) arvot on laskettu edellä kappaleessa 3.4. esitetyllä tavalla siten, että tarvittavat muuttujat on ohjelmoitu taulukkopohjaan. Niissä tapauksissa, joissa osakkeen tarkasteluhetken hinta on pienempi kuin teoreettinen kriittinen hinta, kyseisen option arvoksi on asetettu sen perusarvo. Tämä on loogista, koska mikäli osakkeen hinta on kriittistä arvoa pienempi, niin optio olisi tällöin tullut jo toteuttaa, jolloin hinnan täytyy olla perusarvon suuruinen. Sillä, että optiota ei ole toteutettu, vaikka osakkeen hinta on alle kriittisen arvon, on oma merkityksensä, johon ei kuitenkaan tämän tutkielman puitteissa puututa. Binomimallin arvot on laskettu B-S -mallin tapaan Optdrv32-funktiolla, osinkoprosenttia hyväksi käyttäen.

6.1.1. B-S -malli

Taulukossa 4 on esitetty yhteenveto markkinahintojen ja B-S -mallin estimaattien prosentuaalisista poikkeamista. Sarakkeen Y alla oleva ensimmäinen luku on kyseisen havaintoaineiston osan mediaani ja toinen luku on keskiarvo. Vahvennetun t-arvon vieressä on merkintä I, mikäli t-arvo on merkitsevä yhden prosentin merkitsevyystasolla, merkintä II, mikäli t-arvo on merkitsevä viiden prosentin merkitsevyystasolla. Mikäli t-arvon vieressä ei ole mitään merkintää, se ei ole merkitsevä yhden eikä viiden prosentin merkitsevyystasolla. Sarakkeen N alla on kunkin havaintoaineiston osan yhteenlaskettu havaintomäärä. Sama logiikka pätee kahden muun mallin yhteenvetotaulukoissa.

Poikkeamien mediaanit mukailevat hypoteesia, jonka mukaan mallin estimaattien tulisi aliarvioida markkinahintoja. Kaikki mediaanit ovat selvästi positiivisia. Huomionarvoista on se, että plus-optioiden hinnoitteluvirhe on huomattavasti pienempi kuin miinus-optioiden. Kaikkien plus-optioiden hinnoitteluvirhe on vain 12 % miinus-optioiden mediaanivirheestä. Liitteessä 2 esitetyille itseisarvoisille virheille lukema on 17 %. Tälle löytyy luonteva selitys, kun otetaan huomioon, että plus-option arvon täytyy olla melko lähellä option perusarvoa, jolloin hinnan estimointi on huomattavasti helpompaa. Samasta syystä miinus-optioiden hinnoitteluvirhe on selvästi suurempi, koska niiden arvo koostuu kokonaan aika-arvosta. HSBC:n vuoden 2005 havaintoaineistossa hinnoitteluvirheiden mediaanit ovat kaikkein suurimmat, mikä saattaa johtua suurista osinkoprosenteista. Vikström (2001: 6–7) on todennut, että vaikka osingonjako pienentää ennenaikaisen toteuttamisen arvoa, niin se ei silti yksinkertaista amerikkalaisen myyntioption hinnan estimointia, vaan tekee siitä hankalampaa.

Taulukko 4. B-S -mallin prosentuaaliset mediaani- ja keskiarvovirheet.

Yhteenveto markkinahintojen ja B-S -mallin estimaattien eroista
Mediaani ja keskiarvo muuttujalle Y=(P(MAR)-P(MAL))/P(MAR)*100

	Kaikki optiot			Miinus-optiot			Plus-optiot		
	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N
Kaikki optiot	12,013		4071	32,586		1935	3,920		2092
	17,881	**34,627** I		32,610	**35,816** I		4,252	**12,570** I	
Vodafone 2004	9,320		1511	25,994		663	4,402		828
	16,558	**28,606** I		29,592	**27,927** I		6,128	**19,938** I	
Vodafone 2005	7,054		895	27,243		341	2,559		536
	0,621	**0,427**		5,817	**1,699**		-3,400	**-3,284** I	
HSBC 2004	13,213		984	33,090		533	2,732		449
	24,160	**25,790** I		39,862	**29,077** I		5,570	**14,647** I	
HSBC 2005	28,678		681	47,854		398	8,898		279
	34,424	**29,843** I		50,884	**36,565** I		11,261	**13,954** I	

Siirryttäessä hinnoitteluvirheiden keskiarvoihin, tulokset ovat pitkälti samansuuntaisia. Keskiarvot ovat positiivisia, joten hypoteesi hinnoitteluvirheen suunnasta toteutuu. Kaikki t-arvot ovat tilastollisesti merkitseviä yhden prosentin merkitsevyystasolla, lukuun ottamatta Vodafonen vuoden 2005 miinus-optioita ja saman aineiston kaikkia optioita. Vodafonen vuoden 2005 havaintoaineisto muodostaa lisäksi osittaisesta tilastollisesta merkitsevyydestään huolimatta poikkeuksen, koska sen keskiarvo plus-optioille on negatiivinen ja keskiarvot kaiken kaikkiaan hyvin pieniä. Yksi selitys tälle on poikkeukselliset osingot, jotka saavat mallin yliarvioimaan osaa optioiden hintoja, mikä taas vetää keskiarvoa lähemmäs nollaa. Tähän viittaisi vahvasti myös liitteessä 2 esitetty taulukko itseisarvoisista hinnoitteluvirheistä, jossa em. osahavaintoaineiston keskiarvovirheet ovat selvästi positiivisia. Joka tapauksessa, keskiarvolukemiin tulee aina suhtautua varauksella, koska muutama selvästi poikkeava havainto saattaa vaikuttaa keskiarvoon merkittävästi. Saman seikan ovat ottaneet esille myös Blomeyer ym. (1988: 17).

Liitteen 2 itseisarvoisista poikkeamista voidaan myös havaita, että vuoden 2005 keskivirheet ovat sekä Vodafonen että HSBC:n tapauksessa vuoden 2004 keskivirheitä suurempia. Mahdollisia selityksiä tälle ovat esim. muutokset osinkoprosentissa ja volatiliteetissa.

Kaiken kaikkiaan voidaan todeta, että B-S -mallin antamat estimaatit toteuttavat hypoteesin, jonka mukaan mallin estimaattien tulisi aliarvioida markkinahintoja. Vodafonen vuoden 2005 havaintoaineistoa lukuun ottamatta tulokset ovat sekä mediaanilla että keskiarvolla mitattuna hyvin yhdenmukaisia. Lisäksi voidaan todeta, että plus-optioilla hinnoitteluvirhe on huomattavasti pienempi kuin miinus-optioilla.

6.1.2. Johnsonin / Blomeyerin malli

Taulukossa 5 on esitetty JB-mallin prosentuaaliset mediaani- ja keskiarvovirheet. Mediaanivirheillä harhan suunta on kaikissa osa-aineistoissa hypoteesin mukainen eli malli aliarvioi markkinahintoja. Poikkeuksen muodostaa taas Vodafonen vuoden 2005 keskiarvovirheet, joissa harhan suunta on osittain ristiriidassa hypoteesin kanssa. Kuten edellä jo kuitenkin todettiin, niin tämä poikkeus johtuu todennäköisesti siitä, että malli yliarvioi osaa hinnoista, koska itseisarvoiset virheet ovat selvästi positiivisia. Tätä yliarviointia tuntuisi tapahtuvan etenkin plus-optioilla. Mallin hinnoitteluvirhe on plus-optioilla merkittävästi pienempi kuin miinus-optioilla, sillä kaikkien plus-optioiden mediaanivirhe on ainoastaan 4,4 % miinus-optioiden virheestä. Itseisarvoisilla virheillä sama lukema on 14,4 %. Tähän annettiin selitys jo B-S -mallin tuloksien yhteydessä. Keskiarvovirheet johtavat täysin samaan tulkintaan, joskin ne ovat kautta linjan mediaanivirheitä suurempia.

Liitteen 2 itseisarvoisista poikkeamista voidaan tehdä sama havainto kuin B-S -mallin kohdalla siitä, että vuoden 2005 keskivirheet ovat sekä Vodafonen että HSBC:n tapauksessa vuoden 2004 keskivirheitä suurempia. Tämä vahvistaa käsitystä siitä, että mahdollisesti osinkoprosentin tai volatiliteetin muutoksista johtuen vuoden 2005 hintaestimaatit ovat epätarkempia.

Liitteen 2 itseisarvoisia lukemia tarkasteltaessa havaitaan myös, että varsinkin plus-optioiden estimaatit ovat huomattavasti lähempänä markkinahintaa kuin B-S -mallin vastaavat. Kaikkien myyntioptioiden mediaanivirhe on 94 % B-S -mallin virheestä. Miinus- ja plus-optioille vastaavat lukemat ovat 98,5 ja 76 %. Kaikki itseisarvoiset keskiarvovirheet ovat tilastollisesti merkitseviä yhden prosentin merkitsevyystasolla, joten harha on tälläkin mallilla merkittävä.

Taulukko 5. JB-mallin prosentuaaliset mediaani- ja keskiarvovirheet.

Yhteenveto markkinahintojen ja Johnsonin / Blomeyerin estimaattien eroista
Mediaani ja keskiarvo muuttujalle Y=(P(MAR)-P(MAL))/P(MAR)*100

	Kaikki optiot			Miinus-optiot			Plus-optiot		
	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N
Kaikki optiot	10,326		4071	31,960		1935	1,398		2092
	16,801	**32,002** I		32,078	**34,903** I		2,670	**7,6709** I	
Vodafone 2004	7,822		1511	25,289		663	1,997		828
	15,393	**26,162** I		28,953	**27,078** I		4,538	**14,795** I	
Vodafone 2005	4,048		895	26,014		341	0,040		536
	-0,881	**-0,601**		4,827	**1,398**		-5,236	**-5,086** I	
HSBC 2004	12,435		984	33,084		533	0,964		449
	23,566	**24,662** I		39,620	**28,732** I		4,557	**9,726** I	
HSBC 2005	28,052		681	47,790		398	4,822		279
	33,392	**27,940** I		50,535	**35,913** I		9,277	**9,975** I	

Ennustamisvirheiden suuruudesta voidaan päätellä, että JB-mallin paremmuus B-S -malliin verrattuna kasvaa plus-optioilla. Tätä tulosta tarkastellaan lähemmin regressioanalyysin yhteydessä, mutta todettakoon sen olemassaolo jo tässä vaiheessa. Markkinahintaan suhteutettuna JB-mallin mediaanivirhe plus-optioilla on n. 1,5 % pienempi ja keskiarvovirhe n. 2,5 % pienempi kuin B-S -mallilla. Vodafonen vuoden 2005 havaintoaineistosta riippumatta voidaan sanoa, että kokonaisuudessaan JB-malli toteuttaa hypoteesin, jonka mukaan mallin tulisi aliarvioida myyntioptioiden hintoja.

6.1.3. Binomimalli

Taulukon 6 tulokset binomimallin hinnoitteluvirheistä ovat hypoteesin mukaisia. Kaikki mediaanivirheet ovat positiivisia, lukuun ottamatta Vodafonen vuoden 2005 havaintoaineistoa, jossa plus-optioiden mediaanivirhe on tasan nolla ja keskiarvovirhe negatiivinen. Näyttäisi siis siltä, että tämän kyseisen osa-aineiston kohdalla tapahtuu paljon myös markkinahinnan yliarviointia, koska keskiarvovirhe on osa-aineiston kaikille optioille negatiivinen, joskaan ei tilastollisesti merkitsevästi, ja itseisarvoiset virheet ovat selvästi positiivisia. Tätä poikkeusta lukuun ottamatta kaikki keskiarvovirheet ovat positiivisia ja t-arvot ovat tilastollisesti merkitseviä yhden prosentin tasolla.

Taulukko 6. Binomimallin prosentuaaliset mediaani- ja keskiarvovirheet.

Yhteenveto markkinahintojen ja binomimallin estimaattien eroista
Mediaani ja keskiarvo muuttujalle Y=(P(MAR)-P(MAL))/P(MAR)*100

	Kaikki optiot			Miinus-optiot			Plus-optiot		
	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N
Kaikki optiot	9,271		4071	30,928		1935	1,069		2092
	15,898	**30,347** I		31,199	**33,802** I		1,742	**5,256** I	
Vodafone 2004	6,811		1511	24,532		663	1,226		828
	14,718	**24,904** I		28,318	**26,309** I		3,832	**12,606** I	
Vodafone 2005	3,729		895	24,278		341	0,000		536
	-1,809	**-1,237**		3,625	**1,050**		-5,986	**-5,856** I	
HSBC 2004	11,780		984	32,538		533	0,697		449
	22,779	**23,901** I		38,871	**27,926** I		3,724	**9,996** I	
HSBC 2005	24,853		681	46,411		398	4,445		279
	31,849	**26,721** I		49,351	**34,654** I		7,192	**9,559** I	

Samoin kuin kahden edellisen mallin kohdalla, niin binomimallinkin itseisarvoiset virheet (liite 2) ovat vuoden 2005 havainnoissa suuremmat kuin vuoden 2004 havainnoissa. Sama on havaittavissa HSBC:n osalta myös taulukon 6 keskivirheissä, joten kyse on nimenomaan suuremmasta aliarvioinnista.

Kaikkien plus-optioiden hinnoitteluvirheen mediaani on ainoastaan 3,5 % kaikkien miinus-optioiden virheestä. Itseisarvoisilla virheillä sama lukema on 13,2 %. Keskiarvovirheillä tulkinta on samansuuntainen. Tässäkin tapauksessa hinnoitteluvirhe on huomattavasti pienempi plus-optioilla, mikä on edellä esitettyjen tulosten valossa odotettua.

Kaikkien optioiden itseisarvoinen hinnoitteluvirhe on 89,3 % B-S -mallin vastaavasta. Miinus- ja plus-optioille vastaavat lukemat ovat 96,4 ja 73,5 %. Kokonaisuudessaan binomimallin estimaatit ovat siis B-S -mallin vastaavia tarkempia ja ero korostuu selvästi plus-optioilla. Suhteessa markkinahintaan binomimallin mediaanivirhe kaikilla plus-optioilla on n. 2,8 % ja keskiarvovirhe n. 2,5 % pienempi kuin B-S -mallin. JB-malliin verrattuna binomimalli tuntuisi sekä prosentuaalisten että itseisarvoisten virheiden mukaan olevan hieman tarkempi, joskin suhteessa markkinahintaan erot ovat alle prosentin luokkaa.

Lopputuloksena binomimallin kohdalla todetaan, että hinnoitteluvirheet ovat kokonaisuudessaan hypoteesin mukaisia, eli malli tuntuisi aliarvioivan myyntioptioiden hintoja. Vodafonen 2005 osahavaintoaineistossa keskiarvovirheet kallistuvat negatiiviseen suuntaan, mutta ainoastaan plus-optioilla keskiarvovirheen t-arvo on merkitsevä. Kuitenkin, on selvää, että kyseisessä osa-aineistossa tapahtuu paljon myös hintojen yliarviointia. Tätä poikkeusta lukuun ottamatta tulokset ovat kuitenkin hyvin yhdenmukaisia, joten hypoteesi myyntioption hintojen aliarvioinnista voitaneen jättää voimaan.

6.1.4. Wilcoxonin Z-testi

Taulukossa 7 on esitetty Wilcoxonin Z-testin tulokset jaettuna samoihin luokkiin kuin edellä. BS-JB tarkoittaa B-S -mallin ja Johnsonin / Blomeyerin mallin välistä testiä, BS-BIN B-S -mallin ja binomimallin välistä testiä ja BIN-JB binomimallin ja Johnsonin / Blomeyerin mallin välistä testiä. Näiden määritysten alla on ensimmäisenä tummennetulla pohjalla se malli, joka testin mukaan antaa tarkempia estimaatteja markkinahinnalle. Mallin alla on ensin Wilcoxonin Z-testin testisuure, jonka alapuolella on testisuureen p-arvo. Kaikki testisuureet ovat negatiivisia johtuen SPSS -tilasto-ohjelman tavasta suorittaa testi sen mukaan, kumpien erotusten järjestysarvojen summa on suurempi.

Wilcoxonin Z-testin tulokset ovat suurimmaksi osaksi harvinaisen yksiselitteisiä. Kaikkia optioita tarkasteltaessa amerikkalaiset mallit ovat kaikissa tapauksissa B-S -mallia parempia, ts. antavat tarkempia estimaatteja markkinahinnalle. Kaikki arvot ovat selvästi merkitseviä yhden prosentin merkitsevyystasolla. Amerikkalaisten mallien keskinäisessä vertailussa binomimalli näyttäisi olevan selvästi parempi kuin JB-malli kaikkia optioita tarkasteltaessa.

Taulukko 7. Wilcoxonin Z-testi.

Mallien paremmuus Wilcoxonin Z-testi	Kaikki optiot			Miinus-optiot			Plus-optiot		
	BS-JB	BS-BIN	BIN-JB	BS-JB	BS-BIN	BIN-JB	BS-JB	BS-BIN	BIN-JB
Kaikki optiot	JB	BIN	BIN	JB	BIN	BIN	JB	BIN	BIN
	-27,785	-32,828	-22,067	-23,612	-25,879	-27,806	-18,990	-21,937	-2,736
	0,000	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**
Vodafone 2004	JB	BIN	BIN	JB	BIN	BIN	JB	BIN	BIN
	-22,068	-21,400	-14,494	-14,986	-15,092	-14,843	-17,081	-15,794	-6,304
	0,000	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**
Vodafone 2005	JB	BIN	BIN	JB	BIN	BIN	JB	BIN	JB
	-7,162	-8,101	-3,877	-4,321	-4,850	-7,695	-6,183	-6,080	-3,906
	0,000	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**
HSBC 2004	JB	BIN	BIN	JB	BIN	BIN	JB	BIN	BIN
	-15,759	-20,255	-16,142	-15,954	-16,535	-16,415	-8,302	-12,457	-4,740
	0,000	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**
HSBC 2005	JB	BIN	BIN	JB	BIN	BIN	JB	BIN	JB
	-11,538	-17,670	-9,515	-13,355	-15,603	-15,342	-5,810	-10,009	-0,212
	0,000	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,000**	**0,832**

Miinus-optioilla järjestys on täsmälleen sama kuin kaikkien optioiden tapauksessa. Binomimalli antaa tarkimpia estimaatteja ja B-S -malli epätarkimpia. JB-malli sijoittuu näiden kahden mallin väliin, koska sen estimaatit ovat tarkempia kuin B-S -mallin, mutta eivät yhtä tarkkoja kuin binomimallin. Kaikki testisuureet ovat merkitseviä yhden prosentin tasolla, joten tulokset ovat merkitsevyyden puolesta yksiselitteisiä. Plus-optioilla järjestys säilyy muuten samana, mutta JB-malli tuntuisi antavan kahdessa osa-aineistossa tarkempia estimaatteja kuin binomimalli. Vodafone 2005 ja HSBC 2005 aineistoissa JB-malli olisi testin mukaan tarkempi malli. HSBC 2005 aineistossa testisuure on tosin hyvin pieni, eikä ole merkitsevä millään järkevällä merkitsevyystasolla. Vodafone 2005 aineistossa testisuure on merkitsevä yhden prosentin tasolla, joten sen kohdalla JB-malli on testin mukaan tilastollisesti merkitsevästi parempi. Amerikkalaisten mallien keskinäisen suhteen osittainen muuttuminen plus-optioilla ei sinänsä ole yllättävää, koska varsinkin korkean rahaisuuden plus-optioiden arvot liikkuvat lähellä perusarvoa, jolloin amerikkalaisten mallien voi olettaa olevan melko tasaväkisiä.

Wilcoxonin Z-testillä oli tarkoitus testata, antavatko amerikkalaiset mallit johdonmukaisesti tarkempia estimaatteja myyntioptioiden markkinahinnalle kuin B-S -malli ja juuri esitettyjen tulosten perusteella tämä hypoteesi jää voimaan ilman poikkeuksia. Edellä esitettyjen mediaani- ja keskiarvotestien tulokset huomioon ottaen, kaiken kaikkiaan voidaan todeta, että ensimmäinen hypoteesi jää kokonaisuudessaan voimaan. Kaikki kolme mallia aliarvioivat myyntioptioiden hintoja, kuitenkin siten, että JB-malli ja binomimalli tuottavat tilastollisesti merkitsevästi tarkempia estimaatteja kuin B-S -malli. Binomimallin estimaatit ovat kokonaisuudessaan tarkimpia, joskin plus-optioilla JB-malli on tarkempi kahdessa osahavaintoaineistossa.

6.2. Regressiomalli 1

Toisen hypoteesin testaamiseksi rakennettiin seuraavanlainen regressiomalli:

(88) $$|Y|_{MAL,\,i} = \beta_0 + \beta_1(MON_i) + \beta_2(MAT_i) + \beta_3(DIV_i) + \varepsilon_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, 4071.$$

Mallin selitettävänä muuttujana $|Y|_{MAL,\,i}$ on kunkin mallin itseisarvoiset prosentuaaliset poikkeamat markkinahinnasta. β_0 on vakiotermi, joka kertoo selitettävän muuttujan keskimääräisen arvon silloin, kun kaikki selittävät muuttujat saavat arvon nolla. β_1, β_2 ja β_3 ovat selittävien muuttujien kertoimia, jotka ilmaisevat millainen vaikutus kullakin selittävällä muuttujalla on selitettävän muuttujan keskimääräiseen arvoon. MON_i on ensimmäinen selittävä muuttuja, ja se mittaa kyseisen havainnon rahaisuusastetta. Toisin sanoen, plus-optioilla muuttuja saa positiivisia arvoja ja miinus-optioilla negatiivisia arvoja. Toinen selittävä muuttuja on MAT_i, joka mittaa maturiteetin pituutta päivissä. DIV_i on mallin kolmas selittävä muuttuja, ja se mittaa osingon suuruutta prosentteina osakkeen hinnasta.

Regressio olisi mahdollista suorittaa myös yhden selittävän muuttujan regressiona siten, että kukin tarkasteltavista muuttujista toimisi vuorollaan selittävänä muuttujana. Tällöin selittävien muuttujien keskinäisiä riippuvaisuuksia olisi kuitenkin vaikea kontrolloida. Liitteessä 3 esitetty taulukko selittävien muuttujien korrelaatioista osoittaa, että muuttujat eivät ole toisistaan riippumattomia. Tällöin on parempi suorittaa monen selittävän muuttujan regressio. Yleensäkin regressiomallin yliparametrisoinnin katsotaan olevan vaarattomampaa kuin aliparametrisoinnin.

Taulukossa 8 on esitetty regressiomallin kertoimien hypoteesin mukaiset etumerkit. Rahaisuusasteen etumerkin tulisi olla negatiivinen, koska plus-optioita on helpompi hinnoitella. Tämä johtuu siitä, että varsinkin korkean rahaisuuden omaavien optioiden arvojen täytyy olla suhteellisen lähellä perusarvoa. Näin ollen niiden hinnan estimointi on huomattavasti helpompaa kuin miinus-optioiden, joiden arvo koostuu kokonaan aika-arvosta.

Taulukko 8. Regressiomallin muuttujien odotetut etumerkit.

Muuttuja	MON	MAT	DIV
Hypoteesin mukainen etumerkki	−	+	+

Maturiteetin etumerkin positiivisuus on perusteltavissa sillä, että pidempi maturiteetti lisää option arvonkehityksen mahdollisuuksia. Tällöin hinnan estimointi on vaikeampaa maturiteetin kasvaessa, koska mahdollisten arvojen määrä maturiteetin lopussa lisääntyy. Osinkojen tulisi myös kasvattaa hinnoitteluvirhettä, koska käteisosinko mutkistaa jokaisessa mallissa hinnan estimointia.

Taulukosta 9 voidaan nähdä, että B-S -mallin ja binomimallin tapauksessa hinnoitteluvirhe käyttäytyy täysin hypoteesin mukaisesti. Rahaisuusasteen kasvu pienentää merkittävästi kaikkien mallien itseisarvoista hinnoitteluvirhettä. Maturiteetin pidentyminen lisää myös hinnoitteluvirhettä, joskin vaikutus on rahaisuusastetta huomattavasti pienempi. Rahaisuusasteen ja maturiteetin kertoimet ovat kaikilla malleilla merkitseviä yhden prosentin tasolla. Osingon kerroin ei käyttäydy mallien kesken johdonmukaisesti. B-S -mallilla ja binomimallilla osingon kerroin on hypoteesin mukaisesti positiivinen, mutta Johnsonin / Blomeyerin mallilla kerroin on negatiivinen.

Johnsonin / Blomeyerin mallilla osingot siis pienentävät mallin keskimääräistä hinnoitteluvirhettä. Tähän on löydettävissä yksi looginen selitys. Malli hinnoittelee osingottomat optiot Johnsonin approksimaatiolla ja osingolliset optiot Blomeyerin laajennuksella. Regression tulosten valossa vaikuttaisi siis siltä, että Blomeyerin laajennus toimii suhteessa paremmin kuin Johnsonin approksimaatio. Osingon kertoimen t-arvo ei ole yhdelläkään mallilla merkitsevä, joten osingon lopullinen vaikutus mallien hintaestimaatteihin jää epäselväksi.

Taulukko 9. Regressiomalli 1.

Regressio	β_0	β_1	β_2	β_3	*F*	R^2	*D-W*
B-S -malli	25,030	-2,511	0,028	0,026	949,62	0,412	0,913
p-arvo	0,000	0,000	0,000	0,967	0,000		
JB-malli	25,260	-2,589	0,020	-0,270	959,99	0,415	0,909
p-arvo	0,000	0,000	0,001	0,668	0,000		
Binomimalli	24,214	-2,588	0,022	0,232	942,51	0,410	0,909
p-arvo	0,000	0,000	0,000	0,712	0,000		

Kunkin regression F-arvot ovat merkitseviä yhden prosentin tasolla, joten kaikki regressiot ovat näin merkitseviä. Selitysaste on kunkin mallin osalta kohtuullinen, koska kaikki selitysasteet ovat yli 40 %. Durbin-Watson testisuureen arvot osoittavat, että kaikissa regressioissa on havaittavissa positiivista autokorrelaatiota yhden prosentin merkitsevyystasolla. Lisäksi virhetermien normaalisuuskuvioista (liite 3) voidaan nähdä, etteivät virhetermit noudata normaalijakaumaa kovin tyydyttävästi. Regression tuloksiin tulee suhtautua siis varauksella.

Testattu hypoteesi jää osittain voimaan yhden prosentin merkitsevyystasolla. Johnsonin / Blomeyerin mallin osinko-muuttujan kerroin on negatiivinen eli hypoteesin vastainen, mutta se ei poikkea tilastollisesti merkitsevästi nollasta. Muilla malleilla osinko-muuttujan kerroin on positiivinen, muttei myöskään poikkea tilastollisesti merkitsevästi nollasta. Osingon vaikutuksen osalta nollahypoteesi siis hylätään, koska sen kerroin ei ole tilastollisesti merkitsevä, mutta muuten hypoteesi jää voimaan.

6.3. Regressiomalli 2

Tutkielman kolmannen hypoteesin testaamista varten rakennettiin seuraavanlainen regressiomalli:

(89) $$\left|Y\right|_{MAL1,\,i} - \left|Y\right|_{MAL2,\,i} = \beta_0 + \beta_1\left(MON_i\right) + \beta_2\left(MAT_i\right) + \beta_3\left(DIV_i\right) + \varepsilon_i,\ \ i = 1, 2, \ldots, N.$$

Mallin selitettävänä muuttujana $\left|Y\right|_{MAL1,\,i} - \left|Y\right|_{MAL2,\,i}$ on kahden mallin itseisarvoisten prosentuaalisten poikkeamien erotus. β_0 on vakiotermi, joka kertoo selitettävän muuttujan keskimääräisen arvon silloin, kun kaikki selittävät muuttujat saavat arvon nolla. β_1, β_2 ja β_3 ovat selittävien muuttujien kertoimia, jotka ilmaisevat millainen vaikutus kullakin selittävällä muuttujalla on selitettävän muuttujan keskimääräiseen arvoon. MON_i on ensimmäinen selittävä muuttuja, ja se mittaa kyseisen havainnon rahaisuusastetta. Toisin sanoen plus-optioilla muuttuja saa positiivisia arvoja ja miinus-optioilla negatiivisia arvoja. Toinen selittävä muuttuja on MAT_i, joka mittaa maturiteetin pituutta päivissä. DIV_i on mallin kolmas selittävä muuttuja, ja se mittaa osingon suuruutta prosentteina osakkeen hinnasta.

Kuten edellisessäkin regressiomallissa, tarkastelu olisi mahdollista suorittaa myös yhden selittävän muuttujan regressiona siten, että kukin tarkasteltavista muuttujista toimisi vuorollaan selittävänä muuttujana. Liitteessä 4 esitetty taulukko selittävien muuttujien korrelaatioista osoittaa, että muuttujat eivät tässäkään tapauksessa ole toisistaan riippumattomia, joten monen muuttujan regressio on luonteva vaihtoehto.

Regressioanalyysi suoritetaan siten, että $\left|Y\right|_{MAL1,\,i}$ vastaa aina joko binomimallin tai JB-mallin arvoja ja $\left|Y\right|_{MAL2,\,i}$ vastaa B-S -mallin arvoja. Hypoteesin mukaan rahaisuuden ja maturiteetin kasvun pitäisi vaikuttaa siten, että mallien välinen erotus kasvaa amerikkalaisen mallin hyväksi. Osingon kasvattamisen pitäisi vaikuttaa päinvastaisesti, eli sen tulisi pienentää erotusta. Näin ollen selittävien muuttujien tulisi saada taulukossa 10 esitetyt etumerkit. Regressioon on otettu mukaan ainoastaan ne havainnot, joiden itseisarvoinen rahaisuus on vähintään viisi prosenttia. Rahaisuudeltaan lähellä nollaa olevien havaintojen hinnat eivät välttämättä käyttäydy johdonmukaisesti, joten niiden rajaaminen regression ulkopuolelle on perusteltua. Lisäksi, regressiota ei suoriteta erikseen jokaiselle osahavaintoaineistolle, vaan ainoastaan kaikille havainnoille.

Taulukko 10. Regressiomallin muuttujien odotetut etumerkit.

Muuttuja	MON	MAT	DIV
Hypoteesin mukainen etumerkki	−	−	+

6.3.1. JB-mallin ja B-S -mallin välinen regressio

Taulukossa 11 on esitetty kertoimet JB-mallin ja B-S -mallin hinnoitteluvirheiden erotukselle suoritetulle regressiolle. Kertoimien etumerkit ovat hypoteesin mukaiset ja kaikki t-arvot ovat merkitseviä yhden prosentin tasolla. Vakiotermin kerroin on negatiivinen, mikä tarkoittaa, että keskimäärin B-S -mallin hinnoitteluvirhe on suurempi kuin JB-mallin. Perusarvon (MON) kerroin tarkoittaa, että perusarvon kasvaessa prosenttiyksiköllä, mallien välinen ero kasvaa JB-mallin hyväksi n. 0,06 prosenttiyksikköä. Maturiteetin (MAT) kerroin tarkoittaa, että maturiteetin kasvaessa päivällä, mallien välinen ero kasvaa JB-mallin hyväksi 0,005 prosenttiyksikköä. Osinkoprosentin (DIV) kerroin taas ilmaisee, että mallien välinen ero pienenee B-S -mallin hyväksi siten, että prosenttiyksikön muutos osinkoprosentissa pienentää erotusta vajaat 0,5 prosenttiyksikköä. Liitteessä 4 on esitetty regression lisätiedot, joista havaitaan, että mallin selitysaste on alhainen, vain 12,6 %. Koko regressio on kuitenkin merkitsevä, koska F-arvo on merkitsevä yhden prosentin tasolla.

Taulukko 11. Regressiokertoimet JB_BS.

Regressiokertoimet[a]						
Malli		Standardoimattomat kertoimet		Standardoidut kertoimet	t-arvo	p-arvo
		B	Keskivirhe	Beta		
1	(Vakio)	-,668	,085		-7,817	,000
	MON	-,061	,005	-,324	-13,096	,000
	MAT	-,005	,001	-,182	-6,637	,000
	DIV	,475	,091	,141	5,193	,000
a. Selitettävä muuttuja: JB_BS						

Liitteessä 4 esitetty Durbin-Watson testisuureen arvo on juuri siinä rajalla, että hypoteesi virhetermien autokorreloimattomuudesta voidaan jättää voimaan yhden prosentin tasolla, mutta viiden prosentin merkitsevyystasolla hypoteesi hylätään. Lisäksi virhetermit eivät liitteessä 4 esitetyn normaalisuuskuvion perusteella noudata normaalijakaumaa. Näiden näkökohtien vuoksi regression tuloksiin tulee suhtautua pienellä varauksella.

6.3.2. Binomimallin ja B-S -mallin välinen regressio

Taulukkoon 12 on koottu binomimallin ja B-S -mallin välisen regression kertoimet. Kertoimien etumerkit ovat hypoteesin mukaiset, eli rahaisuuden ja maturiteetin kertoimet saavat negatiivisen etumerkin ja osinkoprosentin kertoimen etumerkki on positiivinen. Kaikki kertoimet, rahaisuuden kerrointa lukuun ottamatta, ovat hieman suurempia kuin edellisessä regressiossa. Keskimäärin binomimallin virhe on n. 0,8 prosenttiyksikköä pienempi kuin B-S -mallin. Rahaisuuden kasvaessa prosenttiyksiköllä ero kasvaa binomimallin hyväksi n. 0,04 prosenttiyksikköä. Maturiteetin kasvaessa päivällä, ero kasvaa samaan suuntaan 0,007 prosenttiyksikköä. Yhden prosenttiyksikön kasvu osinkoprosentissa kaventaa eroa B-S -mallin hyväksi n. 0,6 prosenttiyksikköä. Kaikkien kertoimien t-arvot ovat merkitseviä yhden prosentin tasolla. Liitteestä 4 havaitaan, että regression selitysaste on vaatimattomat 7,9 prosenttia, mutta silti koko regression merkitsevyyttä kuvaava F-arvo on merkitsevä yhden prosentin tasolla.

Durbin-Watson testisuureen (liite 4) mukaan virhetermit ovat positiivisesti autokorreloituneet yhden prosentin merkitsevyystasolla. Lisäksi virhetermien normaalisuuskuviosta (liite 4) voidaan havaita, että virhetermit eivät noudata normaalijakaumaa kovin hyvin. Näin ollen tämänkin regression yhteydessä kertoimien merkitsevyyttä tulee arvioida varovaisuuden periaatteita noudattaen.

Taulukko 12. Regressiokertoimet BIN_BS.

Regressiokertoimet[a]						
Malli		Standardoimattomat kertoimet		Standardoidut kertoimet	t-arvo	p-arvo
		B	Keskivirhe	Beta		
1	(Vakio)	-,819	,095		-8,581	,000
	MON	-,043	,005	-,212	-8,355	,000
	MAT	-,007	,001	-,210	-7,464	,000
	DIV	,605	,102	,165	5,920	,000
a. Selitettävä muuttuja: BIN_BS						

6.3.3. Regressiomallin 2 tulosten tulkintaa

Regression selittävien muuttujien koot ovat hypoteesin mukaisuudesta ja merkitsevyydestä huolimatta melko pieniä. Olettaen, että regressiomalli on oikein spesifioitu, tähän on löydettävissä selitys tutkielman teoreettisesta osasta. Yksi luontevimmista selityksistä on ennenaikaisen toteuttamisen arvon käyttäytyminen, jossa riskittömän koron tasolla on keskeinen merkitys. Tutkielmassa käytetty 12 kuukauden Euribor on riskittömäksi koroksi suhteellisen alhainen, ja on todennäköistä, että esim. sopivan jvk-lainan tuotto olisi tasoltaan lähempänä todellista riskitöntä korkoa. Teorian mukaan (ks. luku 2.2.2.) ennenaikaisen toteuttamisen arvo on suoraan verrannollinen riskittömän koron suuruuteen. Tällöin, mikäli riskitön korkotaso on hyvin alhainen, ei ennenaikaisen toteuttamisen arvokaan voi olla suuri. Tämä vaikuttaa myös regression kertoimiin, koska erot mallien välillä ovat hyvin maltillisia.

Blomeyer ym. (1986: 19) esittävät tutkimuksessaan, että maturiteetin vaikutus hinnoitteluvirheiden kokoon sekä amerikkalaisen ja eurooppalaisen mallin keskinäiseen suhteeseen on merkittävä lyhyen maturiteetin (alle 45 päivää) optioilla, mutta systemaattinen vaikutus katoaa siirryttäessä pidemmän maturiteetin (yli 45 päivää) optioihin. Tämä selittäisi sitä, miksi maturiteetin vaikutus hinnoitteluvirheiden keskinäiseen suhteeseen on regressiomallin mukaan hyvin pieni. Zivneyn (1991: 136) regressiomallissa maturiteetin kerroin on myös hyvin alhainen.

Osinkoprosentin kerroin on kahta muuta kerrointa huomattavasti suurempi. Tämä on luonnollista, koska mikäli osinko vain on riittävän suuri, niin optiota ei kannata toteuttaa ennenaikaisesti (Hull 2000: 261). Tällöin amerikkalaisen ja eurooppalaisen hinnoittelumallin arvojen tulisi olla hyvin lähellä toisiaan. Suuri osinko saa aikaan sen, että myyntioption pitämisellä on suurempi arvo kuin menetetyllä korkotulolla (Vikström 2001: 38).

Alhaista selitysastetta voisi mahdollisesti parantaa sisällyttämällä osakkeen varianssi ja riskitön korkotaso selittävien muuttujien listaan. Zivneyn (1991) tutkimuksessa on käytetty implisiittistä korkoa yhtenä selittäjänä. Kyseisen tutkimuksen lähestymistapa on erilainen, mutta korkotekijä on tilastollisesti merkitsevä. Teoriaosan yhteydessä otettiin esille, että osakkeen varianssilla on myös vaikutuksensa ennenaikaisen toteuttamisen arvoon. Alhainen selitysaste ei sinänsä ole mikään ongelma, koska mallilla ei edes yritetä selittää hinnoitteluvirheiden erotuksen kokonaisvaihtelua, vaan vaihtelua, joka johtuu valituista selittävistä muuttujista.

Regression vakiokerroin voidaan tulkita ennenaikaisen toteuttamisen keskimääräiseksi arvoksi, koska Mertonin (1973: 159–160) mukaan amerikkalainen myyntioptio on eurooppalaista vastinettaan arvokkaampi ainoastaan ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuudesta johtuen. Vakiokerroin on sekä JB- että binomimallin regressiossa vajaan prosentin markkinahinnasta. Luku on pieni, mutta täytyy ottaa huomioon, että otos sisältää huomattavan määrä miinus-optioita, joilla ennenaikaisen toteuttamisen arvo on käytännössä nolla. Pelkästään plus-optioilla suoritetussa regressiossa keskimääräinen lukema olisi epäilemättä suurempi.

Kertoimien koosta huolimatta regression tarkoituksena oli testata hypoteesia, jonka mukaan amerikkalaisten mallien paremmuus eurooppalaiseen malliin nähden korostuu rahaisuuden ja / tai maturiteetin kasvaessa sekä vähenee, jos osake maksaa maturiteetin aikana osinkoa. Regressiomallin kertoimien perusteella tämä hypoteesi jää voimaan. Ennenaikaisen toteuttamisen arvo tuntuisi siis käyttäytyvän teorian mukaan.

6.4. Yhteenveto testeistä

Edellä esitettyjen testien pohjalta voidaan esittää yhteenveto testien tuloksista. Ensimmäisen testattavan hypoteesin mukaan kaikkien mallien tulisi aliarvioida myyntioption hintoja kuitenkin siten, että amerikkalaisten mallien hintaestimaatit ovat johdonmukaisesti tarkempia. Keskilukujen arvioinnin ja Wilcoxonin Z-testin tulosten pohjalta voidaan todeta, että hypoteesi jää voimaan. Ainoastaan yhdessä osahavaintoaineistossa on havaittavissa selkeää markkinahintojen yliarviointia, mutta kaiken kaikkiaan hinnoitteluvirheiden keskiluvut ovat selkeästi positiivisia. Plus-optioilla hinnoitteluvirheet ovat huomattavasti pienempi osa markkinahinnasta kuin miinus-optioilla. Sama tulos pätee kaikkien mallien kohdalla. Plus-optioilla amerikkalaisten mallien hinnoitteluvirhe on pienempi suhteessa B-S -mallin hinnoitteluvirheeseen kuin miinus-optioilla. Wilcoxonin Z-testin mukaan binomimallin hintaestimaatit ovat tarkimpia lähestulkoon kaikissa tapauksissa. Ainoastaan yhdessä osahavaintoaineistossa JB-malli toimii tilastollisesti merkitsevästi paremmin. B-S -mallin estimaatit ovat kaikissa tapauksissa epätarkimmat.
Miinus-optioiden prosentuaaliset hinnoitteluvirheet ovat huomattavan suuria, mutta hinnoitteluvirheiden merkitystä arvioitaessa on syytä ottaa huomioon, että miinus-optioilla suuri prosentuaalinen hinnoitteluvirhe on usein seurausta pienestä valuuttamääräisestä virheestä. Tämä johtuu siitä, että miinus-optioiden hinnat ovat alhaisia, jolloin valuuttamääräisesti pienikin poikkeama saattaa saada aikaan huomattavan prosentuaali-

sen virheen. Plus-optioilla pätee päinvastainen logiikka, koska niillä suurempikin valuuttamääräinen poikkeama saattaa johtaa vain pieneen prosentuaaliseen virheeseen.

Mallien prosentuaalisten ja itseisarvoisten keskivirheiden keskinäisestä suhteesta on pääteltävissä, että vaikka hinnoittelumallit pääosin aliarvioivat markkinahintoja, niin yliarviointiakin tapahtuu. Tämä on nähtävissä siitä, että itseisarvoiset virheet ovat kaiken kaikkiaan suurempia kuin tavalliset prosentuaaliset virheet. Itseisarvoiset virheet eivät ota huomioon virheen suuntaa, jolloin yli- ja aliarvioinnit eivät pääse kumoamaan toisiaan.

Kaikkien mallien hintaestimaattien suuret poikkeamat markkinahinnasta antavat ymmärtää, että edes amerikkalaiset mallit, jotka pyrkivät ottamaan huomioon ennenaikaisen toteuttamisen arvon, eivät tätä arvoa pysty lähellekään täydellisesti arvioimaan. Tämä on nähtävissä siitä, että kaikki mallit nimenomaan aliarvioivat markkinahintoja keskimäärin. Samanlaisia johtopäätöksiä ovat esittäneet Blomeyer ym. (1988) ja Overdahl (1988).

B-S -mallin ja amerikkalaisten mallien keskivirheiden suuruuden pohjalta voidaan sanoa, että plus-optioilla ennenaikaisen toteuttamisen arvo olisi tässä havaintoaineistossa n. 2–3 prosentin luokkaa markkinahinnasta. Todellinen arvo on varmasti suurempi, koska amerikkalaistenkin mallien estimaatit aliarvioivat markkinahintoja. Luku on hieman pienempi kuin Blomeyerin ym. (1988: 18) havaitsema arvo ja selvästi pienempi kuin Zivneyn (1991: 136–137) ilmoittama 10 prosenttia. Riskitön korkotaso on kyseisten tutkimusten aikaan ollut kuitenkin epäilemättä korkeammalla kuin tämän tutkielman havaintoaineistossa.

Toisen hypoteesin testausta varten rakennetun regressiomallin mukaan rahaisuusasteen kasvu pienentää merkittävästi kaikkien mallien keskimääräistä hinnoitteluvirhettä. Maturiteetin pidentyminen kasvattaa hinnoitteluvirhettä hieman kunkin mallin kohdalla. Käteisosinko kasvattaa regression mukaan B-S -mallin ja binomimallin hinnoitteluvirhettä, mutta Johnsonin / Blomeyerin mallin kohdalla osingolla on hinnoitteluvirhettä pienentävä vaikutus. Osingon kerroin ei poikkea yhdenkään mallin kohdalla tilastollisesti merkitsevästi nollasta, joten kertoimien tulkinnalle ei voida esittää tilastollista vahvistusta. Rahaisuusasteen ja maturiteetin osalta hypoteesin mukainen vaikutus hinnoitteluvirheisiin jää siis voimaan, mutta osingon osalta hypoteesi hylätään. Regression lisätietojen mukaan pienimmän neliösumman oletukset eivät kaikilta osin täyty, joten tuloksiin tulee suhtautua varauksella.

Regressiomallin 2 tulokset osoittavat, että amerikkalaiset mallit toimivat suhteessa paremmin kuin B-S -malli, kun option rahaisuus kasvaa ja / tai maturiteetti pitenee. Ero B-S -malliin kaventuu, jos osake maksaa käteisosinkoa maturiteetin aikana. Lisäksi kummatkin amerikkalaiset mallit antavat samansuuntaisia tuloksia. Tulokset ovat hypoteesin mukaisia ja koko regressio sekä yksittäiset kertoimet ovat merkitseviä yhden prosentin tasolla. Näin ollen voidaan todeta, että ennenaikaisen toteuttamisen arvo käyttäytyy hypoteesin määräämällä tavalla. Tämänkin regression lisätiedot paljastavat, että pienimmän neliösumman oletukset eivät kaikilta osin täyty ja että regression selitysaste on kummallakin mallilla alhainen. Tämän vuoksi tuloksia tulee tulkita varovaisuuden periaatetta noudattaen.

Kaikki tässä tutkielmassa esitetyt tulokset ovat myös vahvasti riippuvaisia markkinoiden tehokkuuden toteutumisesta myyntioptioiden hinnoissa. Mikäli markkinat toimivat tehokkaasti, niin markkinahintojen voidaan katsoa heijastavan hyvin todellisuutta, jolloin hinnoitteluvirheet ovat tässä suhteessa luotettavia. Mikäli markkinat taas ovat tehottomat, niin markkinahintoja ei tällöin voida pitää luotettavina, jolloin hinnoitteluvirheiden suunta ja suuruus menettävät myös luotettavuutensa. Tässä tapauksessa tutkimustuloksissa voisi olla merkittävää harhaa. Tämän tutkielman puitteissa markkinoiden tehokkuuteen ja sen implikaatioihin ei kuitenkaan ollut mahdollista syventyä tarkemmin. Todettakoon vain, että tutkimustulokset ovat vahvasti riippuvaisia tehokkuuden ehtojen toteutumisesta.

7. YHTEENVETO JA JOHTOPÄÄTOKSET

Tutkielman tarkoituksena oli tutkia hinnoittelumallien tarkkuutta amerikkalaisen osakemyyntioption hinnoittelussa. Tämä sisälsi mallien hinnoitteluvirheiden suuruuden ja suunnan sekä virheiden keskinäisen suhteen tutkimista. Erityisesti tarkoituksena oli osoittaa, että ns. amerikkalaiset mallit, jotka ottavat ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuuden huomioon, antavat johdonmukaisesti tarkempia estimaatteja amerikkalaisen myyntioption hinnalle. Tutkielmaan valittiin kolme eri hinnoittelumallia, joista kukin toimii hieman erilaisilla periaatteilla. Eurooppalaisen option hinnoitteluun suunniteltu Black-Scholes -malli on analyyttinen ratkaisu, joka ei eksplisiittisesti ota huomioon amerikkalaiseen optioon sisältyvää ennenaikaisen toteuttamisen mahdollisuutta. Toinen, Johnsonin / Blomeyerin malli on Black-Scholes -mallin pohjalta kehitetty analyyttinen approksimaatio, joka käyttää hyväkseen tiettyjä arbitraasittomuuteen perustuvia ominaisuuksia option hinnan selvittämiseksi. Kolmas, binomimalli on puhtaasti numeerinen ratkaisu, jossa option hinta selvitetään binomijakaumaan perustuvan prosessin avulla. Mallit edustavat erilaisia tapoja hinnoitteluongelman ratkaisemiseksi, mikä mahdollisti tapojen keskinäisen arvioinnin.

Havaintoaineisto koostui yhteensä 4071 myyntioption markkinahinnasta. Markkinahinnat olivat kunkin kaupankäyntipäivän päätösnoteerauksia. Hintanoteeraukset kerättiin Lontoon johdannaispörssin dataa sisältävästä tietokannasta, josta valittiin Vodafone PLC:n ja HSBC:n osakkeen kohde-etuutena sisältäneet myyntioptiot. Havaintoaineisto kattoi vuosien 2004 ja 2005 päätösnoteeraukset kunkin osakkeen myyntioptioille. Aineistoa suodatettiin siten, että siitä saatiin mahdollisimman edustava otos testejä ajatellen. Osakkeen volatiliteetin mittana käytettiin kullekin osakkeelle laskettua 30 päivän historiallista volatiliteettia. Riskitöntä korkokantaa edusti 12 kuukauden Euribor.

Tutkielmassa testattiin kolmea eri hypoteesia liittyen hinnoittelumallien antamiin hintaestimaatteihin ja niiden käyttäytymiseen. Ensimmäisen testattavan hypoteesin mukaan kaikki mallit aliarvioivat myyntioptioiden hintoja kuitenkin siten, että amerikkalaiset mallit antavat tarkempia estimaatteja kuin Black-Scholes -malli. Toisen hypoteesin mukaan rahaisuusasteen kasvu pienentää mallien hinnoitteluvirhettä, kun taas maturiteetin pidentyminen ja osingot kasvattavat hinnoitteluvirhettä. Kolmannen testattavan hypoteesin mukaan amerikkalaisten mallien paremmuus korostuu plus-optioilla ja maturiteetin pidentyessä sekä vähenee, mikäli maturiteetin ajalle osuu käteisosinko.

Ensimmäisen hypoteesin testaamiseksi hinnoittelumallien hinnoitteluvirheitä arvioitiin laskemalla hinnoitteluvirheiden prosentuaalisille arvoille mediaani- ja keskiarvoluvut. Lisäksi estimaattien keskinäistä paremmuutta arvioitiin Wilcoxonin Z-testillä. Tarkastelu paljasti, että hintaestimaatit käyttäytyvät hypoteesin edellyttämällä tavalla. Kaikki mallit aliarvioivat keskimäärin markkinahintoja siten, että prosentuaalinen aliarviointi oli suurin miinus-optioiden kohdalla. Plus-optioiden kohdalla aliarviointi oli kaikilla malleilla merkittävästi vähäisempää. Lisäksi amerikkalaisten mallien hinnoitteluvirhe oli suhteessa pienempi osa Black-Scholes -mallin virheestä plus-optioilla. Ennenaikaisen toteuttamisen arvoksi plus-optioilla tuli n. 2–3 prosenttia markkinahinnasta. Wilcoxonin Z-testi paljasti, että amerikkalaiset mallit antavat johdonmukaisesti tarkempia estimaatteja markkinahinnalle kuin Black-Scholes -malli. Binomimallin estimaatit olivat lähes kaikissa osahavaintoaineistoissa tarkimmat, sillä ainoastaan yhdessä tapauksessa Johnsonin / Blomeyerin estimaatit olivat keskimäärin lähempänä markkinahintaa. Tavoiteltaessa mahdollisimman tarkkoja estimaatteja amerikkalaisen myyntioption hinnalle binomimalli on siis selkeästi paras valinta näistä kolmesta mallista.

Toista hypoteesia testattiin regressiomallilla, jossa selitettävänä muuttujana oli kunkin mallin itseisarvoiset prosentuaaliset hinnoitteluvirheet. Selittävinä muuttujina toimivat option rahaisuusaste, maturiteetin pituus päivissä ja osinkoprosentti. Regression mukaan rahaisuuasteen kasvu pienensi merkittävästi kunkin mallin hinnoitteluvirhettä. Maturiteetin pidentymisellä oli hieman kasvattava vaikutus hinnoitteluvirheisiin kaikkien mallien kohdalla. Osingon vaikutus B-S -mallin ja binomimallin hinnoitteluvirheisiin oli kasvattava, mutta Johnsonin / Blomeyerin kohdalla vaikutus oli päinvastainen. Osingon kerroin ei kuitenkaan ollut merkittävä millään mallilla, joten hypoteesi osingon vaikutuksesta hinnoitteluvirheisiin hylättiin.

Kolmannen hypoteesin testaamisessa käytettiin myös hyväksi regressioanalyysiä. Regressiomallissa selitettävänä muuttujana oli mallien itseisarvoisten prosentuaalisten hinnoitteluvirheiden erotus. Selittävinä muuttujina toimivat option rahaisuusaste, maturiteetin pituus päivissä ja osinkoprosentti. Regression tuloksena saatiin kertoimet, joiden mukaan rahaisuusaste ja maturiteetin pituus kasvattivat amerikkalaisten mallien suhteellista paremmuutta, kun taas osinkoprosentti pienensi amerikkalaisten mallien ja Black-Scholes -mallin välistä eroa. Tulokset olivat näin hypoteesin mukaisia.

Huomionarvoista oli lisäksi se, että kaikkien mallien hintaestimaatit jäivät varsinkin miinusoptioilla, mutta myös plus-optioilla, varsin kauaksi markkinahinnoista. Yksikään malli ei siis tällä havaintoaineistolla kyennyt läheskään täydellisesti estimoimaan myyntioption markkinahintaa. Testien tuloksiin tulee kuitenkin suhtautua varovaisuuden periaatetta noudattaen, koska syöttömuuttujien oikeellisuudella on merkittävä vaikutus estimaattien arvoon. Lisäksi oletukset havaintoaineiston rakenteesta eivät täyttyneet kaikkien testien yhteydessä.

Jatkotutkimuksen aiheena voisi olla syventyminen siihen, miksi mallien hintaestimaateilla on taipumus nimenomaan aliarvioida markkinahintoja. Edelleen olisi mielenkiintoista tutkia myös muiden kuin tässä tutkielmassa esitettyjen muuttujien vaikutusta ennenaikaisen toteuttamisen arvon suuruuteen. Muista muuttujista esimerkkeinä mainittakoon osakkeen volatiliteetti ja riskitön korko. Yksi jatkotutkimuksen aihe voisi myös olla osinkojen verokohtelun vaikutus hintaestimaatteihin ja etenkin hinnoitteluvirheisiin.

LÄHDELUETTELO

Aczel, A. D. & J. Sounderpandian (2006). *Complete Business Statistics (International Edition)*. 6. painos. Boston, MA: McGraw-Hill. 819 s.

Alexander, S. S. (1961). Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks. *Industrial Management Review* 2 (May 1961), 7–26.

Asquith, P. (1983). Merger bids, uncertainty and stock holder returns. *Journal of Financial Economics* 11, 51–83.

Ball, R. & P. Brown (1968). An Empirical Evaluation of Accounting Income Numbers. *Journal of Accounting Research* 6 (Autumn 1968), 159–178.

Barone-Adesi, G. (2005). The saga of the American Put. *Journal of Banking and Finance* 29, 2909–2918.

Barone-Adesi, G. & R. E. Whaley (1987). Efficient Analytic Approximation of American Option Values. *Journal of Finance* 42:2, 301–320.

Basso, A., M. Nardon & P. Pianca (2002). Optimal Exercise of American Options. *Quaderni del Dipartimento di Matematica Applicata, Università Ca' Foscari di Venezia* 106/2002 [online] [siteerattu 14.10.2006], 1–24. Saatavana World Wide Webistä: <URL: http://www.dma.unive.it/106-02.pdf>.

Bernard, V. L. & J. K. Thomas (1990). Evidence that stock prices do not fully reflect the implications of current earnings for future earnings. *Journal of Accounting and Economics* 13, 305–340.

Black, F. & M. Scholes (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy* 81:3, 637–659.

Blomeyer, E. C. & H. Johnson (1988). An Empirical Examination of the Pricing of American Put Options. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 23:1, 13–22.

Blomeyer, E. C. (1986). An Analytic Approximation for the American Put Price for Options on Stocks with Dividends. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 21:2, 229–233.

Bodie Z., A. Kane & A. J. Marcus (2002). *Investments (International Edition)*. 5. painos. Boston, MA: Irwin/McGraw-Hill. 1015 s.

Breen, R. (1991). The Accelerated Binomial Option Pricing Model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 26:2, 153–164.

Brennan, M. J. & E. S. Schwartz (1977). The Valuation of American Put Options. *Journal of Finance* 32:2, 449–462.

Bunch, D. S. & H. Johnson (2000). The American Put Option and Its Critical Stock Price. *Journal of Finance* 55:5, 2333–2356.

Campbell, J. Y. & R. Shiller (1988). Stock prices, earnings and expectations of future dividends. *Journal of Finance* 43, 661–676.

Carr, P. P. & D. Faguet (1996). Valuing Finite-Lived Options as Perpetual. *SRRN* [online] [siteerattu 14.10.2006]. Saatavana World Wide Webistä: <URL:papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=706>.

Cox, J. C. & M. Rubinstein (1985). *Options Markets*. 1. painos. Englewood Cliffs (N.J.): Prentice-Hall. 498 s.

Cox, J. C., S. A. Ross & M. Rubinstein (1979). Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics* 7:10 [online] [siteerattu 29.9.2006]. Saatavana World Wide Webistä:
<URL: http://www.in-the-money.com/artandpap/Option Pricing - A Simplified Approach.doc >.

Euronext (2008). Product information > Contract specifications [online] [siteerattu 15.1.2008]. Saatavana World Wide Webistä:
<URL:
http://www.euronext.com/trader/contractspecifications/derivative/wide/contractspecifications-2803-

EN.html?contractType=8&mnemo=VOD&exerciceType=USA&selectedMepDerivative=7>.

Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business* 38 (January 1965), 34–105.

Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance* 25:2, 383–417.

Fama, E. F. (1991). Efficient Capital Markets II. *Journal of Finance* 46:5, 1575–1617.

Fama, E. F. & M. Blume (1966). Filter Rules and Stock Market Trading Profits. *Journal of Business* 39 (January 1966), 226–241.

Fama, E. F., L. Fisher, M. Jensen & R. Roll (1969). The Adjustment of Stock Prices to New Information. *International Economic Review* 10 (February 1969), 1–21.

Franks, J., R. S. Harris & S. Titman (1991). The postmerger share price performance of acquiring firms. *Journal of Financial Economics* 29, 81–96.

French, D. (1984). The Weekend Effect on the Distribution of Stock Prices - Implications for Option Pricing. *Journal of Financial Economics* 13, 547–559.

Geske, R. & H. E. Johnson (1984). The American Put Option Valued Analytically. *Journal of Finance* 39:5, 1511–1524.

Geske, R. & R. Roll (1984). On Valuing American Call Options with the Black-Scholes European Formula. *Journal of Finance* 39 (June 1984), 443–455.

Geske, R. & K. Shastri (1985). Valuation by Approximation: A Comparison of Alternative Option Valuation Techniques. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis* 20:1, 45–71.

Howells, P. G. A. & K. Bain (1998). *Money, Banking and Finance: A European Text.* 1. painos. Harlow: Addison Wesley Longman 1998. 474 s.

HSBC (2008). Welcome to HSBC [online] [siteerattu 15.1.2008]. Saatavana World Wide Webistä: <URL: http://www.hsbc.com/1/2/about-hsbc>.

Hull, J. C. (1993). *Options, Futures and other Derivative Securities*. 2. painos. Englewood Cliffs (N.J.): Prentice-Hall. 492 s.

Hull, J. C. (2000). *Options, Futures and other Derivatives*. 4. painos. Upper Saddle River (N.J.): Prentice-Hall. 698 s.

Jensen, M. C. (1978). Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency. *Journal of Financial Economics* 6, 95–101.

Johnson, H. E. (1983). An Analytic Approximation for the American Put Price. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 18:1, 141–148.

Keim, D. B., R. F. Stambaugh (1986). Predicting returns in the stock and bond markets. *Journal of Financial Economics* 17, 357–390.

Kijima, M. (1997). *Markov Processes for Stochastic Modeling*. 1. painos. CRC Press. 341 s.

McKean, H. P. (1967). Appendix: A free boundary problem for the heath equation arising from a problem in mathematical economics. *Industrial Management Review* 6 (Spring), 23–39.

MacMillan, L. W. (1986). An analytical approximation for the American put prices. *Advances in Futures and Options Research* 1, 119–139.

McMurray L. & P. Yadav (2000). The Early Exercise Premium in American Option Prices: Direct Empirical Evidence. *Derivatives Use, Trading & Regulation* 6:1, 411–435.

Merton, R. C. (1973). Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science* 4:1, 141–183.

Merton, R. C. (1998). Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later. *The American Economic Review* 88:3, 323–349.

Morningstar (2008a). HBC: HSBC Holdings PLC Stock Report | Quote & News [online] [siteerattu 15.1.2008]. Saatavana World Wide Webistä: <URL:http://quote.morningstar.com/Quote/Quote.aspx?pgid=hetopquote&ticker=HBC>.

Morningstar (2008b). VOD: Vodafone Group PLC Stock Report | Quote & News [online] [siteerattu 15.1.2008]. Saatavana World Wide Webistä: <URL:http://quote.morningstar.com/Quote/Quote.aspx?pgid=hetopquote&ticker=vod>.

Niederhoffer, V. & M. F. M. Osborne (1966). Market Making and Reversal on the Stock Exchange. *Journal of the American Statistical Association* 61 (December 1966), 897–916.

Omberg, E. (1987). A Note on the Convergence of Binomial-Pricing and Compound-Option Models. *Journal of Finance* 42:2, 463–469.

Overdahl, J. A. (1988). The Early Exercise of Options on Treasury Bond Futures. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 23, 437–449.

Parkinson, M. (1977). Option Pricing: The American Put. *Journal of Business* 50 (January 1977), 21–36.

Parkinson, M. (1980). The Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return. *Journal of Business* 5 (January 1980), 61–65.

Rendleman, R. J., Jr. & B. J. Bartter (1979). Two-State Option Pricing. *Journal of Finance* 34: 5, 1093–1110.

Ritchken, P. (1987). *Options: theory, strategy and applications*. 1. painos. Glenview (IL): Scott, Foresman and Company. 414 s.

Roll, R. (1986). The hubris hypothesis of corporate takeovers. *Journal of Business* 59, 197–216.

Ross, S. A., R. W. Westerfield & B. D. Jordan (1995). *Fundamentals of Corporate Finance*. 3. painos. Chicago (IL): Irwin. 779 s.

Samuelson, P. A. (1967). Rational theory of warrant pricing. *Industrial Management Review* 6 (Spring), 13–31.

Scholes, M. (1969). A Test of the Competitive Hypothesis: The Market for New Issues and Secondary Offerings. Julkaisematon. *Graduate School of Business, University of Chicago.*

Seyhun, H. N. (1986). Insiders' profits, costs of trading, and market efficiency. *Journal of Financial Economics* 16, 189–212.

Sprenkle, C. (1961). Warrant Prices as Indications of Expectations. *Yale Econ. Essays* 1 (1961), 179–232.

Sterk, W. E. (1983). Comparative Performance of the Black-Scholes and Roll-Geske-Whaley Option Pricing Models. *Journal of Financial and Quantative Analysis* 18 (Sept. 1983), 345–354.

Stickel, S. E. (1985). The Effect of value line investment survey rank changes on common stock prices. *Journal of Financial Economics* 14, 121–144.

Sundkvist, K. (2000). Evaluating Option Pricing Models – Different Ways of Modelling Time. *Working Paper, Swedish School of Economics and Business Administration*.

Van Moerbeke, P. (1974). Optimal Stopping and free boundary problems. *Rocky Mountain Journal of Mathematics* 4, 539–577.

Vikström, M. (2001). The Pricing of American Put Options on Stock with Dividends. *Ekonomi och samhälle skrifter utgivna vid Svenska handelshögskolan* nr 98, 21–47.

Vodafone (2008). About Vodafone [online] [siteerattu 25.2.2008]. Saatavana World Wide Webistä: <URL: http://www.vodafone.com/start/about_vodafone.html>.

Whaley, R. E. (1982). Valuation of American Call Options on Dividend-Paying Stocks: Empirical Tests. *Journal of Financial Economics* 10 (March 1982), 29–58.

Wikipedia (2008a). Option (finance) [online] [siteerattu 24.11.2008]. Saatavana World Wide Webistä: <URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Option_%28finance%29>.

Wikipedia (2008b). London International Financial Futures and Options Exchange [online] [siteerattu 15.1.2008]. Saatavana World Wide Webistä: <URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Liffe>.

Yahoo! (2008). Yahoo! Finance [online] [siteerattu 15.1.2008]. Saatavana World Wide Webistä: <URL:http://finance.yahoo.com/>.

Zivney, T. L. (1991). The Value of Early Exercise in Option Prices: An Empirical Investigation. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis* 26:1, 129–138.

LIITE 1. OPTDRV32

Description
****

OPTDRV32.XLL is an Excel addin which provides the user with option pricing models to evaluate stock options, Index options and Futures options. OPTDRVR can also be used to price warrants.

The addin handles American and European style call and put options with
or without dividends, determining option fair values, deltas, gammas, vegas, thetas, rhos and implied volatilities.

OptDrvr (ver 11.1) supports the pricing of Futures options alongside stock
options and Index options, has improved checking, performance and dividend
handling including the addition of annual dividend growth to help when pricing longer dated options where you would like to adjust the dividend
yield each year.

This version has three option pricing models:-
   Black-Scholes
   Black-Scholes adjusted
   Binomial model

The Black-Scholes adjusted model can be used for pricing options using Black-Scholes model but adjusting for dividends.

All models are accessed by the driver function OptDriver and the order of
the parameters allows the user to easily:-
a) switch between the type of option by changing the OptionType parameter

b) switch between the option models by changing the ModelType parameter

c) switch between what to calculate by changing the ResType parameter

```
Function prototype:-  OptDriver(OptionType, ModelType, ResType,
                        Spot, Strike, DaysToMat, IntRate,
                        CallFlag, EuropeanFlag, Value,
                        DivYield, DaystoDiv1, DaystoDiv2,
                        DaystoDiv3, DaystoDiv4, NoSteps, DivGrowth)
```

Parameters	Comments
OptionType	Determines the type of option (See below)
ModelType	Determines which model to use (See below)
ResType	Determines what to calculate (See below)
Spot	Underlying Spot Price
Strike	Exercise price
DaysToMat	Number of days before option will expire
IntRate	Interest Rate (In Percent)
CallFlag	1 if Call, 0 if Put
EuropeanFlag	1 if European, 0 if American
Value	Option Price if calculating Implied Volatility, otherwise Historic Volatility
DivYield	Annual Dividend Yield in Percent (BS-Adj or Binomial Model)
DaystoDiv1	Days To First Dividend (Binomial Model Only)
DaystoDiv2	Days To Second Dividend (Binomial Model Only)
DaystoDiv3	Days To Third Dividend (Binomial Model Only)
DaystoDiv4	Days To Fourth Dividend (Binomial Model Only)
NoSteps	Number of steps for Binomial Model (Default is 25)
DivGrowth	Annual Dividend Growth Addon in Percent (Binomial Model Only)

Note:- Historic Vol, Dividend Yield, DivGrowth and Interest Rates
should always be entered in percent.

The first ten parameters are necessary for ALL the models.

DivYield parameter is only for B&S adjusted or the Binomial models.

The four DaystoDiv parameters are only for the Binomial model.
(Note:- Annual dividend requires setting only DaystoDiv1.
DaystoDiv2, DaystoDiv3 and DaystoDiv4 are ignored.

Semi-Annual dividend requires setting only DaystoDiv1 and
DaystoDiv2. DaystoDiv3 and DaystoDiv4 are ignored.

Quarterly dividend requires setting all four DaystoDiv
parameters.

For example, 5% Annual Dividend Yield with 2 dividend dates
implies 2.5% div yield paid on each div date).

DivGrowth parameter is only for the Binomial model.
(Note:- DivGrowth is the Annual Dividend Growth to add on to the
Dividend Yield each year. The DivGrowth value can be negative.

This is very useful when pricng longer dated options where the
maturity is several years and you would like to adjust the
dividend yield each year.

For example, 5% Annual Dividend Yield with 2 dividend dates
and 0.5% Annual Dividend Growth Addon implies
2.5% div yield paid on each div date in first year,
2.75% div yield paid on each div date in second year,
3% div yield paid on each div date in third year,
and so on until option maturity).

```
OptionType      Description
----------      -----------
1               Stock option
2               Index option
3               Futures option


ModelType       Model           Dividend Information
---------       -----           --------------------
1               BS              No dividends

2               BS-Adj          Annual Dividend
                        set DivYield parameter

3               Binomial        No dividends

4               Binomial        Annual Dividend
                        set DivYield parameter
                        set DaystoDiv1 parameter

5               Binomial        Semi-Annual Dividend
                        set DivYield parameter
                        set DaystoDiv1 parameter
                        set DaystoDiv2 parameter

6               Binomial        Quarterly Annual Dividend
                        set DivYield parameter
                        set DaystoDiv1 parameter
                        set DaystoDiv2 parameter
                        set DaystoDiv3 parameter
                        set DaystoDiv4 parameter


ResType         Description
-------         -----------
1               Fair Value
```

2	Implied Vol
3	Delta
4	Gamma
5	Theta
6	Vega
7	Rho

LIITE 2. HINNOITTELUVIRHEIDEN ITSEISARVOT

B-S -mallin itseisarvoiset prosentuaaliset mediaani- ja keskiarvovirheet

Yhteenveto markkinahintojen ja B-S -mallin estimaattien eroista
Mediaani ja keskiarvo muuttujalle Y=|(P(MAR)-P(MAL))/P(MAR)|*100

	Kaikki optiot			Miinus-optiot			Plus-optiot		
	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N
Kaikki optiot	16,249		4071	37,308		1935	6,470		2092
	25,875	**60,870** I		42,536	**63,885** I		10,594	**40,223** I	
Vodafone 2004	10,834		1511	26,250		663	5,673		828
	18,753	**35,205** I		32,438	**35,058** I		7,769	**30,044** I	
Vodafone 2005	23,484		895	47,233		341	12,691		536
	31,287	**30,938** I		53,480	**28,969** I		17,483	**24,196** I	
HSBC 2004	14,018		984	34,308		533	3,180		449
	25,406	**28,146** I		41,509	**32,538** I		6,344	**18,015** I	
HSBC 2005	28,768		681	47,854		398	9,610		279
	35,242	**31,562** I		51,358	**38,126** I		12,581	**17,153** I	

JB-mallin itseisarvoiset prosentuaaliset mediaani- ja keskiarvovirheet

Yhteenveto markkinahintojen ja Johnsonin / Blomeyerin estimaattien eroista
Mediaani ja keskiarvo muuttujalle Y=|(P(MAR)-P(MAL))/P(MAR)|*100

	Kaikki optiot			Miinus-optiot			Plus-optiot		
	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N
Kaikki optiot	15,276		4071	36,750		1935	4,922		2092
	25,279	**58,305** I		42,270	**62,809** I		9,705	**34,423** I	
Vodafone 2004	9,852		1511	25,517		663	4,187		828
	17,920	**33,252** I		32,013	**34,492** I		6,609	**25,695** I	
Vodafone 2005	23,131		895	46,896		341	12,083		536
	30,774	**29,506** I		53,370	**28,095** I		16,737	**21,831** I	
HSBC 2004	13,578		984	33,975		533	2,061		449
	25,175	**27,578** I		41,335	**32,272** I		6,049	**14,090** I	
HSBC 2005	28,316		681	47,790		398	7,426		279
	34,538	**30,131** I		51,099	**37,714** I		11,270	**13,303** I	

Binomimallin itseisarvoiset prosentuaaliset mediaani- ja keskiarvovirheet

Yhteenveto markkinahintojen ja binomimallin estimaattien eroista
Mediaani ja keskiarvo muuttujalle Y=|(P(MAR)-P(MAL))/P(MAR)|*100

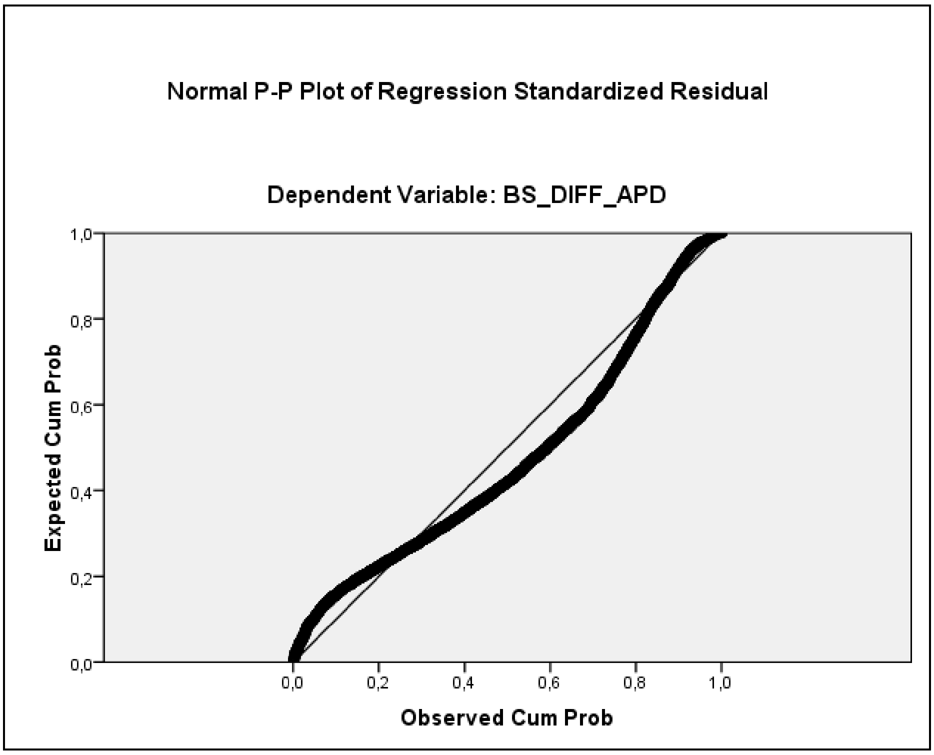
	Kaikki optiot			Miinus-optiot			Plus-optiot		
	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N	Y	t-arvo	N
Kaikki optiot	14,513		4071	35,960		1935	4,755		2092
	24,690	**57,129** I		41,624	**61,411** I		9,170	**34,403** I	
Vodafone 2004	9,426		1511	25,070		663	3,856		828
	17,578	**32,751** I		31,567	**33,949** I		6,354	**25,653** I	
Vodafone 2005	22,086		895	46,896		341	10,416		536
	30,451	**28,958** I		52,826	**27,259** I		16,580	**21,443** I	
HSBC 2004	12,778		984	33,573		533	1,695		449
	24,421	**26,815** I		40,718	**31,591** I		5,132	**15,405** I	
HSBC 2005	25,086		681	46,411		398	6,805		279
	33,289	**29,392** I		49,992	**36,581** I		9,792	**15,344** I	

LIITE 3. REGRESSIOMALLIN 1 LISÄTIEDOT

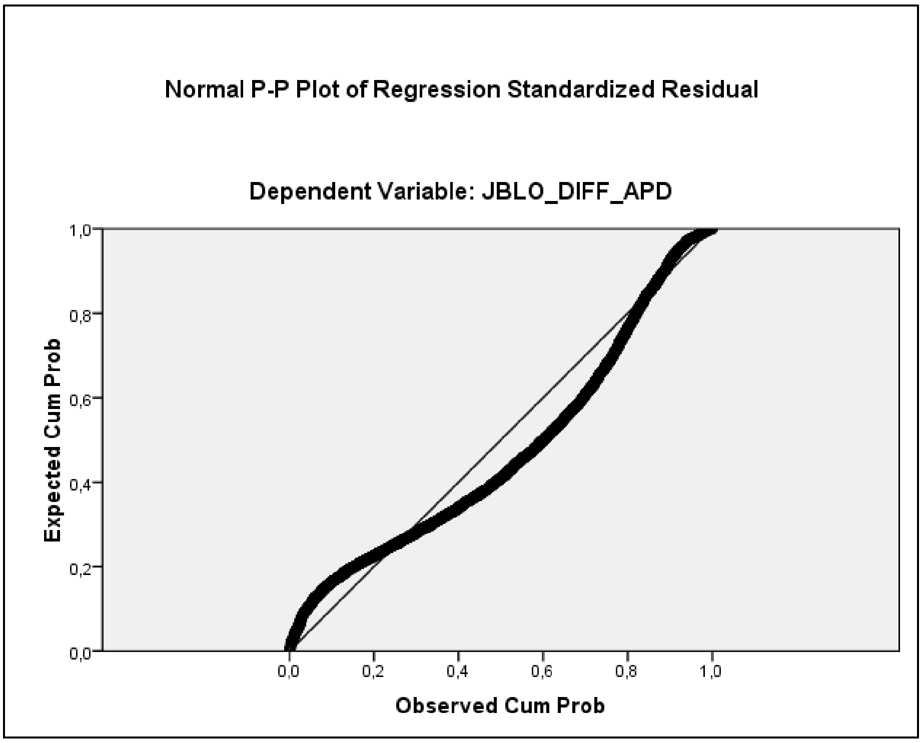
Regressiomallin selittävien muuttujien korrelaatiomatriisi

Korrelaatiomatriisi				
		MON	MAT	DIV
MON	Pearson korr.kerr.	1,000	-,119**	-,103**
	p-arvo (2-suunt.)		,000	,000
	N	4071	4071	4071
MAT	Pearson korr.kerr.	-,119**	1,000	,464**
	p-arvo (2-suunt.)	,000		,000
	N	4071	4071	4071
DIV	Pearson korr.kerr.	-,103**	,464**	1,000
	p-arvo (2-suunt.)	,000	,000	
	N	4071	4071	4071
**. Korrelaatio on merkitsevää 1 % tasolla (2-suunt.).				

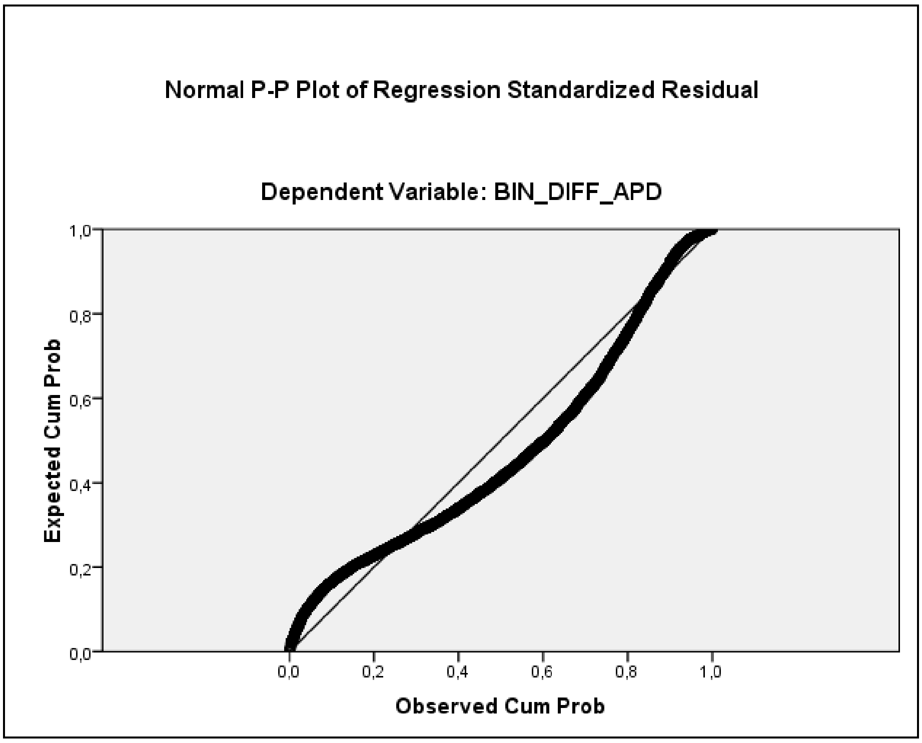
B-S -mallin regression virhetermin normaalisuuskuvio



JB-mallin regression virhetermin normaalisuuskuvio



Binomimallin regression virhetermin normaalisuuskuvio



LIITE 4. REGRESSIOMALLIN 2 LISÄTIEDOT

Regressiomallin selittävien muuttujien korrelaatiomatriisi

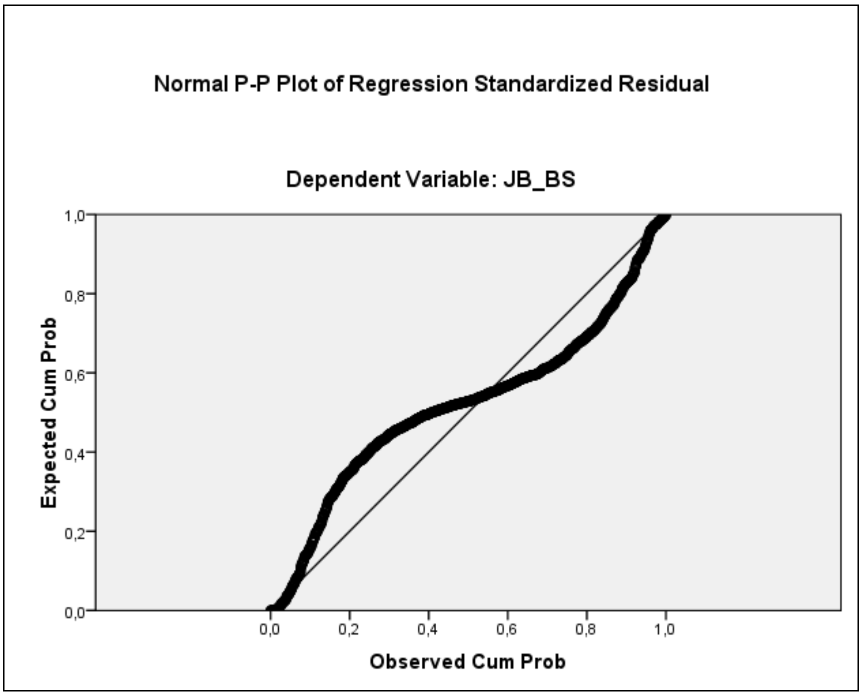
Korrelaatiomatriisi				
		MON	MAT	DIV
MON	Pearson korr.kerr.	1,000	-,196**	-,160**
	p-arvo (2-suunt.)		,000	,000
	N	1500	1500	1500
MAT	Pearson korr.kerr.	-,196**	1,000	,453**
	p-arvo (2-suunt.)	,000		,000
	N	1500	1500	1500
DIV	Pearson korr.kerr.	-,160**	,453**	1,000
	p-arvo (2-suunt.)	,000	,000	
	N	1500	1500	1500
**. Korrelaatio on merkitsevää 1 % tasolla (2-suunt.).				

B-S -mallin ja JB-mallin regression malliyhteenveto ja ANOVA-taulukko

Mallin yhteenveto[b]					
Malli	R	R^2	Muokattu R^2	Estimaatin keskivirhe	Durbin-Watson
1	,355[a]	,126	,124	1,86483528	1,489
a. Selittäjät: (Vakio), DIV, MON, MAT					
b. Selitettävä muuttuja: JB_BS					

ANOVA[b]						
Malli		Neliösumma	Vapausasteet	Keskiarvoinen neliöpoikkeama	F-arvo	p-arvo
1	Regressio	750,872	3	250,291	71,972	,000[a]
	Jäännös	5202,505	1496	3,478		
	Kokonais	5953,377	1499			
a. Selittäjät: (Vakio), DIV, MON, MAT						
b. Selitettävä muuttuja: JB_BS						

B-S -mallin ja JB-mallin regression virhetermin normaalisuuskuvio



B-S -mallin ja binomimallin regression malliyhteenveto ja ANOVA-taulukko

Mallin yhteenveto[b]					
Malli	R	R^2	Muokattu R^2	Estimaatin keskivirhe	Durbin-Watson
1	,281[a]	,079	,077	2,08318119	1,476
a. Selittäjät: (Vakio), DIV, MON, MAT					
b. Selitettävä muuttuja: BIN_BS					

ANOVA[b]						
Malli		Neliösumma	Vapausasteet	Keskiarvoinen neliöpoikkeama	F-arvo	p-arvo
1	Regressio	554,463	3	184,821	42,589	,000[a]
	Jäännös	6492,107	1496	4,340		
	Kokonais	7046,571	1499			
a. Selittäjät: (Vakio), DIV, MON, MAT						
b. Selitettävä muuttuja: BIN_BS						

B-S -mallin ja binomimallin regression virhetermin normaalisuuskuvio